ANNALEN DER PHYSIK

5. FOLGE, BAND 18, HEFT 1, SEPTEMBER 1933

Frequenz und Gang der Quarzuhren der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt Meßergebnisse 1

Von A. Scheibe und U. Adelsberger

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichanstalt)

(Mit 1 Figur)

1. In unserer ersten Mitteilung[1]) über die an zwei Quarzuhren gewonnenen Meßergebnisse haben wir nur mit der Knappheit berichten können, die die engbegrenzte Redezeit auf der Physikertagung in Nauheim zuließ. Wir konnten dabei weder auf die zum Anschluß an die astronomische Zeit und auf die zur Messung der Frequenz, des mittleren täglichen Ganges bzw. des „momentanen" täglichen Ganges der Uhr verwandten Meßmethoden, noch auf Bedeutung von Frequenz und Gang eingehen. Wir halten jedoch eine etwas ausführlichere Besprechung der für die Quarzuhr eigentümlichen Größen, besonders auch im Unterschied zu denjenigen von astronomischen Pendeluhren für nötig, da dadurch die Handhabung der Quarzuhr am besten gekennzeichnet und das Urteil über die von uns mitgeteilten Meßresultate erleichtert wird.

Wir werden daher im folgenden

1. auf Bedeutung und Messung der charakteristischen Größen der Quarzuhr näher eingehen,
2. neue Meßresultate bezüglich Frequenzkonstanz und Gangkonstanz über längere und kürzere Zeiten besprechen und
3. die Reihe der mit der Quarzuhr gemessenen Signalfehler von Nauen, die sich in unserer ersten Mitteilung auf die Zeit vom 23. 1.—22. 7. bezog, bis zum 31. 12. 32 vervollständigen.

Täglicher Frequenzwert f_ν, mittlerer Frequenzwert $\bar{F}$ und absoluter Frequenzwert F_0

2. Die Quarzuhr wird in der Reichsanstalt sowohl als Frequenznormal als auch als Zeitmaß verwendet. Als Normal-

1) A. Scheibe u. U. Adelsberger, Phys. Ztschr. **33**. S. 835 bis 841. 1932.

frequenzen stehen die drei Frequenzen 10000, 1000 und 333 Hz der Frequenzteilerstufen, als Zeitmaß das zwischen zwei Kontaktmarken des Synchronmotors der Quarzuhr liegende Zeitintervall von 9,01 ... Sek. zur Verfügung.

Für die Benutzung der Uhr als Frequenznormal ist daher die Messung von Konstanz und Genauigkeit der drei Normalfrequenzen, die sich als 6., 60. und 180. Teil der Frequenz f des Quarzoszillators der Uhr ergeben, und für die Benutzung der Uhr als Zeitmaß die Messung von Konstanz und Genauigkeit des Ganges, d. h. der Länge des Zeitintervalles bzw. eines ganzzahligen Vielfachen davon das Wichtigste.

3. Zwischen der Frequenz f, der Schwingungszahl n in der zugehörigen Zeit t und dieser Zeit t besteht die Beziehung

$$f = \frac{n}{t}. \tag{1}$$

Würden wir durch irgendeinen unmittelbaren fehlerfreien Anschluß an Zeitsterne die Zeit t in Sekunden des mittleren Sonnentages bestimmen können — wir wollen dabei als Meßzeit t die Dauer des mittleren Sonnentages von $T_0 = 86\,400$ Sek. nehmen — so erhielten wir dann nach (1) für die Frequenz des Quarzoszillators einen Frequenzwert F_0, den wir den Absolutwert nennen dürften:

$$F_0 = \frac{N}{T_0}. \tag{2}$$

Da die Reichsanstalt selbst keine Sternbeobachtungen ausführt, so versuchen wir, einen dem F_0 möglichst nahen mittleren Frequenzwert $\bar{F}$ durch Anschluß der Quarzuhren an die Uhren verschiedener Zeitinstitute zu gewinnen, wobei wir uns als Vergleichsmittel des Nauener Koinzidenzsignales bedienen. Wir setzen die Zeit, die zwischen den ersten Minutenstrichen zweier um 24 Stunden auseinanderliegenden Koinzidenzsignale (Ko.-Signal) liegt, gleich 86400 Ko.-Signalsekunden. Bezeichnen wir diese Zeit mit t_ν, wobei ν den νten Tag aus einer Reihe mit 0 bis n numerierter Tage bedeutet, so ergibt sich für den „täglichen" Frequenzwert am νten Tag die Beziehung

$$f_\nu = \frac{N}{t_\nu}. \tag{3}$$

Die Tageslänge von 86400 Ko.-Signalsekunden kann, von manchmal auftretenden „Herausfallern" abgesehen, bis zu 0,2 Sek. gegen die durch die Uhren der Zeitinstitute gegebene Tageslänge abweichen. Es ist deshalb nötig, die Länge t_ν nach den Angaben der Zeitinstitute, die als Signalfehler $S_{z,\nu}$ veröffentlicht werden, zu korrigieren.

Wir erhalten durch Anbringung dieser Korrektionen den auf die *Zeitinstitute bezogenen* täglichen Frequenzwert F_ν zu

$$F_\nu = \frac{N}{t_\nu + (S_{z,\nu} - S_{z,\nu-1})} = f_\nu \left(1 - \frac{S_{z,\nu} - S_{z,\nu-1}}{t_\nu}\right). \tag{4}$$

$S_{z,\nu}$ ist der Signalfehler des νten, $S_{z,\nu-1}$ derjenige des $(\nu-1)$ten Tages.

Um eine größere Sicherheit in F_ν zu erhalten, setzen wir als $S_{z,\nu}$ die Mittel aus den Signalfehlern des Geodätischen Institutes zu Potsdam, der Deutschen Seewarte zu Hamburg, der Sternwarte zu Greenwich und des Institute International de l'Heure zu Paris ein. Mit (4) erhalten wir dann einen auf die „mittlere astronomische" Zeit der Zeitinstitute bezogenen Frequenzwert F_ν, der aber noch keineswegs den absoluten Wert der Frequenz angibt, sondern der um einen der Größe δS_z proportionalen Betrag falsch ist, wenn wir unter δS_z den absoluten Fehler der Differenz $(S_{z,\nu} - S_{z,\nu-1})$ verstehen.

Nehmen wir an, daß bei der Bestimmung von $S_{z,\nu}$ durch die Zeitinstitute nur zufällige Meßfehler gemacht werden, so kann durch Mittelbildung aus den Werten F_ν einer zusammenhängenden Reihenfolge von n Beobachtungstagen der Fehler δS_z im Verhältnis $1:n$ in seinem Einfluß herabgedrückt werden. Wir erhalten somit einen *mittleren, auf die Zeitinstitute bezogenen Frequenzwert* $\bar{F}$, der dem absoluten Wert F_0 mit einer mit n zunehmenden Genauigkeit näher kommt. Es ist, wenn wir einen mittleren gemessenen Frequenzwert $\bar{f}_\nu = \frac{1}{n}\sum_0^n {}_\nu f_\nu$ einführen und im Korrektionsglied die dazu gehörige mittlere gemessene Tageslänge $\bar{t}_\nu$ durch T_0 ersetzen,

$$\boxed{\bar{F} = \bar{f}_\nu \left(1 - \frac{1}{n}\,\frac{S_{z,n} - S_{z,0}}{T_0}\right)}\,. \tag{5}$$

4. Wir haben in unserer früheren Mitteilung δS_z zu $\pm$ 0,03 bis $\pm$ 0,06 Sek. geschätzt; dies entspricht einem Fehler $\delta F_\nu = -\frac{\delta S_z}{86400} \cdot F_0 = \pm 3 \cdot 10^{-7} \cdot F_0$ bis $\pm 6 \cdot 10^{-7} \cdot F_0$. Bei einer Meßdauer von $n = 30$ Tagen sinkt dann der Fehler δF_ν auf

$$\boxed{\delta \bar{F} = -\frac{1}{n} \cdot \frac{\delta S_z}{86400} \cdot F_0}\,, \tag{6}$$

d. h. auf 1—$2 \cdot 10^{-8}$ des Frequenzwertes F_0 herab; der absolute Frequenzwert F_0 und der ihm genäherte Wert $\bar{F}$ unterscheiden sich also nur noch um 1—2 Hundertmilliontel ihres Wertes.

5. Bestimmen wir $\bar{F}$ in aufeinanderfolgenden Meßintervallen von etwa 30 Tagen, so wäre zu erwarten, daß diese Werte $\bar{F}$ bis auf den geschätzten Fehlerbetrag von 1—2 Hundertmilliontel konstant bleiben. Weichen die $\bar{F}$ in stärkerem Maße, als es dem Fehlerbetrag entspricht, und zwar vorwiegend in einseitiger Richtung voneinander ab, so ist dies auf zwei sich überlagernde Ursachen zurückzuführen:

1. der absolute Frequenzwert F_0 der Quarzuhr ändert sich,
2. der absolute Fehler δS_z der Zeitinstitute ist nicht zufällig, sondern systematisch.

Die Änderung von F_0 ist auf Alterungserscheinungen an Quarzstab, Kontaktthermometer, elektrischen Kreisen der Uhr zurückzuführen. Über sie können wir durch Vergleichung mehrerer verschieden alter und in ihren Haupteigenschaften verschieden gearteter Uhren nach Abs. 6 einen Anhalt gewinnen. Der Einfluß von 2. wird nur nach systematischer, langjähriger Überwachung der Uhren, in Verbindung mit einer Kontrolle der von den einzelnen Zeitinstituten gegebenen Signalfehler durch die Uhren usw. abgeschätzt werden können.

Der „momentane" Frequenzwert f_m

6. So einfach die Methode ist, durch Zeitanschluß über das Nauener Ko.-Zeichen einen Frequenzwert seinem absoluten Betrage nach auf 1 bis $2 \cdot 10^{-8}$ richtig zu messen, so wenig kann ihre Anwendung in der Praxis befriedigen, denn sie erfordert zur Erzielung der hohen Genauigkeit sowohl die Kenntnis der Signalfehler S_z (Formel 5), als auch die Ausdehnung der Beobachtungsreihe über *mindestens 30 Tage* (Formel 6). Dies bedeutet aber, daß erstens die endgültige Berechnung von F_v und $\bar{F}$ nur mit sehr erheblicher Verzögerung nach Messung von f_v fertiggestellt werden kann, da die S_z teilweise erst nach einem Vierteljahr von einzelnen Zeitinstituten mitgeteilt werden, und daß zweitens F_v und in noch stärkerem Maße $\bar{F}$ nur *Mittel*werte sind.

Man muß daher den Beweis führen, inwieweit $\bar{F}$ dem in einem beliebigen Augenblick des Meßintervalls von 30 Tagen herrschenden, als *„momentanen" Frequenzwert* f_m zu bezeichnenden Frequenzwert gleicht. Denn bei Frequenzvergleichungen mit der Uhr, bei denen bereits jetzt Genauigkeiten von $5 \cdot 10^{-8}$ erforderlich sind, deren Meßdauer aber *ganz wesentlich* unter 86400 Sek. liegt, ist der Wert von $\bar{F}$ mit der ihm zukommenden Genauigkeit von wenigen 10^{-8} doch nur dann einsetzbar, wenn der Nachweis der Übereinstimmung von $\bar{F}$ und f_m innerhalb dieser Genauigkeit geführt ist.

Die Übereinstimmung von f_m mit $\bar{F}$ innerhalb der Größenordnung 1 bis $2 \cdot 10^{-8}$ ist *durch absolute Frequenzbestimmung nicht mehr nachweisbar.* Wenn wir jedoch mehrere Quarzuhren als Frequenznormale miteinander vergleichen, so können uns die Ergebnisse wohl einen Aufschluß über die Übereinstimmung vermitteln, da durch die hierbei anwendbare Schwebungsmeßmethode der Vergleichsfehler leicht auf 1 bis $2 \cdot 10^{-9}$, d. h. so weit herabgedrückt wird, daß der Anteil der diesen Betrag übersteigenden Änderung der Frequenz und die damit mögliche Abweichung des f_m von F_ν oder $\bar{F}$ klar herausgestellt wird.

7. Ist f'_m und f''_m die momentane Frequenz einer Quarzuhr I bzw. einer Quarzuhr II, so gilt für die Schwebungsfrequenz Δf zwischen den Frequenzen gleicher Frequenzteilerstufen der Uhren

$$\Delta f = f'_m - f''_m, \tag{7}$$

wenn $f'_m > f''_m$.

Ist Z die Anzahl der Schwebungen in der Beobachtungszeit t, so ist

$$\Delta f = \frac{Z}{t}. \tag{8}$$

Bestimmt man also in regelmäßiger Überwachung die zur Schwebungszahl Z gehörigen Zeiten t, bildet aus all diesen Einzelwerten t einen Mittelwert $\bar{t}$ und berechnet für die einzelnen Messungen die Schwankung $\delta t = t - \bar{t}$, so erhält man die *momentane Änderung* $\frac{\delta f}{f_m}$ im Betrage von

$$\boxed{\frac{\delta f}{f_m} = \frac{\delta t}{\bar{t}} \cdot \frac{Z}{t} \cdot \frac{1}{f_m}}. \tag{9}$$

8. Welcher Anteil der Schwankung δf auf f'_m und f''_m zu schieben ist, steht von vornherein nicht fest. Ebenso ist nicht zu entscheiden, ob sich f'_m und f''_m nicht außer dem Betrag δf noch um gleich große Beträge, die sich in der Differenzbildung aufheben, verändert haben. Dieser Betrag läßt sich jedoch unter Berücksichtigung aller Einflüsse in gewissem Grade abschätzen — wir schätzten[1]) ihn bei Uhr I und II zu $\pm 1 \cdot 10^{-8}$ —; er läßt sich hinsichtlich bestimmter Einflüsse — z. B. übrig-

1) A. a. O. S. 839.

bleibender Einfluß der Zimmertemperatur trotz doppelter Thermostaten — messen, wenn man durch Spezialkonstruktion diese Einflüsse bei einer der Vergleichsuhren weitgehendst unterdrückt.

Als Meßzeit t nehmen wir im allgemeinen bei unseren Messungen eine Meßdauer von etwa 360,5 Sek.; wir können δt mit Leichtigkeit mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,002 Sek. bestimmen, vgl. auch Abs. 18; dies ergibt nach (9), da $\Delta f / f_m = \frac{Z}{t} \cdot \frac{1}{f_m}$ ungefähr $2 \cdot 10^{-4}$ ist, einen Fehler ε / f_m der beobachteten Frequenzschwankung $\delta f / f_m$ von

$$\boxed{\frac{\varepsilon}{f_m} = \pm 1 \cdot 10^{-9}}\,. \tag{10}$$

Die Anwendung einer Meßgenauigkeit von $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ erscheint für den ersten Augenblick übertrieben hoch; sie ist nach dem Gesagten notwendig, wenn man die Übereinstimmung von f_m mit $\bar{F}$ bis auf 1 bis $2 \cdot 10^{-8}$ nachweisen will; sie ist außerdem berechtigt, da sich aus den in Abs. 18 beschriebenen Meßergebnissen eine Frequenzkonstanz dieser Größenordnung ergibt.

Täglicher Gang g_ν und mittlerer täglicher Gang $\bar{G}$

9. Die Verwendung einer astronomischen Pendeluhr als Zeitmaß verlangt die Kenntnis ihres Ganges g, d. h. desjenigen Zahlenwertes in Sekunden, der angibt, um wieviel die Uhr in 86400 Sek. vor- oder nachgeht. Zur Charakterisierung der Güte einer Uhr ist die Kenntnis der Schwankung δg von g erforderlich.

Bei einer Quarzuhr liegen die Verhältnisse etwas anders; denn auch ohne Einführung eines Ganges g und seiner Schwankung δg ließe sich die Uhr als Zeitmaß verwenden. Die Berechnung von Signalfehlern ist sogar ohne Kenntnis von g allein aus f_ν und $\bar{F}$ möglich.

Trotzdem wollen wir einen Gang g definieren, da ja wiederum, wenn man die Quarzuhr nur als Zeitmaß verwenden will, die Kenntnis von f_ν und $\bar{F}$ weder interessiert, noch nötig ist.

10. Die Quarzuhr würde den Gang $g = 0$ besitzen, wenn die Schwingungsanzahl N so abgeteilt werden könnte, daß

$$86400 = \frac{N}{f} \tag{11}$$

ist; dies setzte u. a. voraus, daß f ganzzahlig in N teilbar sein müßte, was nur sehr schwierig z. B. durch das Hinschleifen des die Uhr steuernden Quarzstabes auf einen solchen f-Wert erreichbar ist. Wir müssen daher vielmehr unter Bildung eines Ganges g die Beziehung

$$86400 + g = \frac{N}{f} \tag{12}$$

einführen; daraus ergibt sich über einen Gang g_ν in Analogie zu den Ausführungen des Abs. 3 für den auf die Zeitinstitute bezogenen täglichen Gang G_ν

$$G_\nu = t_\nu + (S_{z,\nu} - S_{z,\nu-1}) - 86400 \tag{13}$$

und für den *mittleren täglichen Gang*, berechnet aus einem Meßintervall der Reihenfolge $0 \ldots \nu \ldots n$,

$$\boxed{\bar{G} = \bar{t}_\nu + \frac{1}{n}(S_{z,n} - S_{z,o}) - 86400}\,. \tag{14}$$

Nach späteren, in Abs. 15 u. 16 gemachten Ausführungen richtet sich die Länge von t_ν nach der Anzahl k der von dem Synchronmotor in nahezu 86400 Sek. abgeteilten Zeitintervalle von etwa 9,0127 ... Sek. Länge. Bei Quarzuhr I ist k gleich 9586 oder gleich 9587, dementsprechend ist $g = -4{,}00\ldots$ Sek. oder $+5{,}01\ldots$ Sek. Diese scheinbare Unbestimmtheit von $\bar{G}$ spielt jedoch keine Rolle, da man beide $\bar{G}$ durch Hinzufügen oder Abziehen der Zeitintervallänge von 9,0127 Sek. ineinander überführen kann.

Was den Absolutfehler von G_ν bzw. $\bar{G}$ anbetrifft, so gelten hierfür die gleichen Betrachtungen und Folgerungen wie in Abs. 4. Bei einer Beobachtungsreihe (Intervall) von 30 Tagen und einem Absolutfehler δS_z von 0,03 bis 0,06 Sek. müßte demnach, falls sich weder F_0 ändert, noch eine systematische Änderung in δS_z stattfindet, der Mittelwert $\bar{G}$ von Intervall zu Intervall bis auf $\pm$ 0,001 bis $\pm$ 0,002 Sek. konstant bleiben.

11. Zwischen der Änderung $\delta \bar{G}$ des mittleren täglichen Ganges und der Änderung $\delta \bar{F}$ der mittleren Frequenz besteht die Beziehung

$$\frac{\delta \bar{G}}{86400} = -\frac{\delta \bar{F}}{\bar{F}}, \tag{15}$$

woraus in einfacher Weise von $\delta \bar{G}$ auf $\delta \bar{F}$ und umgekehrt geschlossen werden kann; dadurch entfallen auch die Schwierigkeiten, die aus der Unbestimmtheit von $\bar{G}$ im praktischen Gebrauch der Uhr entstehen könnten.

Unsere früheren[1]) Messungen ergaben, daß $\bar{G}$ nicht mehr als um $\delta \bar{G} = \pm$ 0,002 Sek. über mehrere Meßintervalle schwankte.

1) A. a. O. S. 837.

Die „momentane" tägliche Gangänderung Δ

12. Ebenso wichtig wie das Verhalten des mittleren täglichen Ganges $\bar{G}$ über mehrere Meßintervalle ist sein Verhalten innerhalb des Meßintervalles von Tag zu Tag und während des Tages. Denn wenn wir die Uhr als Zeitmaß mit einer der Konstanz von $\bar{G}$ entsprechenden Genauigkeit verwenden wollen, müssen wir Gewähr dafür haben, daß $\bar{G}$ einem kurzzeitig gemessenen Gangwert g_m, den wir als *momentanen Gangwert* bezeichnen, innerhalb der Fehlergrenze von $\pm$ 0,001 bis $\pm$ 0,002 Sek. entspricht.

Entsprechend dem in Abs. 6 Gesagten ist innerhalb kurzer Zeiten, unter denen wir z. B. eine Meßdauer von $t = 360{,}5$ Sek. verstehen wollen, eine absolute Gangbestimmung mit einer Genauigkeit von $\pm$ 0,001 bis $\pm$ 0,002 Sek. durch Zeitanschluß unmöglich. Wir müssen uns daher, wie dort, darauf beschränken, kurzzeitig mehrere Quarzuhren miteinander zu vergleichen, um aus der Änderung der Gangdifferenz je zweier Uhren

$$\Delta g = g' - g'' \tag{16}$$

Schlüsse auf die Gangkonstanz zu ziehen.

Wir bedienen uns hierbei, in gleicher Weise wie nach Abs. 6, der Schwebungsmethode, da die bei Uhrenvergleichungen übliche Methode der Zeitmessung in keiner Weise die nötige Meßgenauigkeit erreichen läßt. Einer Änderung von Δg um 0,001 Sek. in 24 Std. entspräche in einer Meßzeit von 360 Sek. eine Änderung der Standverschiebung einer Uhr gegen die andere von $4 \cdot 10^{-6}$ Sek.; es ist mit einfachen Mitteln nicht möglich, eine Zeitlänge auf diesen Betrag auszumessen.

13. Die gleichen Überlegungen, die in Abs. 7 zur Formulierung der „momentanen" Frequenzänderung $\delta f / f_m$ führten, ergeben als Änderung der in einer kurzen Meßzeit $\bar{t}$ gemessenen Gangdifferenz Δg zweier Quarzuhren, auf 86400 Sek. umgerechnet, einen Wert Δ, den wir als die *„momentane" tägliche Gangänderung* definieren:

$$\boxed{\Delta = -\frac{\delta t}{\bar{t}} \cdot \frac{Z}{\bar{t}} \cdot \frac{1}{f_m} \cdot 86400}\,. \tag{17}$$

Die momentane tägliche Gangänderung gibt den Betrag an, um den die eine Uhr gegen die andere auf Grund der gemessenen Änderung δt der mittleren Meßzeit $\bar{t}$ ihren *täglichen* Gang ändern würde, wenn die mit der Änderung δt verbundene Änderung der Schwebungsfrequenz $Z/\bar{t}$ während 24 Std. bestehen bliebe.

Für die Uhren I und II ergibt sich, entsprechend den nach Abs. 8 gewählten Betriebsgrößen $t = 360{,}5$ Sek.; $Z = 616$; $f_m = 10000$ Hz, für Δ die Umrechnungsformel

$$\text{(18)} \qquad \underline{\Delta = -\,\delta t \cdot 0{,}04 \text{ Sek.}}$$

Ein Meßfehler in δt von $\pm\, 0{,}002$ Sek. wirkt sich in der momentanen Gangdifferenz Δ zu

$$\text{(19)} \qquad \gamma = \pm\, 0{,}0001 \text{ Sek.}$$

aus, d. h. bei Verwendung der Schwebungsmethode erreicht man trotz einer relativ geringen Zeitmeßgenauigkeit (z. B. $\pm\, 0{,}002$ Sek.) auch in kurzen Meßzeiten eine hohe Meßgenauigkeit (z. B. $\pm\, 0{,}0001$ Sek.) in der Bestimmung von Gangänderungen. Die Anwendbarkeit der so präzisen Schwebungsmethode auf die Kontrolle der Gangdifferenzen zweier Uhren trägt mit zur Überlegenheit der Quarzuhr über die Pendeluhr bei.

14. Fortlaufende Messungen der „momentanen“ täglichen Gangänderung lassen einen lückenlosen Überblick über das augenblickliche Verhalten zweier Quarzuhren zu. Sie gestatten in vielen Fällen durch Vergleich von mehr als 2 Uhren bei Gangstörungen das hierzu Anlaß gebende Exemplar ausfindig zu machen, so daß die Ursachen entweder beseitigt oder ihr Effekt bei Zeitbestimmungen berücksichtigt werden kann.

Messung der täglichen Frequenz f_ν und des täglichen Ganges g_ν

15. Es ist nach (3) zur Berechnung von f_ν und g_ν die Kenntnis von N und die Messung von t_ν nötig.

Die Schwingungsanzahl N wird durch die Anzahl k der Zeitintervalle gegeben, die der Synchronmotor der Quarzuhr in nahezu 86400 Sek. abteilt. Zwischen N und k besteht die Beziehung

$$\text{(20)} \qquad N = k \cdot a \cdot b \cdot c \cdot p \cdot u\,,$$

darin ist $a\,b\,c$ das Teilungsprodukt der drei Frequenzteilerstufen, p die Polpaarzahl und u das Übersetzungsverhältnis des Synchronmotors.

16. Die Reihe der im Laufe von 24 Std. durch den Synchronmotor der Uhr erzeugten Zeitmarken numerieren wir mit $-2,\ -1,\ 0,\ +1,\ +2, \cdots k-2,\ k-1,\ k,\ k+1,\ k+2 \cdots$; k ist bei Quarzuhr I gleich 9586 oder 9587. Wir suchen zur Messung von f_ν am $(\nu-1)$ten Tag eine solche Marke als 0te Marke aus, die möglichst nahe bei dem ersten Minutenstrich des Koinzidenzsignales um 13^h MEZ. liegt. Dann

fällt am νten Tag die $k$te Marke gleichfalls in die Nähe des 1. Minutenstriches des Ko.-Signales. Die Zeitmarken Z_q und die mit Empfänger aufgenommenen Ko.-Signale K_{os} werden mittels gleicher Schreibfeder eines Drehspulschnellschreibers auf einem mit der konstanten Geschwindigkeit von 100,0 mm/sec laufenden Papierstreifen aufgeschrieben. Die Ablenkung der Nadel aus ihrer Ruhelage erfolgt durch besondere Schaltmaßnahmen mit fast *rechtwinkligem Knick* im Farbstrich, so daß der Zeicheneinsatz mit einem genauen Maßstab bis auf $\pm$ 0,1 mm, entsprechend einem Zeitfehler von $\pm$ 0,001 Sek. ausgemessen werden kann.

Wir bestimmen den zeitlichen Abstand der 0ten und $k$ten Zeitmarke von dem Einsatz des nächstliegenden, vorhergehenden Ko.-Zeichens, dessen Lage nach dem allgemeinen Zeitzeichenschema bekannt ist. Aus Addition des Zeitabstandes zu dem Zeitpunkt des Ko.-Zeichens ergibt sich der Zeitpunkt ϑ_ν, zu dem die Zeitmarke Z_q in der Zeitskala des Ko.-Signales erscheint, wenn wir dem ersten Minutenstrich den Zeitpunkt 60 zuteilen. Der Betrag $86400 + \vartheta_\nu - \vartheta_{\nu-1}$ entspricht dann der Zeit t_ν, die zwischen zwei Zeitanschlüssen vergangen ist.

Da die Abstände der einzelnen Ko.-Zeichen von dem ersten Minutenstrich nicht genau ganzzahlige Vielfache von 60/61 Sek. sind, sondern kleinen Schwankungen unterliegen, da ferner die zu k Zeitintervallen gehörige Tageslänge um wenige Sekunden von 86400 Sek. abweicht, so entsprechen die Werte t_ν, $t_{\nu+1} \cdots$ usw. nicht genau den Abständen der zugehörigen ersten Minutenstriche. Um die dadurch bedingten Unsicherheiten zu verringern, messen wir nicht nur die 0te und $k$te, sondern auch die $(0-2)$te, $(0-1)$te, $(0+1)$te, $(0+2)$te und entsprechend $(k-2)$te, $(k-1)$te, $(k+1)$te und $(k+2)$te Zeitmarke aus, wobei wir bei den Schritten von einem Tag zum anderen nach Bedarf k um 1 Einheit so vergrößern oder verkleinern, daß die mittlere der 5 Zeitmarken nie weiter als 4,5 Sek. vom ersten Minutenstrich entfernt liegt. Aus den 5 Einzelwerten von t_ν nehmen wir zur Berechnung von f_ν oder g_ν das Mittel.

17. In die Messung der einzelnen Zeitlänge t_ν gehen drei Fehler ein:

α) der Meßfehler beim Ausmessen eines Punktes auf dem Meßstreifen;

β) die Schwankung im zeitlichen Einsatz der Zeitmarke des Synchronmotors;

γ) die Schwankung im zeitlichen Einsatz des Ko.-Zeichens.

Zu α). Der Meßfehler beträgt im Mittel $\pm$ 0,001 Sek.; er geht in t_v im Maximum mit $\pm$ 0,002 Sek. ein.

Zu β). Die Schwankung im zeitlichen Einsatz der Zeitmarke macht sich als Längenänderung des Abstandes zweier Zeitmarken (Zeitintervall), der bei Uhr I etwa 9,0127 ··· Sek. beträgt, bemerkbar. Sie wird durch unregelmäßiges Arbeiten des Synchronmotorkontaktes bedingt. Um diesen Fehler zu bestimmen, wurde mittels eines Funkenchronographen bei einer Papierstreifengeschwindigkeit von 15000 mm$\sec^{-1}$ wiederholt der Zeitmarkenabstand gemessen. Als Beispiel bringen wir in Tab. 1 aus einer Serie von 10 Meßreihen die Ergebnisse der Meßreihe mit den größten und derjenigen mit den kleinsten Streuungen des Zeitmarkenabstandes. Meßreihe Nr. 1 gibt eine

Tabelle 1

Schwankung der Länge des vom Synchronmotor abgeteilten Zeitintervalles der Quarzuhr

	Meßreihe Nr. 1		Meßreihe Nr. 7	
Zeitmarken Nr.	Zeitintervall = Zeitmarkenabstand in Sek.	Abweichung vom mittleren Zeitmarkenabstand in Sek.	Zeitintervall = Zeitmarkenabstand in Sek.	Abweichung vom mittleren Zeitmarkenabstand in Sek.
0—1	9,01264	−0,00009	9,01268	−0,00005
1—2	9,01285	+0,00012	9,01271	−0,00002
2—3	9,01309	+0,00036	9,01268	−0,00005
3-4	9,01282	+0,00009	9,01282	+0,00009
4—5	9,01278	+0,00005	9,01277	+0,00004
5—6	9,01229	−0,00044	9,01271	−0,00002
6—7	9,01257	−0,00016	9,01276	+0,00003
7—8	9,01292	+0,00019	9,01276	+0,00003
8—9	9,01264	−0,00009	9,01268	−0,00005
im Mittel	9,01273	im Mittel	9,01273	

Mittlerer Fehler des Einzelwertes $\pm$ 0,00023 Sek. bzw. $\pm$ 0,00005 Sek.

mittlere Schwankung des Zeitmarkenabstandes von $\pm$ 0,00023 Sek., Meßreihe Nr. 7 eine solche von $\pm$ 0,00005 Sek. Ein Teil dieser Beträge ist auf den Meßfehler bei Bestimmung des Zeitmarkenabstandes anzurechnen.[1]) Allgemein werden wir danach die Konstanz des Zeitmarkenabstandes mit $\pm$ 0,0002 Sek. annehmen dürfen. Dieser Betrag verschwindet gegenüber dem

1) Von einer Bestimmung des Anteiles des Meßfehlers wurde abgesehen, da das Ergebnis von $\pm$ 0,0002 Sek. Konstanz für den vorliegenden Fall weitaus genügt.

Fehler nach α) und nach γ), so daß er bei der Ermittlung des Fehlers von t_ν unberücksichtigt bleiben kann.

Zu γ). Die Schwankung im zeitlichen Einsatz der Ko.-Zeichen macht sich ebenfalls als Längenänderung des Abstandes zweier Ko.-Zeichen bemerkbar. Wir haben diese Änderung nach der gleichen Methode wie unter β) bestimmt.[1]) Als Beispiel bringen wir in Tab. 2 für 30 aufeinanderfolgende Ko.-Zeichen die Abweichungen der gemessenen Abstände von dem

Tabelle 2

Schwankung des Abstandes zweier aufeinanderfolgender Koinzidenzzeichen des Nauener Zeitsignales

Zeitzeichen am 29. 3. 33; Beginn der Messung: $1^h\,2'\,25''$

Ko.-Zeichen Nr.	Abweichung v. mittleren Ko.-Zeichenabstand in Sek.	Ko.-Zeichen Nr.	Abweichung v. mittleren Ko.-Zeichenabstand in Sek.	Ko.-Zeichen Nr.	Abweichung v. mittleren Ko.-Zeichenabstand in Sek.
0—1	– 0,0005	10—11	– 0,0011	20—21	+ 0,0017
1—2	+ 0,0007	11—12	– 0,0017	21—22	– 0,0008
2—3	– 0,0013	12—13	+ 0,0021	22—23	+ 0,0007
3—4	+ 0,0021	13—14	+ 0,0010	23—24	+ 0,0010
4—5	– 0,0005	14—15	– 0,0013	24—25	– 0,0006
5—6	– 0,0002	15—16	+ 0,0017	25—26	+ 0,0011
6—7	– 0,0009	16—17	– 0,0006	26—27	– 0,0021
7—8	+ 0,0004	17—18	– 0,0002	27—28	+ 0,0008
8—9	– 0,0013	18—19	– 0,0003	28—29	+ 0,0014
9—10	+ 0,0021	19—20	– 0,0019	29—30	– 0,0003

Gesamtmittel der Abstände. Die Längen weichen danach vom Mittel bis zu $\pm$ 0,002 Sek. ab. Dies ist die normale Streuung; es kommen auch Tage vor, an denen dieser Betrag in Form von „Herausfallern“ überstiegen wird.

Zusammengenommen können nach α) und γ) die Längen der einzelnen t_ν um maximal $\pm$ 0,004 Sek. infolge des Meßfehlers schwanken.

Tab. 3 enthält für 4 aufeinanderfolgende Meßtage die zur Berechnung von f_ν gebildeten $t_{\nu_{\mathrm{mittel}}}$ und die Abweichungen der 5 Einzelwerte jedes Tages vom zugehörigen $t_{\nu_{\mathrm{mittel}}}$, die im Mittel mit $\pm$ 0,0012 Sek. und auch in den Einzelschwankungen unter dem maximalen Fehler von $\pm$ 0,004 Sek. liegen.

---

1) Diese Messungen wurden von Herrn Dr. G. Dietsch ausgeführt, wofür wir vielmals danken.

Tabelle 3

Zeitdauer $t_{\nu\,\mathrm{mittel}}$ und *Schwankung* Δt_ν der Summe von 9586 durch den Synchronmotor der Quarzuhr abgeteilten Zeitintervallen. Beispiel für *den Fehler* bei Anschluß an das Koinzidenzsignal

Quarzuhr I. $k = 9586$. $N = 5{,}176\,440 \cdot 10^9$

1932	Zeitdauer von k-Zeitintervallen $t_{\nu\,\mathrm{mittel}}$ in Sek.	1	2	3	4	5
		Abweichung der Einzelwerte von $t_{\nu\,\mathrm{mittel}}$				
		Δt_ν in Sek.	Δt_ν in Sek.	Δt_ν in Sek.	Δt_ν in Sek.	Δt_ν in Sek.
8. 6.	86396,0655	− ,0009	+ ,0016	− ,0008	+ ,0001	− ,0002
9. 6.	86396,0090	− ,0017	+ ,0004	+ ,0003	+ ,0001	+ ,0009
10. 6.	86396,1146	+ ,0019	+ ,0004	− ,0002	− ,0025	+ ,0002
11. 6.	86396,0974	+ ,0015	+ ,0001	+ ,0005	+ ,0005	− ,0028

Mittlerer Fehler des Einzelwertes $= \pm\, 0{,}0012$ Sek.
„ „ von $t_{\nu\,\mathrm{mittel}}$ $= \pm\, 0{,}0006$ „

Dem durch die Messung bestimmten mittleren Fehler der Zeitdauer $t_{\nu_{\mathrm{mittel}}}$ von $\pm\, 0{,}0006$ Sek. den wir ohne größere Einbuße auf $\pm\, 0{,}001$ Sek. aufrunden, entspricht ein Fehler in f_ν von $\approx 1 \cdot 10^{-8}$ seines Wertes; dies bedeutet, daß das von uns gewählte Meßverfahren eine Tageslänge von 24 Stunden oder die Frequenz auf den einhundertmillionten Teil genau zu messen gestattet. Dementsprechend überschreitet auch bei Bestimmung der Signalfehler nach Abs. 19 die durch das Meßverfahren verursachte Ungenauigkeit im Resultat nicht den Betrag von $\pm\, 0{,}001$ Sek.

Durch Einsetzen von $t_{\nu_{\mathrm{mittel}}}$ in Formel (4) und Formel (13) erhalten wir die auf die Zeitinstitute bezogenen täglichen Werte von F_ν und G_ν.

Messung der Schwankung δt zur Bestimmung der momentanen Frequenzänderung $\delta f/f_m$ und der momentanen täglichen Gangänderung Δ

18. Um δt der Formeln (9) und (17) bestimmen zu können, ist für eine gegebene Zahl Z der Schwebungen die Messung der Ablaufszeit t nötig.

Die Schwebungen erzeugen wir durch Überlagerung der 10000 Hz-Frequenzen der ersten Frequenzteilerstufen beider Uhren, indem wir die Schwingungen nach getrennter Vorverstärkung gemeinsam gleichrichten und den so entstehenden Wechselstrom der Frequenz $f'_{10000} - f''_{10000}$ nach Niederfrequenzverstärkung über einen „Verformer“ dem Drehspulschnellschreiber zuleiten. Der „Verformer“, der aus hintereinander geschalteten Röhrenverstärkern für Kondensatorentladung besteht, hat den Zweck, den sinusförmigen Wechselstrom in scharfe Stromstöße umzuformen, so daß die Nadel des Schreibers mit großer Intensität rechtwinklig aus der Ruhelage herausbewegt wird. Der Wechselstrom schreibt auf dem Registrierstreifen „Schwebungsmarken“, die von der gleichen Schärfe im Einsatz wie die gleichzeitig auf dem Streifen registrierten Zeitmarken der Uhr zur Bestimmung von t sind. Als Uhr benutzen wir die Quarzuhr selbst, die in Intervallen von 9,0127 Sek. die Zeit markiert.

Aus dem Abstand der 0ten Schwebungsmarke und der Zten Schwebungsmarke ($Z = 616$) von den beiden nächstliegenden Zeitmarken und dem Abstand von 9,0127 Sek. der Zeitmarken selbst läßt sich die Ablaufszeit t bestimmen.

Wir können wiederum den hierbei begangenen Ausmeßfehler mit $\pm 0{,}001$ Sek. ansetzen, der in t im Maximum mit $\pm 0{,}002$ Sek. eingeht. Die Schwankungen im zeitlichen Einsatz der Schwebungsmarken setzen wir im Maximum ebenfalls mit $\pm 0{,}002$ Sek. an, so daß der Gesamtfehler in der Bestimmung von t im Maximum $\pm 0{,}004$ Sek. wird. Um diesen Fehler ungefähr zu halbieren, messen wir nicht nur die 0te und Zte, sondern auch die $(0+1)$te und $(Z+1)$te Marke aus, und bilden daraus ein mittleres t.

Nehmen wir laufend solche t-Bestimmungen vor, bilden daraus ein $\bar{t}$ und setzen die Abweichungen $\delta t = t - \bar{t}$ in den Formeln (9) und (17) ein, so erhalten wir die momentanen Änderungen von Frequenz und Gangdifferenz.

Als Beispiel der Genauigkeit dieser Messungen und gleichzeitig als Beispiel der Frequenz- und Gangkonstanz der Uhren teilen wir in Tab. 4 die Ergebnisse aus 10 aufeinanderfolgenden Messungen zur Bestimmung der während des Verlaufs von 1 Stunde auftretenden „momentanen“ täglichen Gangänderungen mit. Die Ablaufszeit t (Meßdauer) für 616 Schwebungen schwankte in dieser Stunde innerhalb der Extremwerte $\delta t = +\,0{,}002$ und $\delta t = -\,0{,}004$ Sek. um den stündlichen Mittelwert $\bar{t}$. Daraus berechnen sich „momentane“ tägliche Gangänderungen Δ von $+\,0{,}00008$ Sek. bis $-\,0{,}00016$ Sek. Dies bedeutet, daß sich auf Grund irgendwelcher Einwirkungen der Gang der einen Uhr gegen die andere Uhr im Laufe der nächsten 24 Stunden insgesamt *um höchstens 0,00024 Sek. geändert hätte,* falls man die gemessenen Schwankungen δt als reell annimmt. In Wirklichkeit sind sie von der Größenordnung des Meßfehlers von $\pm\,0{,}0001$ Sek., so daß wir ebenso-

Tabelle 4

Die „momentane" tägliche Gangänderung Δ und die „momentane" Frequenzänderung $\delta f / f_m$ während einer einstündigen Versuchsreihe

9. 5. 33 Zahlenbeispiel zu Formel (9) und (17). Uhr I/II. $Z = \mathbf{616}$

Zeit	Meßdauer t in Sek.	Schwankung δt in Sek.	*Momentane tägl. Gangänderung* Δ in Sek.	*Frequenzänderung* $\delta f / f_m$ 10^{-9}
0′—6′	360,483	0,000	0,00000	0
6′—12′	,481	− 0,002	− 0,00008	+1
12′—18′	,485	+ 0,002	+ 0,00008	−1
18′—24′	,485	+ 0,002	+ 0,00008	−1
24′—30′	,481	− 0,002	− 0,00008	+1
30′—36′	,485	+ 0,002	+ 0,00008	−1
36′—42′	,479	− 0,004	− 0,00016	+2
42′—48′	,481	− 0,002	− 0,00008	+1
48′—54′	,485	+ 0,002	+ 0,00008	−1
54′—60′	,483	0,000	0,00000	0
	$\bar{t} = 360{,}483$			

gut schließen können, daß die Gangdifferenz beider Uhren innerhalb des Meßfehlers unverändert geblieben ist.

Betrachtet man das Meßergebnis hinsichtlich der Uhr als Frequenznormal, so liegen die Meßfehler, bzw. Frequenzänderungen ($\delta f / f_m$) in der Größenordnung von $\pm 1 \cdot 10^{-9}$, d. h. beide Uhren sind als Frequenznormal während einer Stunde *innerhalb der Meßgenauigkeit von 1 Milliardstel konstant geblieben.*

Gleich gute Resultate erhält man ebenso über längere Zeiten. Wir bringen in Tab. 5 die Ergebnisse der Messung von $\delta f / f_m$ der Uhren I/IV und III/IV während einer 48 stündigen Meßreihe. Die Uhren III und IV[1]) unterscheiden sich gegen Uhr I hauptsächlich in der Ausführung der inneren Thermostaten, des Schnittes, der Dimensionierung und des Temperaturkoeffizienten des Quarzstabes. Beide Uhren befinden sich noch im Versuchsstadium und zeigen gegen Uhr I eine Einlaufskurve. Trotzdem sind nach Tab. 5 die halbstündig gemessenen $\delta f / f_m$-Werte jetzt schon, bei Berücksichtigung eines Meßfehlers von $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ im Mittel auf $\pm 3 \cdot 10^{-9}$ während der Meßzeit konstant geblieben. Streckenweise, z. B. Spalte 9 und Spalte 12, ändert sich die Frequenz während

1) Über die Uhren III und IV soll später berichtet werden.

Tabelle 5

Die „momentanen" Änderungen $\delta f / f_m$ (Formel 9) der Uhren I/IV und III/IV während einer zweitägigen Versuchsreihe. Die „momentanen" täglichen Gangänderungen $\varDelta$ ergeben sich in Sekunden sehr nahe nach Formel (17) durch Multiplikation der Werte von $\delta f / f_m$ mit 10^5

Zeit	$\delta f / f_m$		Zeit	$\delta f / f_m$		Zeit	$\delta f / f_m$		Zeit	$\delta f / f_m$	
	I/IV	III/IV		I/IV	III/IV		I/IV	III/IV		I/IV	III/IV
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
h	$\cdot 10^{-9}$	$\cdot 10^{-9}$	h	$\cdot 10^{-9}$	$\cdot 10^{-9}$	h	$\cdot 10^{-9}$	$\cdot 10^{-9}$	h	$\cdot 10^{-9}$	$\cdot 10^{-9}$
8	+ 1	− 4	20	0	+ 2	8	+ 2	− 8	20	− 5	+ 4
8^{30}	+ 1	− 3	20^{30}	+ 1	− 1	8^{30}	+ 1	− 6	20^{30}	− 8	+ 3
9	− 4	− 7	21	+ 4	+ 1	9	+ 1	− 4	21	− 6	+ 5
9^{30}	− 3	− 4	21^{30}	+ 2	− 3	9^{30}	− 1	− 3	21^{30}	− 2	+ 4
10	− 1	− 3	22	+ 7	+ 2	10	+ 1	− 3	22	− 4	+ 5
10^{30}	+ 1	+ 2	22^{30}	+ 1	− 3	10^{30}	− 3	− 5	22^{30}	− 4	+ 4
11	− 2	− 3	23	+ 5	− 3	11	+ 1	− 2	23	+ 1	+ 6
11^{30}	− 4	− 6	23^{30}	+ 2	− 5	11^{30}	− 3	− 3	23^{30}	+ 1	+ 4
12	− 1	− 2	0	+ 9	− 1	12	− 2	+ 4	0	− 2	+ 2
12^{30}	+ 3	− 8	0^{30}	+ 3	− 8	12^{30}	− 3	+ 5	0^{30}	− 1	+ 3
13	+ 1	− 7	1	+ 4	− 6	13	− 6	+ 3	1	− 5	+ 2
13^{30}	0	− 4	1^{30}	+ 2	− 5	13^{30}	− 5	0	1^{30}	+ 2	+ 2
14	+ 3	− 3	2	+ 2	− 5	14	−10	− 2	2	+ 6	+10
14^{30}	+ 2	− 4	2^{30}	0	− 8	14^{30}	− 6	+ 3	2^{30}	+ 1	+ 7
15	+ 1	− 3	3	+ 2	− 7	15	− 2	+ 7	3	+ 5	+ 6
15^{30}	+ 1	− 3	3^{30}	0	− 3	15^{30}	− 4	+ 7	3^{30}	+ 5	+ 5
16	+ 4	+ 1	4	− 2	− 7	16	− 4	+ 7	4	+ 3	+ 3
16^{30}	− 1	− 2	4^{30}	− 3	− 6	16^{30}	− 1	+ 5	4^{30}	+ 6	+ 2
17	+ 2	− 2	5	0	− 6	17	− 1	+ 7	5	+ 4	+ 1
17^{30}	0	− 4	5^{30}	− 4	− 7	17^{30}	− 4	+ 6	5^{30}	− 2	+ 2
18	+ 7	+ 5	6	+ 3	− 3	18	− 4	+ 5	6	− 7	− 2
18^{30}	+ 6	+ 2	6^{30}	− 2	− 4	18^{30}	− 9	+ 5	6^{30}	− 6	− 3
19	+ 6	+ 3	7	− 2	− 7	19	− 4	+ 4	7	+ 5	+ 2
19^{30}	+ 6	+ 3	7^{30}	0	− 7	19^{30}	− 6	+ 3	7^{30}	+ 2	+ 3
									8	+ 3	+ 7

10 Stunden kaum mehr, als dem Meßfehler von $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ entspricht. Der Änderung von $\pm 3 \cdot 10^{-9}$ der Frequenz entspricht eine momentane tägliche Gangschwankung $\varDelta$ von rund $\pm$ 0,0003 Sek. (genau $\pm$ 0,00026 Sek.). Die größten Schwankungen erreichen nur einmal $+ 10 \cdot 10^{-9}$ und $- 10 \cdot 10^{-9}$ der Frequenz bzw. $\pm$ 0,0009 Sek. und − 0,0009 Sek. im Gang.

Die Signalfehler des Nauener Koinzidenzsignales $13^h\, 1^m$ MEZ. nach der Quarzuhr I für das Jahr 1932

a) Signalfehler vom 27. 1. 32 bis 22. 7. 32; Ergänzung

19. Die nach Quarzuhr I bis zum 22. 7. 32 bestimmten Signalfehler sind bereits mitgeteilt worden.[1]) Zur Berechnung

1) a. a. O., S. 840.

des Gangmittels $\bar{G}$ der Uhr wurde die gesamte Beobachtungszeit vom 27. 1. 32 bis 22. 7. 32 in 5 Beobachtungsintervalle eingeteilt. Für das V. Intervall, das vom 16. 6. bis 22. 7. reichte, mußte für den letzten Tag des Intervalls mit einem astronomischen Signalfehler $S_{z,\nu}$ gerechnet werden, der infolge des noch nicht bekannten Signalfehlers des Institute Internationale de l'Heure in Paris um den diesem zukommenden Anteil fehlerhaft war. Wir haben daher die Gangberechnung und Signalfehlerberechnung für das V. Intervall nochmals, nach Eingang des fehlenden Pariser Wertes durchgeführt und teilen die nunmehr endgültigen Gangwerte $\bar{G}$ der Intervalle I—V in Tab. 6 und die zugehörigen Signalfehler in Zusammenhang mit denen der folgenden Intervalle in Tab. 7 mit.

Tabelle 6

Gangwerte $\bar{G}$ der Quarzuhr I

Zeitintervall	Datum	mittlerer täglicher Gang $\bar{G}$ in Sek.
I.	27. 1. bis 3. 3.	– 3,924
II.	3. 3. „ 5. 4.	– 3,924
		i. M. – 3,924
III.	5. 4. „ 12. 5.	– 3,928
IV.	12. 5. „ 16. 6.	– 3,930
V.	16. 6. „ 22. 7.	– 3,926
		i. M. – 3,928

Für die folgenden Betrachtungen interessiert uns nicht das Verhalten des Ganges von Intervall I bis Intervall III — wir haben bereits früher[1]) die Ursache des Anstieges des Gangwertes von II nach III auf eine konstante Spannungsänderung der Oszillatorbatterien zurückgeführt —, sondern dasjenige von Intervall III bis Intervall V.

Nach Tab. 6 steigt der Gangwert von Intervall III nach Intervall IV um – 0,002 Sek. an, um darauf um + 0,004 Sek. im V. Intervall zu fallen. Dieses Verhalten des Ganges ist aus allem, was hinsichtlich der allgemeinen Tendenz der Frequenzänderung von Uhr I und Uhr II bisher beobachtet wurde, nämlich den Frequenzwert durchschnittlich, wenn auch sehr wenig zu erhöhen und damit den negativen Gangwert zu vergrößern, nicht verständlich.

Es liegt daher nahe, zu fragen, ob denn diese Abweichungen der Gangwerte der Einzelintervalle von dem Gesamtmittel

1) a. a. O., S. 837.

Ta

S_z mittlere astronomische Signalfehler von Nauen nach Potsdan
S_q Signalfehler[1]) nach Quarzuhr

1932 Datum	Januar S_z	Januar S_q	Februar S_z	Februar S_q	März S_z	März S_q	April S_z	April S_q	Mai S_z	Mai S_q	Juni S_z	Juni S_q
1			– 50	– 8	+ 18	+ 7	– 87	– 87	—	—	+ 6	+ 40
2			– 48	+ 3	+ 50	—	+ 27	+ 25	+ 18	+ 11	– 8	+ 19
3			– 66	– 19	+ 12	0	—	—	+ 83	+ 66	– 64	– 29
4			– 78	– 15	—	0	+ 12	+ 9	+108	+102	+ 1	+ 29
5			– 75	– 20	+ 28	+ 17	– 5	– 12	+ 32	—	—	—
6			+ 6	+ 56	—	+ 17	+ 48	+ 50	+ 7	+ 10	– 33	– 13
7			—	+ 71	– 8	– 21	+ 36	+ 29	+ 45	+ 54	– 19	+ 5
8			+386	+428	+ 36	+ 25	– 31	– 29	—	—	– 13	+ 6
9			– 25	+ 23	+ 24	+ 27	– 33	– 30	+ 64	+ 68	—	+ 64
10			– 51	– 1	– 53	– 59	—	—	+ 82	+ 86	– 2	+ 16
11			+ 25	+ 68	– 57	– 61	—	– 10	+ 35	+ 36	– 33	– 14
12			+ 45	+ 82	– 53	– 64	– 28	– 21	– 24	– 14	—	—
13			– 24	+ 2	—	—	– 10	0	+ 27	+ 37	– 26	– 10
14			—	+ 29	– 41	– 54	– 72	– 67	– 77	– 53	– 54	– 47
15			+ 6	+ 17	+ 58	+ 50	– 8	+ 2	—	—	– 48	– 4[illegible]
16			– 3	+ 16	0	– 12	+ 37	+ 42	—	—	– 52	– 44
17			– 34	– 30	+ 1	– 28	—	—	+ 58	—	– 5	+ 6
18			– 2	+ 15	+ 21	– 6	– 7	– 4	+ 34	+ 65	+ 10	+ 8
19			– 1	+ 21	– 5	– 34	+ 89	+ 91	+ 3	+ 31	—	—
20			—	—	—	—	+ 44	+ 52	+ 15	+ 48	+ 23	+ 10
21			—	– 62	+ 25	+ 3	+ 29	+ 26	– 12	+ 20	+ 4	+ 1
22			– 2	– 2	– 19	– 30	+ 39	+ 34	—	—	+ 20	+ 27
23			– 45	– 45	+ 6	+ 6	+107	+102	+ 7	+ 28	+ 50	+ 53
24			– 52	– 60	+ 11	– 2	—	—	– 33	– 1	– 12	– 9
25			– 56	– 68	—	—	+ 23	+ 11	– 15	+ 3	– 58	– 44
26			– 9	– 17	– 37	—	+ 22	+ 18	– 59	– 34	—	—
27	– 3	– 3	– 16	– 33	—	—	+ 82	+ 80	– 50	– 31	– 5	+ 20
28	– 30	– 30	—	– 41	—	– 57	+ 30	+ 27	– 82	– 56	+ 5	+ 43
29	—	– 13	– 14	– 21	+ 16	+ 12	0	+ 4	—	—	+ 20	+ 39
30	+ 29	+ 44			– 25	– 26	– 12	– 15	– 13	+ 17	+ 21	–
31	—	– 13			+ 26	+ 34			+ 22	+ 54		

——— = Inter

1) Aufgerundete Werte.
2) Uhr I mußte angehalten werden, so daß S_q für diesen Tag nicht unabhängi
3) Vgl. Erklärung im Text S. 23.

)elle 7

Iamburg, Greenwich, Paris in Tausendstel-Sekunden
n Tausendstel-Sekunden

Juli		August		September		Oktober		November		Dezember	
S_z	S_q	S_z	S_q	S_z	S_q	S_z	S_q	S_z	S_q	S_z	S_q
− 17	− 2	—	− 3	− 12	− 15			+ 16	+ 12	+ 25	+ 32
+ 23	+ 49	+ 18	+ 25	− 25	+ 9			− 20	− 37	− 1	+ 5
—	—	+ 67	+ 75	—	—			− 29	—	− 63	− 58
—	—	+ 51	+ 55	—	—			− 34	− 51	—	—
—	+ 76	+ 21	+ 17	− 63	− 62			− 81	− 98	− 74	− 58
—	+ 65	− 25	− 29	− 58	− 50			—	—	− 42	− 33
− 1	+ 35	—	—	− 76	− 75			− 105	− 120	− 51	− 51
− 13	+ 24	− 87	− 95	− 10	− 11			− 133	− 145	− 19	− 18
− 43	− 11	− 46	− 52	+ 16	+ 2			− 47	− 59	− 160	− 157
− 32	—	− 20	− 24	− 13	− 24			+ 20	+ 16	+ 309	+ 303
− 48	− 3	− 41	—	—	—	+ 20	+ 20	+ 37	+ 38	—	—
+ 11	+ 36	− 55	− 76	− 19	− 40	+ 51	+ 52	+ 20	+ 24	+ 11	+ 22
− 37	—	− 29	− 42	− 78	− 110	− 66	− 62	—	—	− 47	− 37
+ 31	+ 54	—	—	− 83	− 100	− 4	− 4	− 5	− 6	− 38	− 37
+ 19	− 4	− 10	− 24	− 70	− 74	− 51	− 52	− 43	− 41	− 45	− 43
− 8	+ 3	− 47	− 55		[3]	—	—	− 14	—	− 58	—
− 1	—	− 26	− 34			—	+ 14	− 18	− 8	− 20	− 20
+ 39	+ 48	− 20	− 38			− 59	− 59	− 38	− 31	—	—
+ 34	+ 42	− 28	− 39			− 47	− 48	− 48	− 38	− 110	− 103[2]
− 13	− 10	− 16	− 35			− 11	− 9	—	—	+ 11	− 8
− 75	− 64	—	—			− 71	− 75	− 77	− 82	+ 26	+ 15
− 23	− 23	+ 2	− 10			− 40	− 43	+ 11	+ 20	− 9	− 14
− 44	− 40	− 25	− 36			− 20	—	− 21	− 23	+ 38	+ 32
—	—	− 76	− 89			− 47	− 45	+ 9	+ 11	0	—
+ 14	+ 23	− 60	− 65			− 49	− 45	+ 28	+ 37	—	—
+ 31	+ 36	− 8	− 42			− 85	− 76	+ 20	+ 22	—	—
+ 15	+ 32	− 25	− 36			− 38	− 29	—	—	—	− 164
+ 16	+ 34	—	—			+ 6	+ 17	− 2	+ 7	+ 1	− 2
− 26	− 5	− 44	− 54			− 29	− 23	+ 16	+ 35	− 3	− 1
− 8	+ 14	− 76	− 79			—	—	− 1	+ 16	− 12	− 16
+ 18	—	− 39	− 39			− 10	− 11			+ 7	+ 11

vallgrenzen

von S_z ermittelt werden konnte.

über alle 3 Intervalle, $\bar{G} = -3{,}928$ Sek., überhaupt Schwankungen der absoluten Frequenz F_0 zuzuschreiben sind, oder ob sie nicht etwa auf systematische Änderung des absoluten Fehlers δS_z der zur Berechnung von $\bar{G}$ (bzw. F) dienenden Signalfehler $S_{z,\nu}$ zurückzuführen sind? Für die Wahrscheinlichkeit der zweiten Annahme spricht die Tatsache, daß, Mitte Mai beginnend, das Mittel aus den Signalfehlern der Gruppe Paris und Greenwich ($S_{z,\,\mathrm{west}}$) sich zunehmend nach negativeren Werten von dem Mittel aus den Signalfehlern der Gruppe Potsdam und Hamburg ($S_{z,\,\mathrm{ost}}$) entfernt, im Monat Juni einen maximalen Abstand erreicht und im Juli sich wieder nähert.

Von vornherein ist nicht zu sagen, auf welche der beiden Gruppen von Zeitinstituten, die an und für sich einen stets vorhandenen, hier nicht näher zu erörternden Abstand[1]) von etwa 0,05 Sek. haben, die Verschiebung zurückzuführen ist; es könnten auch beide Gruppen in gleicher Richtung, aber mit verschiedener Amplitude, gegen die richtige Zeit divergieren. Eine Klärung in dieser Frage wäre aber wohl dann zu erwarten, wenn man, von der Annahme ausgehend, daß die Frequenz F_0 der Quarzuhr in der Zeit vom 5. 4. bis 22. 7. konstant geblieben ist, mit dem durch das Gesamtintervall III bis V bestimmten Gang $\bar{G} = -3{,}928$ Sek. die Zeitsignalfehler $S_{q,\nu}$, d. h. ohne Anschluß der Quarzuhr an die Grenztage der Intervalle III/IV und IV/V berechnet. Führt man diese Rechnung aus und bildet man zwischen dem so gewonnenen Signalfehler $S_{z,\nu}$ und den mittleren Signalfehlern der beiden Zeitinstitutgruppen die Differenzen ($S_{z,\,\mathrm{west}} - S_q$) und ($S_{z,\,\mathrm{ost}} - S_q$), so geben diese Differenzen die Abweichung der Zeit der beiden Gruppen von der Zeit der Quarzuhr wieder.

Das Resultat dieser Rechnung ist in Fig. 1 eingetragen. Danach liegt die östliche Gruppe Potsdam-Hamburg im ersten Drittel durchschnittlich mit etwa $+0{,}02$ Sek. über, in den beiden anderen Dritteln mit etwa $-0{,}02$ Sek. unterhalb der Nullinie. Die westliche Gruppe Paris-Greenwich liegt im ersten Drittel durchschnittlich mit etwa 0,02 Sek. unterhalb der Nullinie, beginnt etwa am 11. 5. nach unten abzubiegen, erreicht Mitte Juli mit $-0{,}11$ bis $-0{,}12$ Sek. einen maximalen Abstand und nähert sich am Ende des Intervalles der Nullinie wieder. Nach diesem Verlauf dürfte es, auch wenn man den stets vorhandenen Abstand von 0,05 Sek. beider Gruppen in Rechnung setzt, wohl berechtigt sein, zu schließen,

1) Ab 1. 1. 1933 durch rechnerische Annäherung von Potsdam-Hamburg an Paris-Greenwich um 0,05 Sek. seitens der Zeitinstitute beseitigt.

daß, da die Quarzuhr und die östliche Gruppe Potsdam-Hamburg ihre relative Zeitlage beibehalten haben, die Änderung in der Zeit bei der westlichen Gruppe eingetreten ist. Ohne Hilfe der Quarzuhr, deren Zeitangabe in dem Gesamtintervall unabhängig von Sternbeobachtungen errechnet wurde, würde eine Entscheidung in diesem Sinne, d. h. zugunsten der östlichen

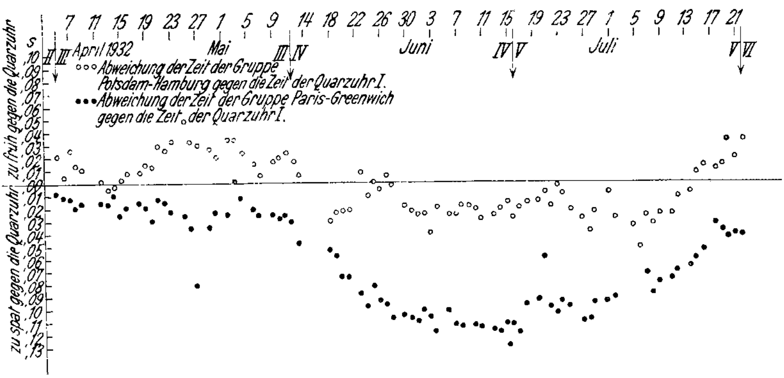

Fig. 1

und zuungunsten der westlichen Gruppe, wohl kaum zu fällen sein. Dies Beispiel lehrt, wie außerordentlich wertvoll bereits jetzt die Quarzuhr in der Kontrolle der Zeitangaben der Zeitinstitute ist.[1])

b) Signalfehler vom 23. 7. bis 31. 12. 32.

20. Die Berechnung der Signalfehler ab 22. 7. konnte nicht mit dem für das III.—V. Intervall gefundenen Gangmittel fortgesetzt werden, da infolge eines Schaltversehens in der elektrischen Zentrale der Reichsanstalt die Thermostatenrelais der Quarzuhren für einige Stunden spannungslos gemacht wurden. Dadurch wurden die Relais außer Betrieb gesetzt, so daß die empfindlichen Kontaktthermometer durch Überheizung sehr beschädigt wurden.

Um die Uhren überhaupt wieder in Betrieb setzen zu können, mußten aus Mangel geeigneter vorrätiger Kontaktthermometer in Uhr I ein dem früheren ähnliches, schon benutztes, in Uhr II ein sehr unempfindliches, ganz neues Kontaktthermometer eingesetzt werden. Dies bedeutete aber, daß genau wie im Frühjahr 1932 bei erstmaliger Inbetriebsetzung

1) Über die größere Differenz zwischen S_z und S_q am Anfang Februar, vgl. Tab. 7, vgl. a. a. O. S. 840.

Ta

Gangdifferenzen

1932 Datum	Januar	Februar	März	April	Mai	Juni
1		−27![2]	+ 4	+ 8	—	− 2
2		− 9	—	+ 1	+ 3	+ 7
3		+ 4	+ 1	—	+10	− 8
4		−16	—	+ 1	−11	+ 7
5		+ 8	− 1	+ 4	—	—
6		+ 5	—	− 9	− 9	+ 8
7		—	+ 1	+ 9	− 6	− 4
8		+ 8	− 2	− 9	—	+ 5
9		− 5	−14	0	+ 5	—
10		− 2	+ 9	—	0	+ 1
11		+ 7	− 2	—	+ 4	− 1
12		+ 6	+ 8	− 4	− 9	—
13		+11	—	− 3	0	+ 3
14		—	+ 2	+ 4	−14	+ 9
15		+15	− 5	− 5	—	+ 2
16		− 9	+ 3	+ 5	—	− 3
17		+16	+18	—	—	− 3
18		−13	− 2	+ 2	− 7	+13
19		− 4	+ 2	+ 1	+ 3	—
20		—	—	− 6	− 5	+11
21		—	− 6	+11	+ 1	−10
22		+21!	−12	+ 2	—	−10
23		+ 1	−10	0	+11	+ 4
24		+ 8	+13	—	−11	0
25		+ 4	—	+ 7	+14	−11
26		− 4	—	− 8	− 7	—
27		+ 9	—	− 2	+ 6	−11
28	0	—	—	+ 2	− 7	−13
29	—	−10	− 9	− 7	—	+19
30	− 16		− 4	+ 7	− 4	—
31	—		− 9		− 2	

der Uhren erneut Erfahrungen über das Altern der Kontaktthermometer während des Betriebes gesammelt werden mußten.

Das Thermometer der Uhr I war gleichzeitig mit den bis zum 22. 7. benutzten Thermometern hergestellt worden, hatte sich aber im Februar bei einer 14tägigen Prüfung in Uhr II als weniger zuverlässig erwiesen. Von ihm war daher zu befürchten, daß außer einer Alterung durch den Betrieb auch eine plötzliche Änderung der Schalttemperatur eintreten könnte. Es zeigte sich dann auch bei fortlaufender Messung der

1) Berechnet nach den *nicht* aufgerundeten Werten der Tab. 7.

2) ! bedeutet „Herausfaller“ eines Zeitinstitutes.

elle 8

Tausendstel-Sekunden

Juli	August	September	Oktober	November	Dezember
+ 3	—	+ 3		+ 4	+10
−11	+15	−37 !		+13	+ 1
—	− 1	—		—	+ 1
—	+ 5	—		0	—
—	+ 8	+33 !		0	−13
—	0	− 7		—	+ 7
−10	—	+ 7		− 3	+10
− 1	+ 5	+ 2		− 3	− 2
+ 5	− 3	+13		0	− 1
—	− 2	− 3		− 8	+ 9
−13 !	—	—		− 5	—
+20 !	+16	+10	− 1	− 3	−17
—	− 8	+11	−13	—	+ 1
+ 2	—	−15	+ 4	+ 4	+ 3
+ 8	+ 2	−13	+ 1	− 3	− 1
+ 4	− 6		—	—	—
—	0		—	− 7	+ 3
+ 2	+10		0	+ 3	—
+ 1	− 1		+ 1	− 4	− 7
+ 5	+ 8		− 3	—	+26 !
− 8	—		+ 5	+15	− 9
+11	− 7		0	−13	− 6
	− 1		—	+11	+ 2
	+ 2		− 6	− 4	—
− 5	− 8		− 5	− 7	—
+ 4	+29 !		− 4	+ 8	—
−12	−23 !		0	—	—
− 1	—		− 2	− 7	− 3
− 3	− 1		+ 5	−10	− 6
− 1	− 7		—	+ 2	+ 6
—	− 4		+ 7		− 8

„momentanen“ Gangänderungen von Uhr I/II, daß etwa am 16. 9. allmählich eine Frequenzänderung der Uhr I eintrat, die auf das Kontaktthermometer zurückzuführen war und die am 10. 10. aufhörte. Da in dieser Zwischenzeit an Uhr II zu Versuchszwecken das Thermometer gewechselt wurde, war leider die Größe dieser Frequenzänderung nicht mit der sonst üblichen Genauigkeit feststellbar. Für die Zeit vom 16. 9. bis 10. 10. haben wir daher keine Signalfehler berechnet.

Am 14. 11. mußte die Heizung des Thermostaten für 30° C an Uhr I verändert werden, da infolge nächtlicher starker Abkühlung des Uhrenraumes die eingestellte Heizung die

Aufrechterhaltung des 30° C-Niveaus nicht mehr schaffte. Diese Änderung zog eine Gangänderung nach sich.

Die Einteilung der Beobachtungszeit vom 23. 7. bis 31. 12. 32 in einzelne Meßintervalle zum Zwecke der Signalfehlerberechnung ist daher durch den Ausfall der Tage vom 16. 9. bis 10. 10. und durch den Eingriff am 14. 11. ziemlich zwangsläufig gegeben: Intervall VI vom 23. 7. bis 15. 9., Intervall VII vom 11. 10. bis 14. 11. und Intervall VIII vom 14. 11. bis 31. 12. 32. Von einer Aufstellung einer Gangtabelle für diese Intervalle sehen wir ab, da infolge der Eingriffe die Gangwerte nicht vergleichbar sind.

21. Die Signalfehler $S_{q,\nu}$ sind wiederum im Vergleich zu den astronomischen $S_{z,\nu}$ in Tab. 7 zusammengestellt. In der Tab. 7 wurden nur die Signalfehler $S_{z,\nu}$ aufgenommen, die sich als das Mittel der Einzelwerte S_z der *vier* Zeitinstitute ergeben. Bis auf einige Herausfaller von $S_{z,\nu}$ — am 26. 8. z. B. durch Hamburg und am 2. 9. durch Potsdam verursacht —, stimmen S_z und S_q wieder sehr gut miteinander überein.

Wir bilden die Differenzen der Gänge des Ko.-Signales nach Quarzuhr I und nach den Zeitinstituten (Tab. 8) als: $(S_{z,\nu} - S_{z,\nu-1}) - (S_{q,\nu} - S_{q,\nu-1})$, wobei wir an Tagen ohne S_z oder S_q die Differenz über den fehlenden Tag hinweg berechneten, (z. B. für 5. 9. 32 ergibt sich die Differenz zu $(-63 + 25) - (62 - 9) = +33$ nach Tab. 7). Wir ordnen die Differenzen in steigenden Wertintervallen und erhalten bei 241 Gangdifferenzen eine Verteilung nach Tab. 9.

Tabelle 9

Verteilung der Gangdifferenzen

Gangdifferenzen Anzahl	%	liegen zwischen
106	44	0,000 und 0,004 Sek.
77	32	0,005 und 0,009 Sek.
39	16	0,010 und 0,014 Sek.
11	5	0,015 und 0,019 Sek.
8	3	0,020 und 0,037 Sek.

Es ergibt sich als mittlerer Einzelwert der Gangdifferenzen ein Betrag von $\pm$ 0,009 Sek. Von diesem Betrag sind nach unserer früheren Mitteilung[1]) $\pm$ 0,001 Sek. als Schwankung des täglichen Ganges der Uhr I, und nach dieser Arbeit, Abs. 17 $\pm$ 0,001 Sek., als Aufnahmefehler des Zeitzeichens (gegeben als Fehler von $t_{\nu\,\mathrm{mittel}}$, Tab. 3) abzuziehen, so daß ein Betrag von

$\pm$ 0,007 Sek.

1) a. a. O. S. 841.

als mittlerer täglicher Gangfehler der mittleren astronomischen Uhr der 4 Zeitinstitute übrigbleibt. Dieses Resultat stimmt mit dem Ergebnis für das erste Halbjahr 1932 von $\pm$ 0,005 Sek. gut überein; der geringe Unterschied wird dadurch bedingt, 1. daß wir unseren Zeitzeichenfehler statt mit $\pm$ 0,002 Sek. nur noch mit $\pm$ 0,001 Sek. ansetzen, 2. daß im zweiten Halbjahr die „Herausfaller“ einzelner Zeitinstitute häufiger sind.

Zusammenfassung

Die Bedeutung verschiedener Frequenz- und Gangwerte der Quarzuhr wird besprochen. Diese, durch Anschluß an das Zeitzeichen ermittelbaren Werte unterscheiden sich hinsichtlich ihrer absoluten Genauigkeit; es wird gezeigt, daß bei einer Meßzeit von etwa 30 Tagen mit einer Übereinstimmung des gemessenen und des absoluten Frequenz- bzw. Gangwertes auf $1—2 \cdot 10^{-8}$ bzw. 0,001—0,002 Sek. gerechnet werden kann.

Da die durch Zeitanschluß gewonnenen Werte nur „Mittelwerte“ sind, wird auf die Wichtigkeit der Messung der „momentanen“ Frequenzänderung und der Änderung der „momentanen“ täglichen Gangdifferenz für den praktischen Gebrauch der Quarzuhren hingewiesen.

Die Meßverfahren zur Messung der „Mittelwerte“ und der „momentanen“ Werte werden beschrieben; die Fehler der Verfahren werden besprochen. Die „momentanen“ Werte können mit einer Genauigkeit von $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ der Frequenz oder $\pm$ 0,0001 Sek. im Gang gemessen werden.

An Hand einiger Tabellen wird der Einfluß der Schwankung der Koinzidenzzeichen des Nauener Zeitzeichens auf den gemessenen Gangwert der Quarzuhr mit $\pm$ 0,001 Sek. und die Konstanz der „momentanen“ Werte der Quarzuhr über eine 1 stündige bzw. über eine 48 stündige Meßreihe mit $\pm$ 0,0001 Sek. im Gang und $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ der Frequenz bzw. $\pm$ 0,0003 Sek. und $\pm 3 \cdot 10^{-9}$ zahlenmäßig nachgewiesen.

Die Signalfehler für das Jahr 1932 werden mitgeteilt. Aus der Gangmessung an Quarzuhr I vom 5. 4. bis 22. 7. wird gefolgert, daß während dieser Beobachtungsdauer bei der Gruppe Paris–Greenwich eine systematische Abweichung von der absoluten Zeit eingetreten sein muß.

Als mittlere Schwankung des Ganges der „mittleren“ astronomischen Uhr ergibt sich $\pm$ 0,007 Sek.

Berlin-Charlottenburg.

(Eingegangen 5. Juli 1933)