

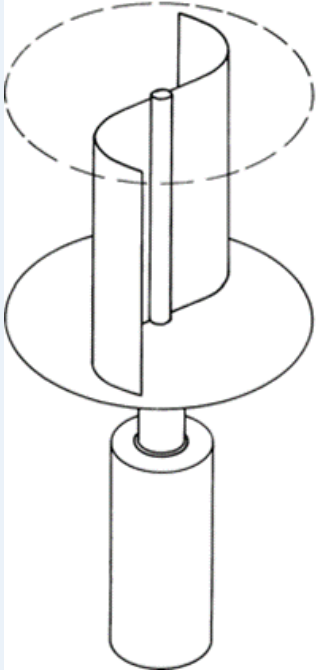

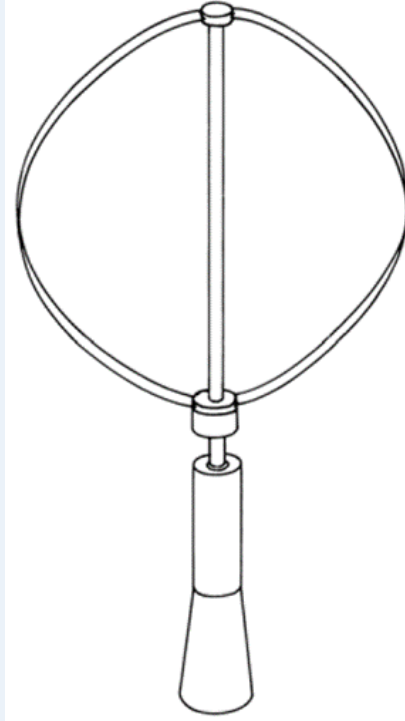
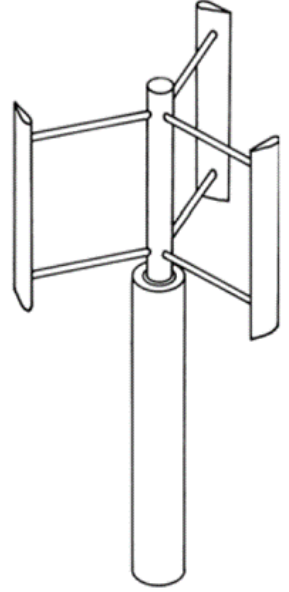
# Kolben- und Strömungsmaschinen

## Seminar 4

### Windturbinen

## Typen von Windkraftanlagen

Unterschied: Bauform und Achsrichtung des Energiewandlers (Rotor)

Widerstandsläufer	Auftriebsläufer	
	Horizontalachsen-Rotoren	Vertikalachsen-Rotoren
<p>Savonius-Rotor</p> 	<p>Propellerbauart</p> 	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <p>Darrieus-Rotor</p>  </div> <div style="text-align: center;"> <p>H-Rotor</p>  </div> </div>

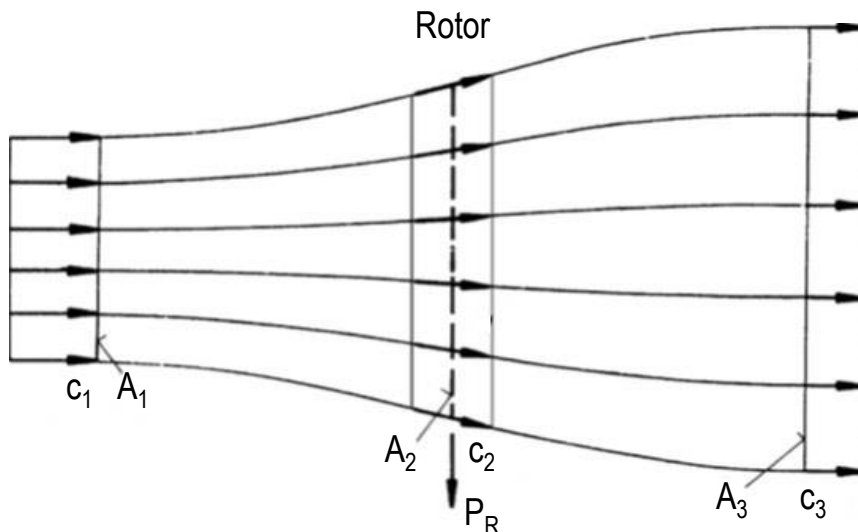
Quelle: Windkraftanlagen, Erich Hau, Springer-Verlag

Windenergie (kinetische Energie)  $E_W = \frac{1}{2} m c^2$

Windleistung:  $P_W = \frac{\dot{m}}{2} c_1^2 = \frac{1}{2} \rho A c_1^3$

Wie viel mechanische Leistung kann daraus entzogen werden?

→ Verringerung der kinetischen Energie → Verzögerung → Aufweitung des Querschnitts!  
(Betrachtung als Stromröhre)



Im Rotor entzogene Leistung:

$$P_R = \frac{1}{2} \rho (A_1 c_1^3 - A_3 c_3^3)$$

**Wann wird die entzogene Leistung maximal?**

$$P_R = \frac{1}{2} \rho (A_1 c_1^3 - A_3 c_3^3) \quad \rightarrow \text{Maximum!}$$

Ansatz 1:  $c_3 = 0 \rightarrow \dot{m} = 0$  Keine Strömung!

Ansatz 2: Maximale Leistung für ein bestimmtes Verzögerungsverhältnis  $c_3/c_1$

Schubkraft (aus Impulssatz)  $F_{Schub} = \dot{m}(c_1 - c_3)$

Prinzip actio = reactio  $P_{Schub} = F_{Schub} \cdot c_2 = \dot{m}(c_1 - c_3) \cdot c_2$

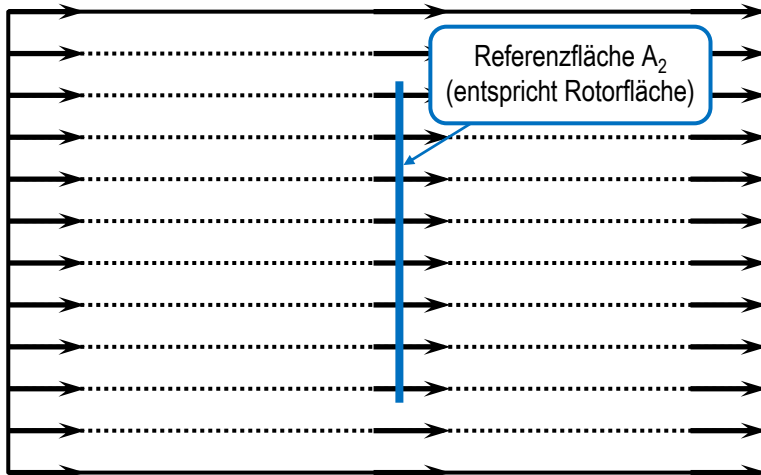
$\rightarrow$  Zwei verschiedene Möglichkeiten, die Rotorleistung auszudrücken!

$$P_R = R_{Schub}$$

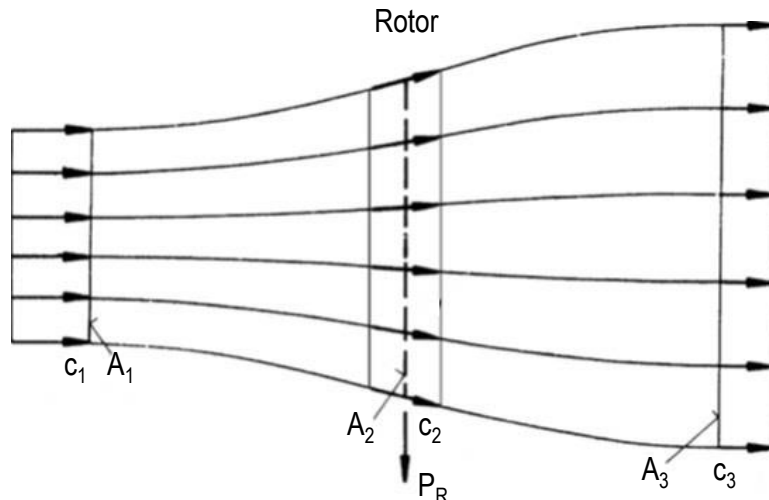
$$\frac{1}{2} \rho (A_1 c_1^3 - A_3 c_3^3) = \dot{m}(c_1 - c_3) \cdot c_2$$

$$c_2 = \frac{1}{2}(c_1 + c_3) \quad \dot{m} = \rho \cdot A_2 \cdot c_2 \quad \rightarrow \quad P_R = \frac{1}{4} \rho \cdot A_2 \cdot (c_1 + c_3) \cdot (c_1^2 - c_3^2)$$

## Leistungsbeiwert eines idealen Windrades



Ungestörter Luftstrom (konstant  $c_1$ )



Stromröhre mit Rotor und Querschnittsaufweitung

Vergleich der im Rotor entzogenen Leistung  $P_R$  mit der Leistung des Luftstroms  $P_W$ , der durch die gleiche Querschnittsfläche  $A_2$  strömt, ohne dass ihm dabei mechanische Leistung entzogen wird

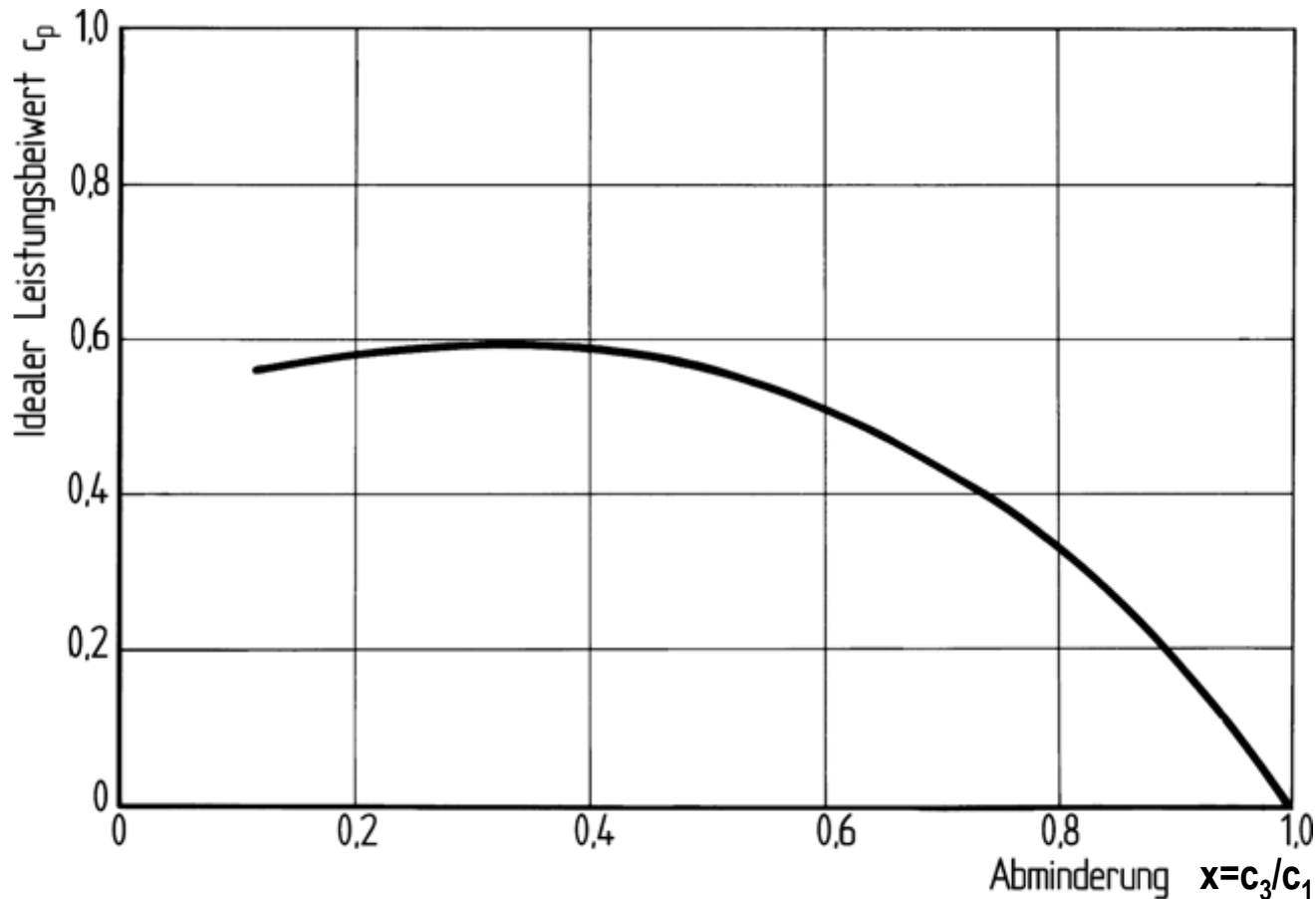
$$C_P = \frac{P_R}{P_W}$$

$$C_P = \frac{\frac{1}{4} \rho \cdot A_2 \cdot (c_1 + c_3) \cdot (c_1^2 - c_3^2)}{\frac{1}{2} \rho A_2 c_1^3}$$

$$C_P = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{c_3}{c_1} \right)^2 \right) \cdot \left( 1 + \frac{c_3}{c_1} \right)$$

## Maximaler Leistungsbeiwert eines idealen Windrades

$$C_{Pmax,Betz} = \frac{16}{27} = 0,59 \quad \text{für} \quad x = \frac{c_3}{c_1} = \frac{1}{3}$$



Verlauf des Leistungsbeiwertes über dem Geschwindigkeitsverhältnis vor und hinter dem Energiewandler

Quelle: Windkraftanlagen, Erich Hau

Windleistung

$$P_W = \frac{\dot{m}}{2} c_1^2 = \frac{1}{2} \rho A_2 c_1^3$$

Leistungsbeiwert

$$c_P = \frac{P_R}{P_W} = \frac{1}{2} \left( 1 - \left( \frac{c_3}{c_1} \right)^2 \right) \cdot \left( 1 + \frac{c_3}{c_1} \right)$$

Verzögerungsverhältnis

$$x = \frac{c_3}{c_1}$$

Windgeschwindigkeit im Rotor

$$c_2 = \frac{1}{2} (c_1 + c_3)$$

Laufraddurchsatz

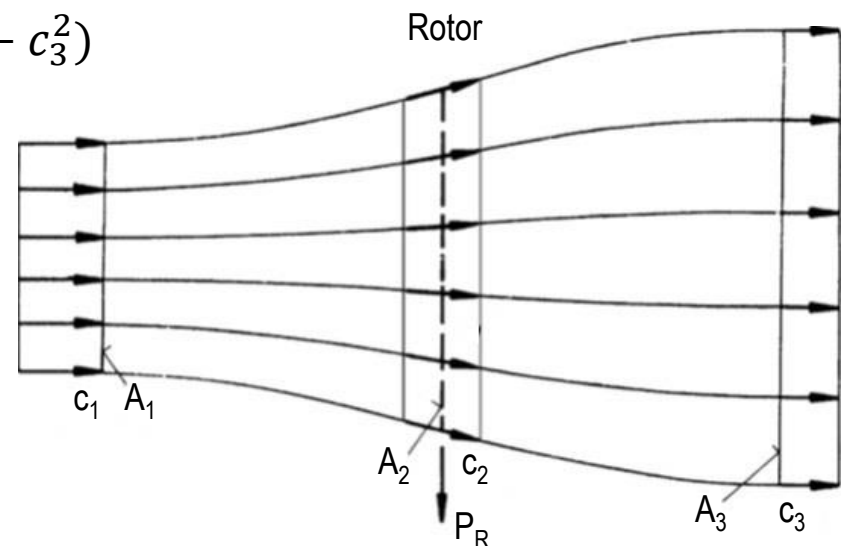
$$\dot{m} = \rho \cdot A_2 \cdot c_2$$

Lauftradleistung

$$P_R = \frac{1}{2} \dot{m} (c_1^2 - c_3^2)$$

Schnellaufzahl

$$\lambda = \frac{u_a}{c_1}$$



## Zunahme der Windgeschwindigkeit mit der Höhe → Potenzansatz nach Hellmann

- Gradient der vertikalen Verteilung der Windgeschwindigkeiten entwickelt sich abhängig von der Rauigkeit des Bodens

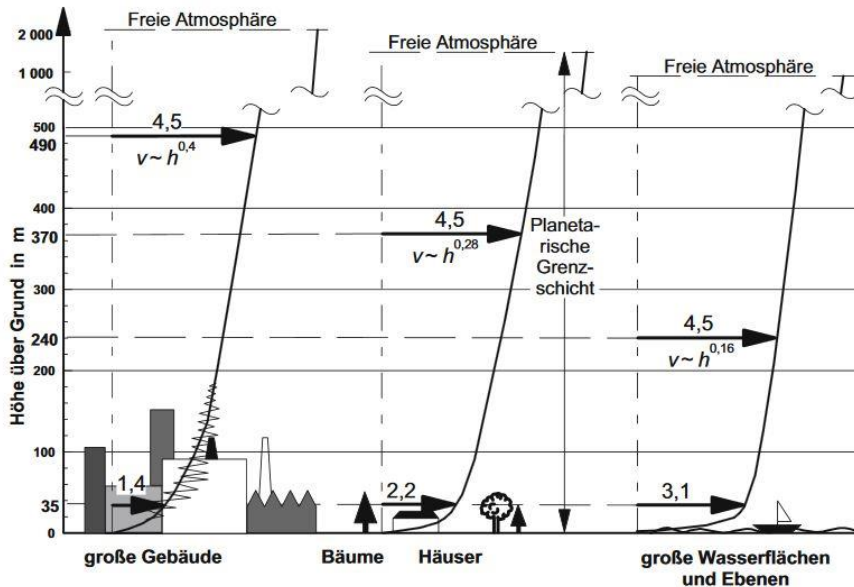
$$c_H = c^* \cdot \left( \frac{H}{H^*} \right)^a$$

$c_H$  mittlere Windgeschwindigkeit

$c^*$  Bezugsgeschwindigkeit (bei Referenzhöhe)

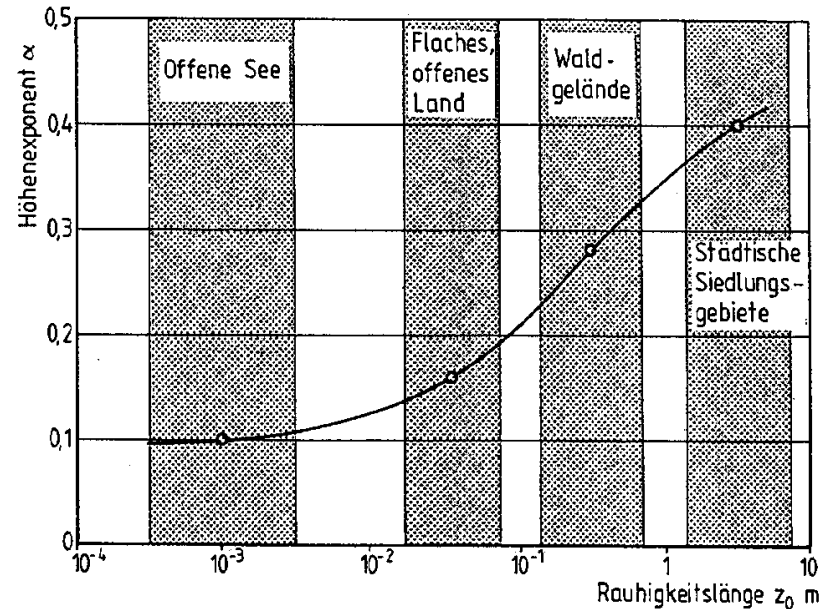
$a$  Höhenexponent

$H^*$  Referenzhöhe (i.d.R. 10 m)



Höhenabhängigkeit der Windgeschwindigkeit

Quelle: Erneuerbare Energien, Martin Kaltschmitt, Springer-Verlag



Hellmann-Exponent für unterschiedliche Geländeformen

Quelle: Windkraftanlagen, Erich Hau, Springer-Verlag

## Aufgabe 4 Windturbine

In einer flachen, offenen Landschaft soll eine 90 m hohe Windkraftanlage errichtet werden. Der Rotordurchmesser beträgt 86 m. Die Umfangsgeschwindigkeit an den Blattspitzen soll 100 m/s nicht übersteigen.

Windmessungen am Standort ergaben eine Windgeschwindigkeit von 8,44 m/s in 10 m Höhe bei einer Luftdichte von  $1,2 \text{ kg/m}^3$ .

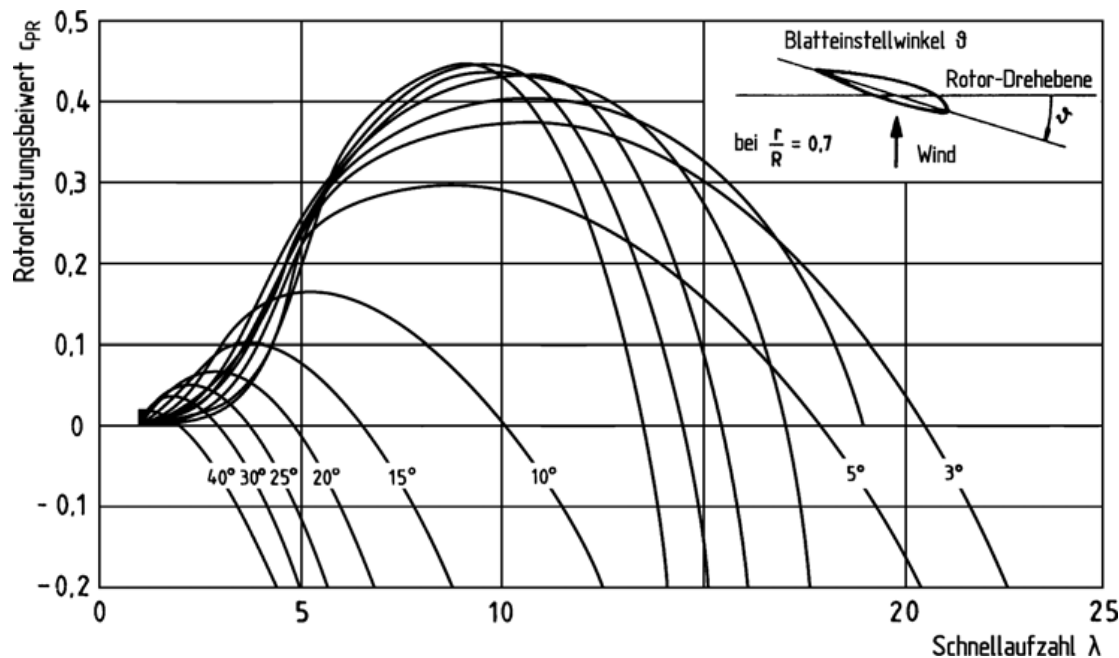
Es wird ein zu erreichender Leistungsbeiwert von  $c_p=0,5$  angenommen.

Ermitteln Sie:

- a) Leistung am Rotor
- b) Drehzahl des Rotors
- c) Massenstrom durch den Rotor
- d) spezifische Laufradarbeit
- e) Schnelllaufzahl  $\lambda$  für Windturbinen
- f) qualitativ das Geschwindigkeitsdreieck am Eintritt
- g) Leistung des Rotors bei Vergrößerung des Durchmessers um 50 %

## Rotorleistungskennfeld

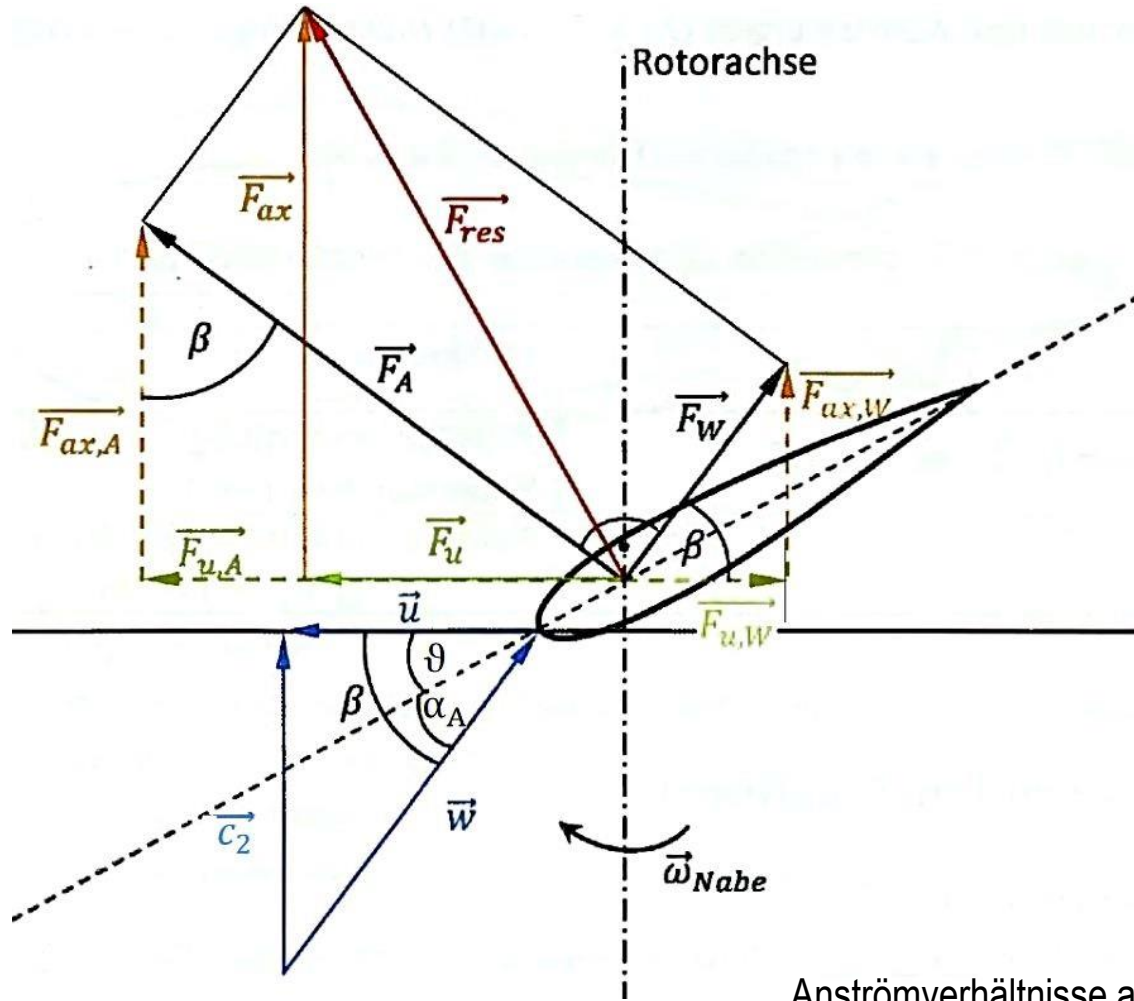
- Leistungsbeiwert wird für bestimmtes Verhältnis von Rotordrehzahl und Windgeschwindigkeit (Schnelllaufzahl) berechnet
  - Wiederholung für mehrere Schnelllaufzahlen: Verlauf des Leistungsbeiwertes über der Schnelllaufzahl
- Rotorleistungsbeiwert bei fester Rotordrehzahl für verschiedene Windgeschwindigkeiten oder bei einer Windgeschwindigkeit für unterschiedliche Rotordrehzahlen



Rotorleistungskennfeld der  
Experimentalanlage WKA-60  
(Rotorblattprofil NACA 4415)

Quelle: Windkraftanlagen, Erich Hau, Springer Verlag

## Geschwindigkeitsdreieck am Rotoreintritt



Anströmverhältnisse am Rotor

Quelle: Seminarunterlagen „Windturbinen und alternative Energiequellen“