Fakultät für Maschinenbau und Schiffstechnik
Lehrstuhl für Werkstofftechnik

Simulation in der Werkstofftechnik – Hausaufgabe 04

In einem eindimensional betrachteten Gebiet liegt eine normal verteilte Partikelkonzentration vor

$$c(x, t=0) = e^{-\frac{x^2}{2\sigma}}.$$

Berechnen Sie mit Hilfe der Finite-Differenzen-Methode den advektiven Stofffluss mit der Transportgeschwindigkeit u**, der durch die DGL**

$$\frac{\partial c}{\partial t} + u \cdot \frac{\partial c}{\partial x} = 0$$

beschrieben werden kann. Hierfür ist ein Excel-Arbeitsblatt anzufertigen, das variable Eingaben für die Parameter u, Δt, Δx **und** σ **ermöglicht. Vergleichen Sie die Stabilität und Genauigkeit für unterschiedliche Differenzenquotienten der Ortsdiskretisierung (vorwärtiger,**

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{c_{i+1} - c_i}{\Delta x}$$

rückwärtiger

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{c_i - c_{i-1}}{\Delta x}$$

und zentraler Differenzenquotient

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{c_{i+1} - c_{i-1}}{2\Delta x}$$ **)!**

Hinweise:

- **Erstellen Sie ein Lösungsschema mit einer höheren Zeitauflösung gegenüber der des Ortes (z.B.** x_1, x_2, $\ldots x_{50}$ **und** t_1, t_2, $\ldots t_{100}$**)!**
- **Als normierte Startwerte können angenommen werden:**
  $\Delta x=0{,}005$**;** $\Delta t=0{,}001$**;** $u=0{,}5$**;** $\sigma=0{,}001$**.**
- **An den Gebietsrändern gilt c=0.**
- **Die analytische Lösung des Randwertproblems lautet:**
  $$c(x,t) = e^{-\frac{(x-ut)^2}{2\sigma}}$$
- **Es genügt ein explizites Lösungsschema ;-)**