

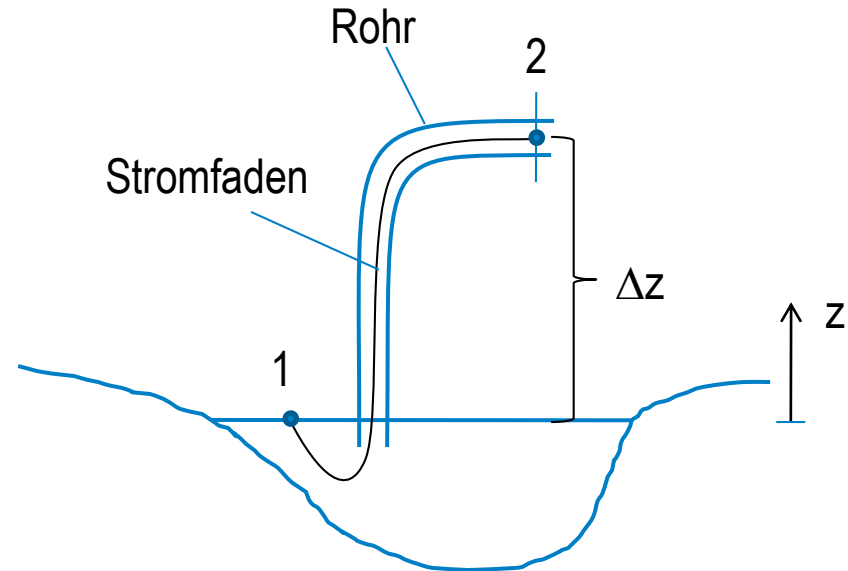
Kolben- und Strömungsmaschinen

Seminar 5

Anlagenkennlinie

Bernoulli-Gleichung

- Strömung ist reibungsfrei und stationär
- Fluid ist inkompressibel
- beschreibt Energieerhaltung ($E_{\text{pot}} \leftrightarrow E_{\text{kin}}$)



$$p_{\text{stat}} + p_{\text{dyn}} + p_{\text{geod}} = \text{konst.}$$

$$p + \frac{\rho}{2} c^2 + \rho g z = \text{konst.}$$

$$p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 + \rho g z_2$$

Druckverluste

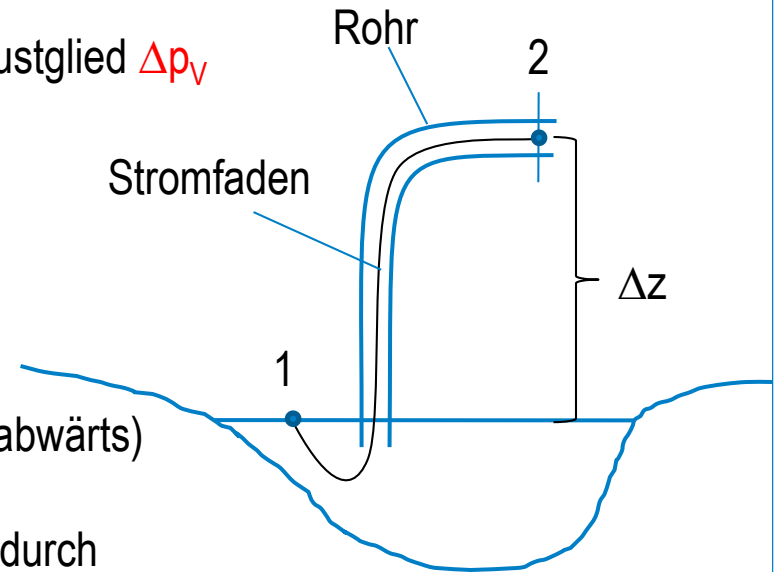
- Abnahme der mechanischen Strömungsenergie beim Durchströmen von Einbauten (Krümmer, Düsen, Diffusoren, Armaturen...) und geraden Rohrleitungen

→ Berücksichtigung durch zusätzliches Druckverlustglied Δp_v

→ **Erweiterte Bernoulli-Gleichung**

$$p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_v$$

- Δp_v auf rechter Seite (in Strömungsrichtung = stromabwärts)
- Verringerung der mechanischen Strömungsenergie (durch Dissipation) stromabwärts



Druckverlustarten

- Rohrreibung (Fluidreibung)

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \lambda \frac{l}{D} c^2$$

l... Rohrlänge
D... Rohrdurchmesser
 λ ... Rohrreibungsbeiwert

- Einbauten (Widerstände)

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \sum \zeta c^2$$

ζ ... Druckverlustbeiwert

Druckverluste Anlage:

- $c = \text{konst}$

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \left(\sum_i \lambda_i \frac{l_i}{D_i} + \sum_j \zeta_j \right) c^2$$

- $c \neq \text{konst}$

$$\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \left(\sum_i \lambda_i \frac{l_i}{D_i} c_i^2 + \sum_j \zeta_j c_j^2 \right)$$

Rohrreibungsbeiwert λ

$$\lambda = f(Re, D, k_s)$$

Re... Reynoldszahl
 D... Rohrdurchmesser
 k_s ... Wandrauheit

- $Re < 2300$ (laminare Strömung)

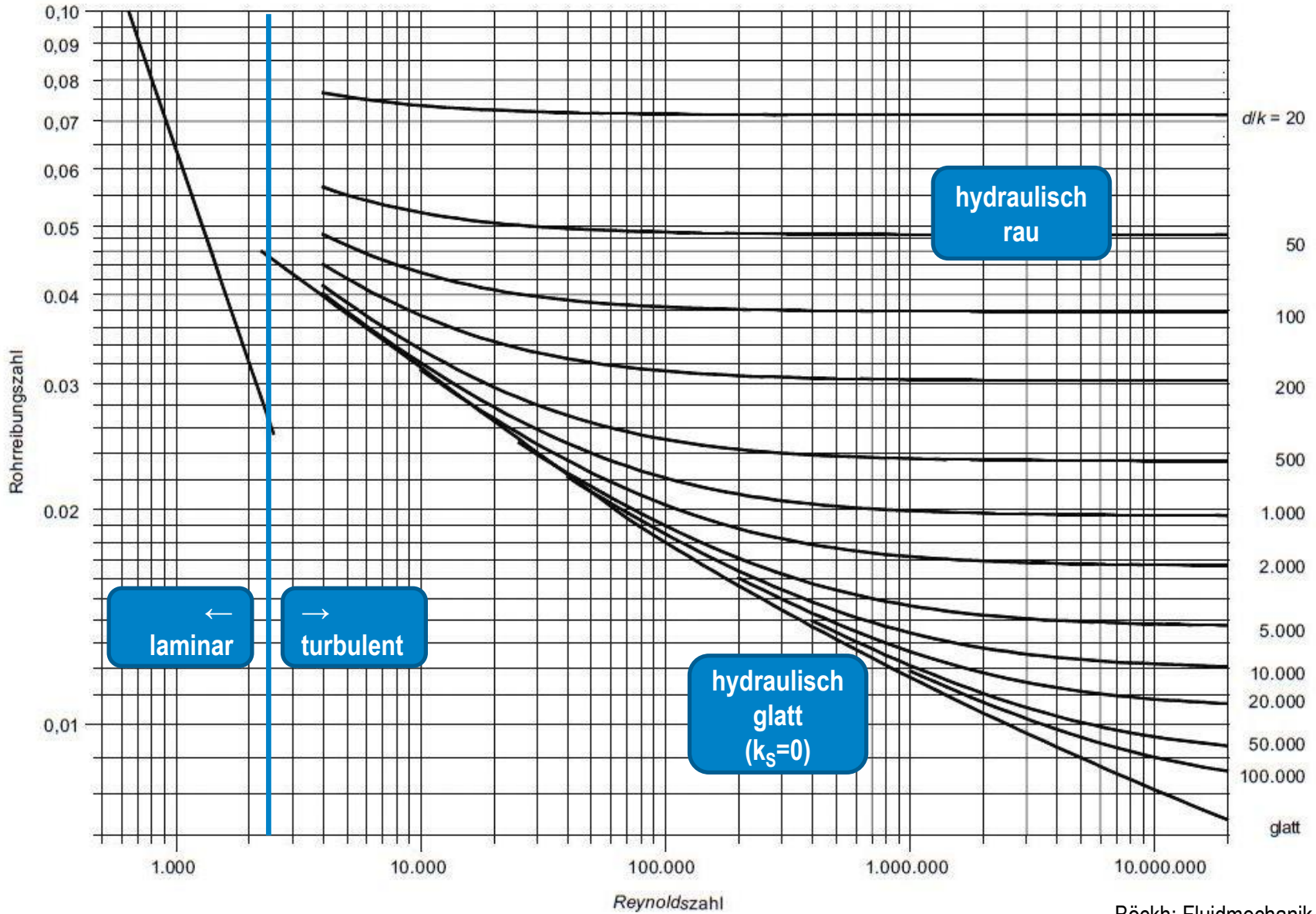
$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad \text{Gesetz von Hagen-Poiseuille}$$

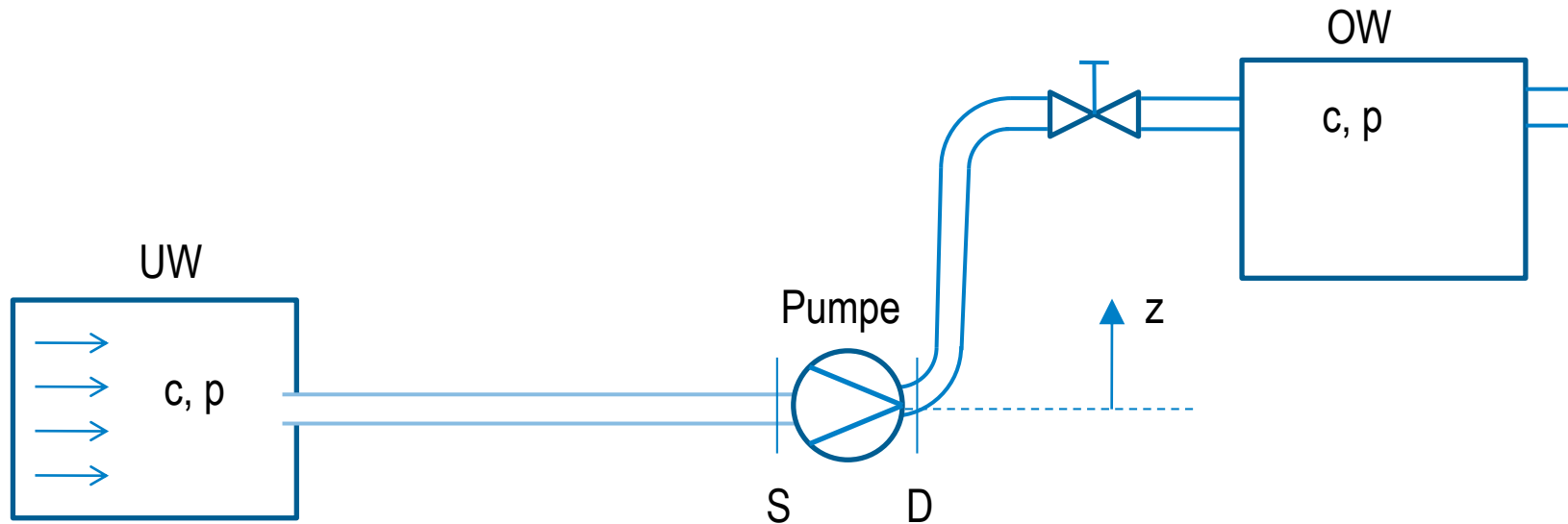
- $Re > 2300$ (turbulente Strömung)
 - Unterscheidung nach hydraulisch glatten und rauen Rohren
 - λ aus Näherungsformeln (Blasius, Nikuradse), Tabellen, Diagrammen (Moody-Diagramm)

Rauigkeitshöhen technischer Rohre

gezogene Metall-, Kunststoff- und Glasrohre	0,0005 bis 0,0015mm
nahtlose Stahlrohre, neu	0,02 bis 0,06mm
nahtlose Stahlrohre, verzinkt, neu	0,07 bis 0,16mm
Stahlrohre nach längerer Benutzung	0,15 bis 3mm
gusseiserne Rohre	0,2 bis 3mm

Böckh: Fluidmechanik, 2013



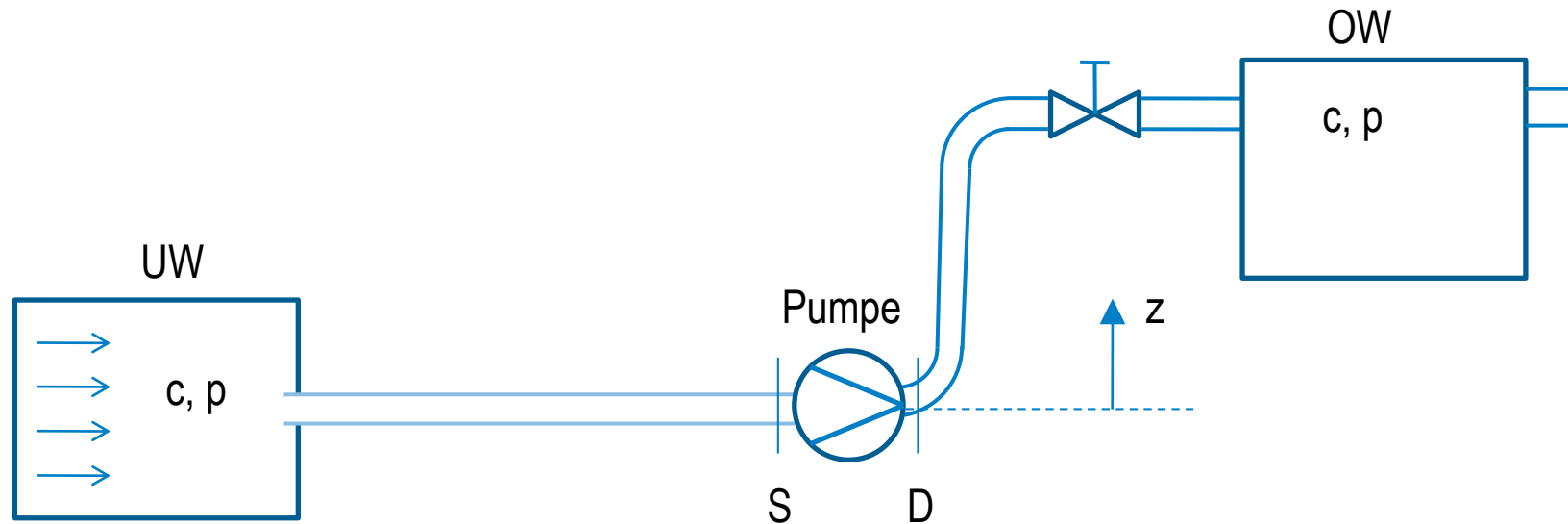


Bernoulli-Gleichung (Saugseite)

$$p_{UW} + \frac{\rho}{2} c_{UW}^2 + \rho g z_{UW} = \underbrace{p_S + \frac{\rho}{2} c_S^2 + \rho g z_S}_{p_{\text{tot},S}} + \Delta p_{VS}$$

Bernoulli-Gleichung (Druckseite)

$$\underbrace{p_D + \frac{\rho}{2} c_D^2 + \rho g z_D}_{p_{\text{tot},D}} = p_{OW} + \frac{\rho}{2} c_{OW}^2 + \rho g z_{OW} + \Delta p_{VD}$$



Zwischen Saug- und Druckseite Energiezufuhr durch Pumpe:

$$\Delta p_{tot,SD} = \Delta p_{tot,Anlage}$$

Die Energiezufuhr muss gleich der von der Rohrleitungsanlage zum Transport des Volumenstromes benötigten Rohrleitungsenergie sein.

Einführung der spezifischen Arbeit Y:

$$Y = \frac{p_{tot}}{\rho} = \frac{p}{\rho} + \frac{c^2}{2} + gz$$

$$Y_S = \frac{p_S}{\rho} + \frac{c_S^2}{2} + gz_S = \frac{p_{UW}}{\rho} + \frac{c_{UW}^2}{2} + gz_{UW} - \frac{\Delta p_{VS}}{\rho}$$

$$Y_D = \frac{p_D}{\rho} + \frac{c_D^2}{2} + gz_D = \frac{p_{OW}}{\rho} + \frac{c_{OW}^2}{2} + gz_{OW} + \frac{\Delta p_{VD}}{\rho}$$

$$Y_{Anlage} = Y_D - Y_S = \frac{p_{OW} - p_{UW}}{\rho} + \frac{c_{OW}^2 - c_{UW}^2}{2} + g(z_{OW} - z_{UW}) + \frac{\Delta p_V}{\rho}$$

$$Y_{Anlage} = \frac{\Delta p_A}{\rho} = gH_N$$

$Y_{A...}$

spezifische Förderarbeit, die notwendig ist, um die Anlage zu durchströmen [m^2/s^2]

$H_N...$

Nutzförderhöhe [m]

$$Y_A = \frac{p_{OW} - p_{UW}}{\rho} + \frac{c_{OW}^2 - c_{UW}^2}{2} + g(z_{OW} - z_{UW}) + \frac{1}{2} \left(\sum_i \lambda_i \frac{l_i}{D_i} c_i^2 + \sum_j \zeta_j c_j^2 \right)$$

Aus der Kontinuitätsgleichung

$$\dot{m} = \rho \cdot \dot{V} = \rho \cdot A \cdot c = \textit{konst}$$

Folgt

$$c = \frac{\dot{V}}{A} \quad \text{und mit} \quad c = \textit{konst}$$

Gilt

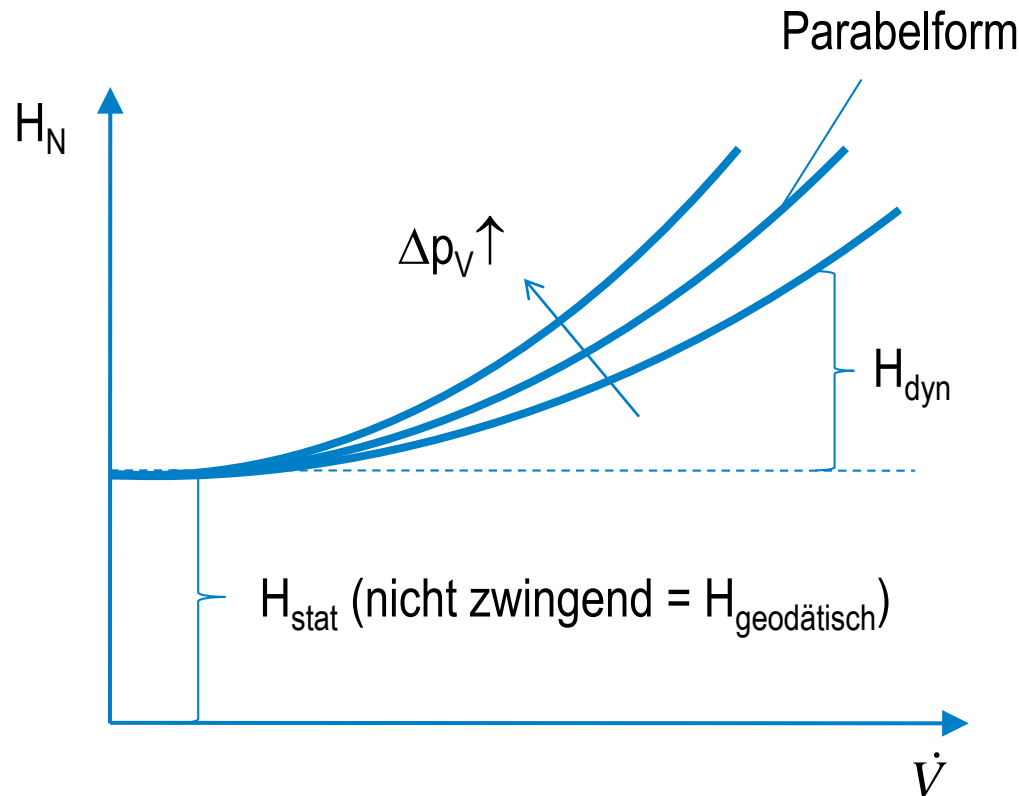
$$Y_A(\dot{V}) = \underbrace{\frac{p_{OW} - p_{UW}}{\rho} + g(z_{OW} - z_{UW})}_{\text{Statischer Anteil, unabhängig von } \dot{V}} + \underbrace{\frac{1}{2} \left(\frac{1}{A_{OW}^2} - \frac{1}{A_{UW}^2} + \sum_i \frac{l_i}{D_i} \frac{\lambda_i}{A_i^2} + \sum_j \zeta_j \frac{1}{A_j^2} \right) \dot{V}^2}_{\text{dynamischer Anteil, abhängig von } \dot{V}}$$

Statischer Anteil, unabhängig von \dot{V}

dynamischer Anteil, abhängig von \dot{V}

$$Y_A(\dot{V}) = Y_{stat} + Y_{dyn}$$

$$H_N = H_{stat} + H_{dyn}$$



Aufgabe 5a

Ein Pumpspeicherwerk arbeitet mit einem unteren und oberen Wasserbecken von je 700.000 m² Grundfläche. Eine Pumpe pumpt das Wasser (Dichte $\rho=1000 \text{ kg/m}^3$, kin. Viskosität $\nu=10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$) durch eine 300 m lange Rohrleitung mit einem Durchmesser von 2 m vom unteren in das 150 m höher gelegene obere Becken (Abstand der Wasseroberflächen). Die Rohre haben eine Wandrauigkeit von $k_s=0,4 \text{ mm}$. Im Nennpunkt wird ein Volumenstrom von 100.000 m³/h gefördert.

Die Einbauten in der Anlage haben folgende Druckverlustbeiwerte ζ :

- 2xRohrkrümmer je = 0,11
- Ventil (halboffen) = 6
- Rohreinlauf = 0,05

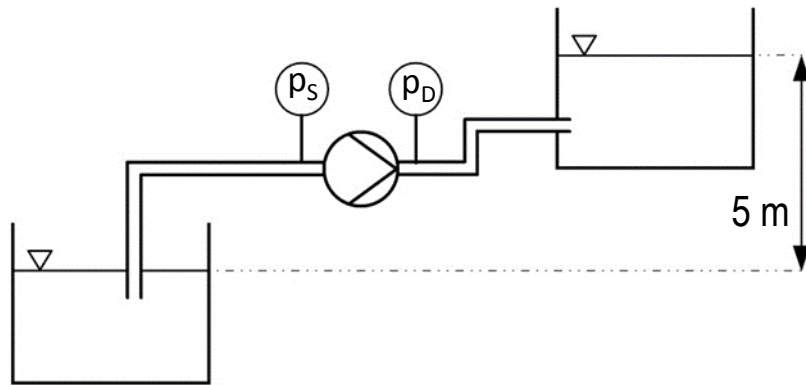
a) Skizzieren Sie das System

b) Ermitteln Sie für den Nennbetriebspunkt folgende Werte:

- mittlere Geschwindigkeit im Rohr
- Rohreibungsbeiwert
- Druckverlust in der Anlage
- Nutzförderhöhe und Gesamtdruckdifferenz, die notwendig sind, um den Nennvolumenstrom zu fördern
- qualitative Anlagenkennlinie

Aufgabe 5b

Untersuchen Sie die dargestellte Pumpenanlage und lösen Sie die folgenden Teilaufgaben.



Leitungsdurchmesser:

$D=50 \text{ mm}$

Volumenstrom im Betriebspunkt:

$Q=8 \text{ m}^3/\text{h}$

Druck am Druckstutzen

(rel. zu Umgebung):

$p_D = 1,0 \text{ bar}$

Druck am Saugstutzen

(rel. zu Umgebung):

$p_S = -0,05 \text{ bar}$

Medium: Wasser

$\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$

- Für das gegebene System ist auf der Grundlage der gemessenen Werte der Druckverlustbeiwert ζ der Rohrleitungsanlage unter Vernachlässigung des Reibungsbeiwertes λ zu bestimmen. Die Volumen der Wasserbecken sind im Verhältnis zum Fördervolumen sehr groß.
- Wie groß muss die Antriebsleistung der Pumpe im Betriebspunkt sein, wenn der Wirkungsgrad $\eta_P=0,8$ ist?
- Geben Sie die Nutzförderhöhe und die spezifische Pumpenarbeit für den Betriebspunkt an.
- Zeichnen Sie die Rohrleitungskennlinie in einem maßstabgerechten H_N - Q -Diagramm. Begründen Sie die Lage des Anfangspunktes dieser Kurve. Um was für eine Kurve handelt es sich im mathematischen Sinne?