

Formelsammlung

Kraft- und Arbeitsmaschinen

Teil Strömungsmaschinen

Lehrstuhl für Kolbenmaschinen und Verbrennungsmotoren
Universität Rostock

Inhaltsverzeichnis

1. Umrechnungen.....	2
2. Grundgleichungen.....	2
3. Druckverluste durch Rohrreibung und Widerstände	3
4. Erweiterte Bernoullische Gleichung (inkompressible, stationäre Strömungen)	4
5. Pumpe und Anlage.....	4
6. Dimensionslose Kennzahlen, Ähnlichkeitsgesetze	5
7. Windenergie	7

1. Umrechnungen

Druckeinheiten	Pa
1 Pa = 1 N/m = 1 kg/(m s ²) =	1
1 bar =	10 ⁵
1 atm =	1,01325 · 10 ⁵
1 mmWS =	9,80665

Energieeinheiten	J
1 J = 1 Nm = 1 Ws = 1 kg m ² /s ² =	1
1 kcal =	4186,8
1 kWh =	3,6 · 10 ⁶

Leistungseinheiten	W
1 W = 1 J/s = 1 Nm/s = 1 kgm ² /s ³ =	1
1 PS =	735,49875

2. Grundgleichungen

Massenstrom: $\dot{m} = \rho \cdot \dot{V}$ $\dot{m} = \rho \cdot A \cdot c$ $[\dot{m}] = \frac{kg}{s}$

Volumenstrom: $\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho}$ bzw. $Q = \frac{\dot{m}}{\rho}$ Q wird in der Pumpentechnik verwendet

$\dot{V} = A \cdot c$ $[\dot{V}] = [Q] = \frac{m^3}{s}$

Kontinuitätsgleichung: $\dot{m} = \rho_1 \cdot c_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot c_2 \cdot A_2 = konstant$ für inkompressible Fluide gilt: $c_1 \cdot A_1 = c_2 \cdot A_2$

Druck: $p = \frac{F}{A} = \rho \cdot g \cdot h$ $[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$

dynamische Viskosität: $\eta = \frac{F_R}{A} \cdot \frac{d}{c}$ F_R : Reibungskraft $[\eta] = \frac{Ns}{m^2}$

kinematische Viskosität: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$ $[\nu] = \frac{m^2}{s}$

Reynoldszahl: $Re = \frac{c \cdot d}{\nu}$ $Re_{krit} = 2320$ für Rohrströmungen

3. Druckverluste durch Rohrreibung und Widerstände

Druckverluste durch:

- Wandrauigkeit $\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot \lambda \cdot \frac{l}{d}$ λ : Rohrreibungsbeiwert
- Widerstände $\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \cdot c^2 \cdot \sum \zeta$ ζ : Druckverlustbeiwert

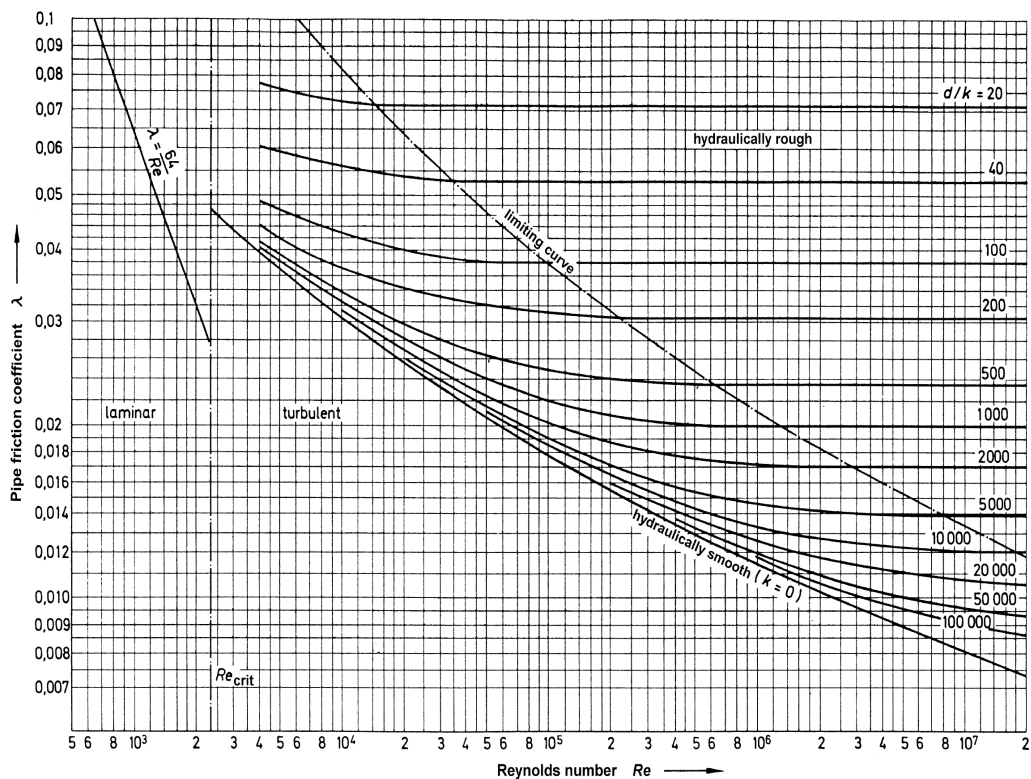
Druckverluste Anlage (inkompressibel):

- $c = \text{const.}$ $\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\sum_i \frac{\lambda_i \cdot l_i}{d_i} + \sum_j \zeta_j \right) \cdot c^2$
- $c \neq \text{const.}$ $\Delta p_V = \frac{\rho}{2} \cdot \left(\sum_i \frac{\lambda_i \cdot l_i}{d_i} \cdot c_i^2 + \sum_j \zeta_j \cdot c_j^2 \right)$

Ermittlung Rohrreibungsbeiwert:

- $Re < 2320$: laminare Strömung $\Rightarrow \lambda_{lam} = \frac{64}{Re}$
- $Re > 2320$: turbulente Strömung $\Rightarrow \frac{d}{k_s}$ berechnen $\Rightarrow \lambda$ aus Moody-Diagramm
 k_s : Wandrauigkeit

Moody-Diagramm:



4. Erweiterte Bernoullische Gleichung (inkompressible, stationäre Strömungen)

Druckgleichung:
$$p_1 + \frac{\rho}{2} c_1^2 + \rho g z_1 + \Delta p_{ges} = p_2 + \frac{\rho}{2} c_2^2 + \rho g z_2 + \Delta p_V$$

Höhengleichung:
$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2g} c_1^2 + z_1 + H = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2g} c_2^2 + z_2 + \frac{\Delta p_V}{\rho g}$$

Energiegleichung:
$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{1}{2} c_1^2 + g z_1 + Y = \frac{p_2}{\rho} + \frac{1}{2} c_2^2 + g z_2 + \frac{\Delta p_V}{\rho}$$

5. Pumpe und Anlage

Eulersche Gleichung für Turbomaschinen:
$$Y_{th} = c_{u2} \cdot u_2 - c_{u1} \cdot u_1$$

theoretische Förderarbeit:
$$Y_{th} = \frac{p_D - p_S}{\rho} + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2} + g(z_D - z_S) + \frac{\Delta p_{V,sp}}{\rho}$$

$$Y_{th} = \frac{M \cdot \omega}{\rho \cdot Q} = \frac{M \cdot \omega}{\dot{m}}$$

spezifische Nutzförderarbeit:
$$Y = \frac{p_D - p_S}{\rho} + \frac{c_D^2 - c_S^2}{2} + g(z_D - z_S) = H_N \cdot g$$

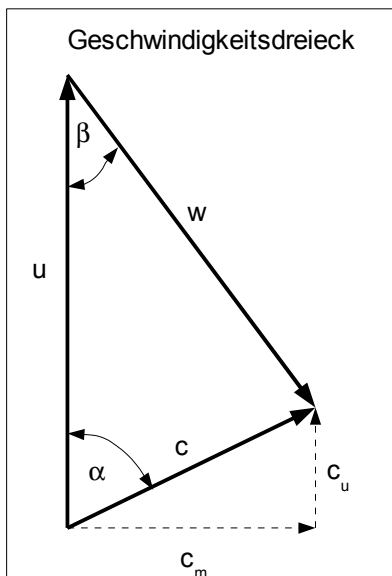
hydraulischer Wirkungsgrad:
$$\eta_h = \frac{Y}{Y_{th}} = \frac{P_U}{P_{th}}$$

Förderleistung:
$$P_U = \dot{m} \cdot Y = Q \cdot \rho \cdot g \cdot H_N$$

Lauftradleistung:
$$P_{th} = M_t \omega = \dot{m} \omega (c_{u2} r_2 - c_{u1} r_1)$$

Netzkennlinie:
$$\Delta p_{ges} = \rho \cdot Y = \rho \cdot g \cdot H_N = (p_{OW} - p_{UW}) + \frac{\rho}{2} (c_{OW}^2 - c_{UW}^2) + \rho g (z_{OW} - z_{UW}) + \Delta p_V$$

Δp_{ges} : Gesamtdruckdifferenz
 H_N : Nutzförderhöhe



6. Dimensionslose Kennzahlen, Ähnlichkeitsgesetze

(Pumpe: x=Austritt;

Turbine: x=Eintritt)

Druckzahl:
$$\Psi = \frac{2 g H}{u_x^2} = \frac{2 Y}{u_x^2}$$

Durchflusszahl:
$$\varphi = \frac{c_{m2}}{u_x}$$

Durchmesserzahl:
$$\delta = \frac{\Psi^{1/4}}{\sqrt{\varphi}} = \frac{1}{2} \sqrt{\pi \sqrt{2}} \cdot D_x \cdot \frac{Y^{1/4}}{\sqrt{Q_x}}$$

Schnellaufzahl:
$$\sigma = \frac{\varphi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} = \sqrt{\pi \sqrt{2}} \cdot n \cdot \frac{\sqrt{Q_x}}{Y^{3/4}}$$

Spezifische Drehzahl:
$$n_q = n \cdot \frac{\sqrt{Q}}{H^{3/4}} = \frac{g^{3/4}}{\sqrt{\pi \sqrt{2}}} \cdot \sigma \quad (= \text{Radformkennzahl})$$

$[n] = \text{min}^{-1}$
 $[Q] = \text{m}^3 \text{s}^{-1}$
 $[H] = \text{m}$

Zusammenhang zwischen den Kennzahlen:

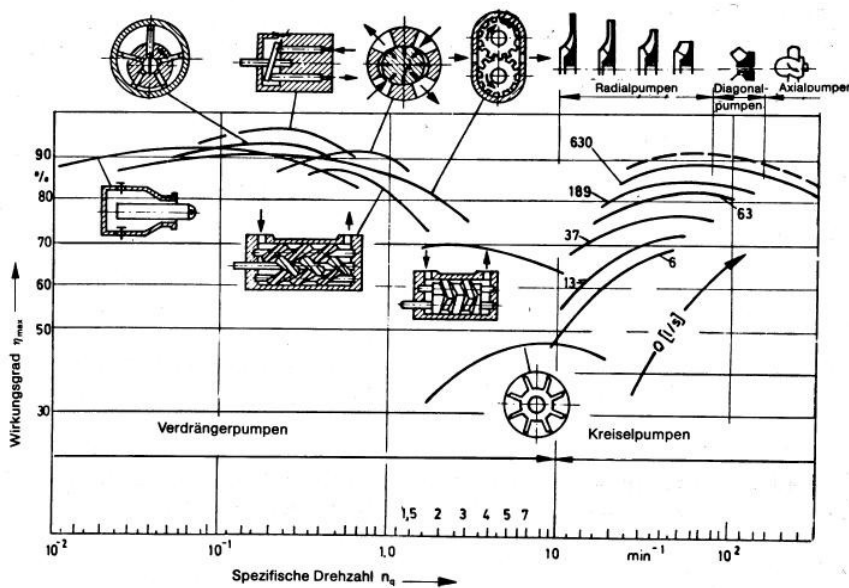
Druckzahl:
$$\Psi = \frac{1}{\sigma^2 \cdot \delta^2}$$
 Durchflusszahl:
$$\varphi = \frac{1}{\sigma \cdot \delta^3}$$

Ähnlichkeitsgesetze (M...Modell, A...Ausführung, für gleiche Stufenanzahl):

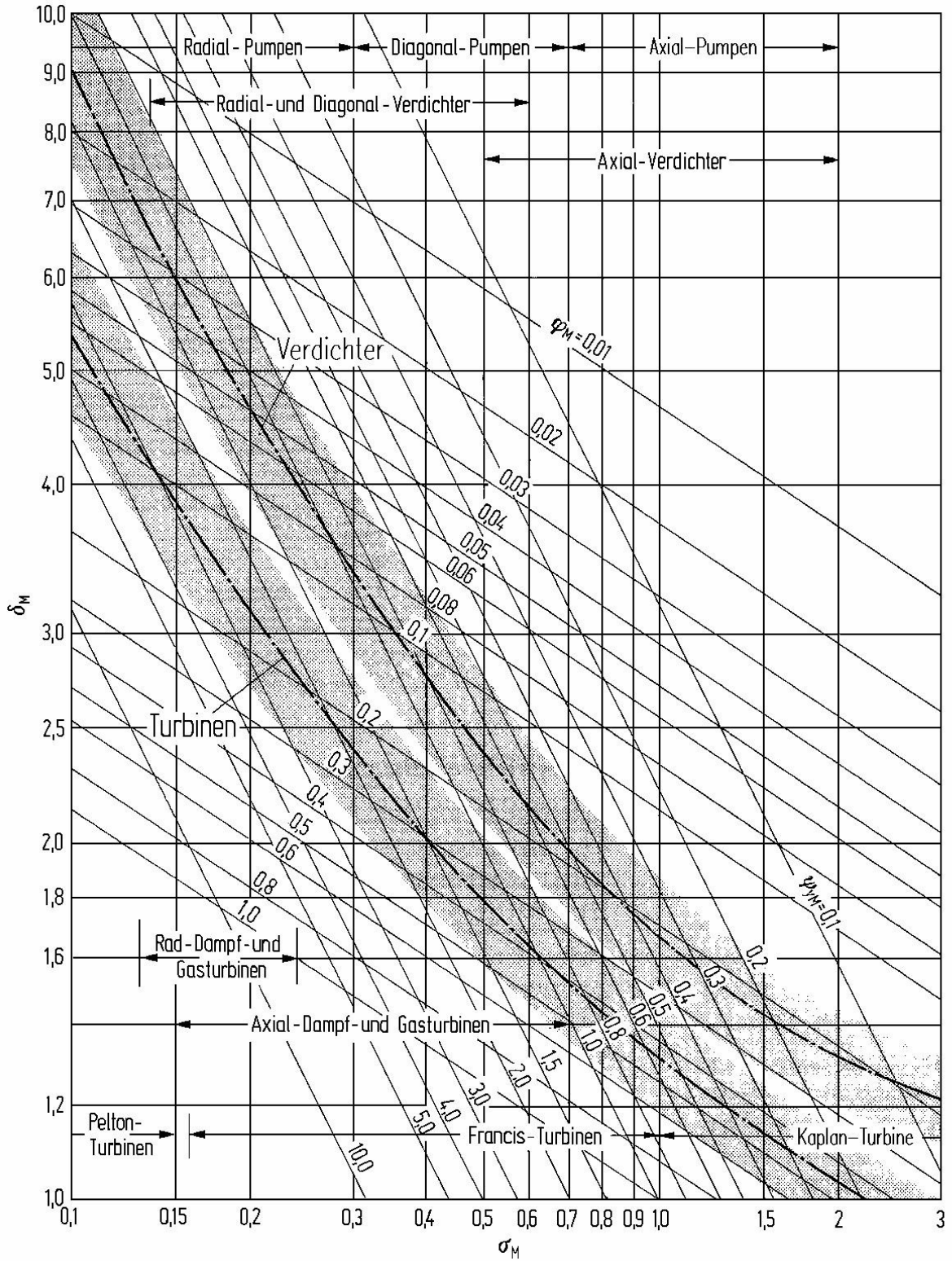
Volumenstrom:
$$\frac{Q_A}{Q_M} = \left(\frac{n_A}{n_M}\right) \cdot \left(\frac{D_{2,A}}{D_{2,M}}\right)^3 \cdot \left(\frac{\eta_{v,A}}{\eta_{v,M}}\right)$$
 Näherung:
$$\left(\frac{\eta_{v,A}}{\eta_{v,M}}\right) = 1$$

Förderhöhe:
$$\frac{H_A}{H_M} = \left(\frac{n_A}{n_M}\right)^2 \cdot \left(\frac{D_{2,A}}{D_{2,M}}\right)^2 \cdot \left(\frac{\eta_{h,A}}{\eta_{h,M}}\right)$$
 Näherung:
$$\left(\frac{\eta_{h,A}}{\eta_{h,M}}\right) = 1$$

Leistung:
$$\frac{P_A}{P_M} = \left(\frac{n_A}{n_M}\right)^3 \cdot \left(\frac{D_{2,A}}{D_{2,M}}\right)^5 \cdot \left(\frac{\eta_M}{\eta_A}\right) \cdot \left(\frac{\rho_A}{\rho_M}\right)$$
 Näherung:
$$\left(\frac{\eta_M}{\eta_A}\right) = 1$$



Wirkungsgrad und Bauform in Abhängigkeit von der spezifischen Drehzahl



Cordierdiagramm

7. Windenergie

Windleistung:
$$P_0 = \frac{\dot{m} \cdot c_0^2}{2} = \frac{\rho}{2} \cdot c_0^3 \cdot A_V$$

Leistungsbeiwert:
$$c_p = \frac{P_{th}}{P_0} = \frac{1}{2} (1+x)(1-x^2)$$

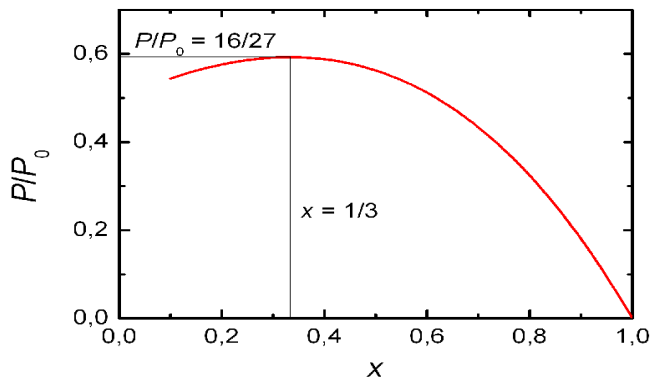
Verzögerungsverhältnis:
$$x = \frac{c_3}{c_0}$$

Windgeschwindigkeit im Laufrad:
$$c_m = \frac{1}{2} (c_0 + c_3)$$

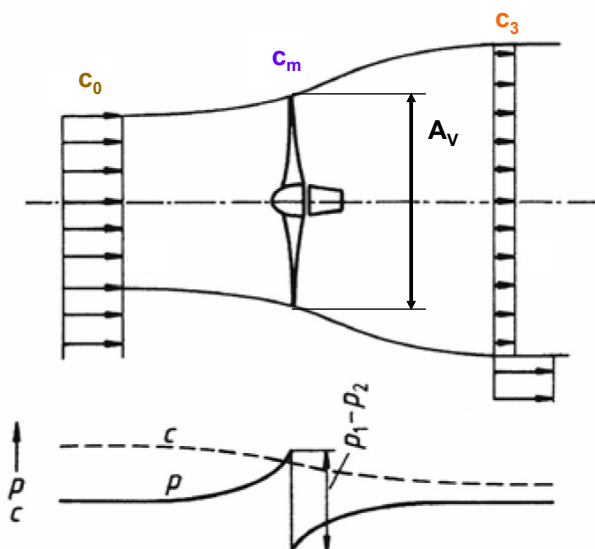
Laufraddurchsatz:
$$\dot{m} = \rho \cdot A_V \cdot c_m = \rho \cdot A_V \cdot c_0 \frac{(1+x)}{2}$$

Lauftradleistung:
$$P_{th} = \frac{\rho}{2} \cdot A_V \cdot c_m \cdot (c_0^2 - c_3^2) = \frac{\rho}{2} \cdot A_V \cdot c_0^3 \cdot \frac{(1+x)(1-x^2)}{2}$$

Schnellaufzahl:
$$\lambda = \frac{u_a}{c_0}$$



Betzsche Leistungskurve



Strahltheorie der Windturbine