

Grundlagen der Strömungsmaschinen und Windturbinen

Euler'sche Turbomaschinengleichung

Lehrstuhl Strömungsmaschinen

Gliederung der Vorlesung

1. Einführung, Einteilung, Historische Entwicklung, Aufbau und Wirkungsweise
2. Strömungsmechanische Grundlagen
3. Energieübertragung am Rotor, Ableitung der Euler'schen Turbomaschinengleichung
4. Ähnlichkeitsmechanik
5. Bestimmung der Hauptabmessungen, Entwurfsschritte
6. Strömungsmaschine im System, Kennlinien, Regelung
7. Kavitation
8. Strömungsmaschinen (Pumpe, Verdichter, Flugzeugtriebwerk)
9. Dampfturbinen
10. Windturbinen
11. Sonderbauarten (Strömungswandler, Seitenkanalmaschinen, Voith-Schneider-Propeller, Gezeitenturbinen)
12. Zusammenfassung

3. Euler'sche Turbomaschinengleichung

Indizierung durch eine Strömungsmaschine (nach Pfeleiderer):

D...druckseitiges Ende der Maschine

S... saugseitiges Ende der Maschine

0... auf der Saugseite des Laufrades, unmittelbar vor den Schaufeln

1... unmittelbar nach dem Eintritt in den Schaufelkanal des Laufrades

2... unmittelbar vor dem Austritt aus dem Schaufelkanal des Laufrades

3... auf der Druckseite des Laufrades, unmittelbar hinter den Schaufeln

4... unmittelbar vor dem Schaufelkanal des Leitrades

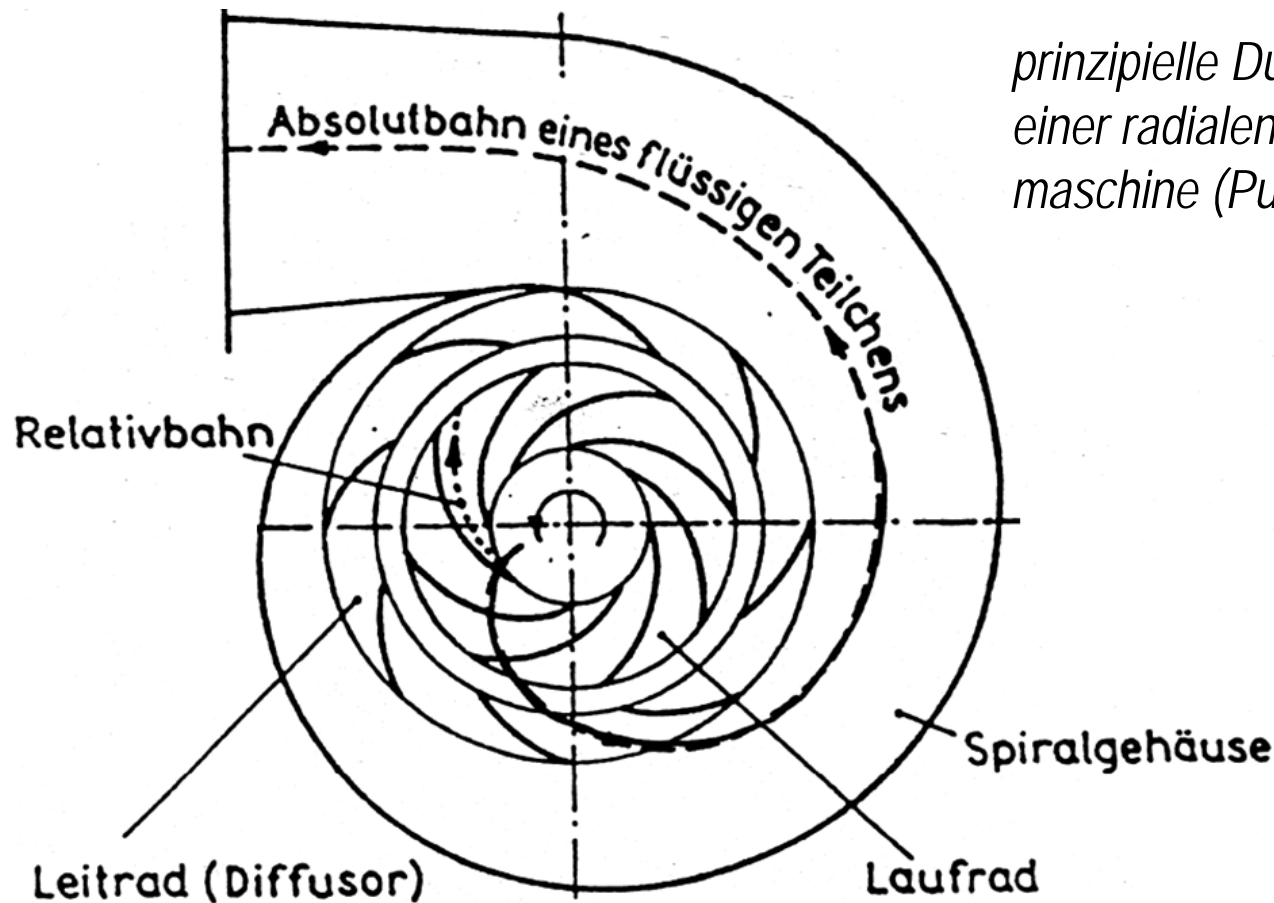
5... unmittelbar nach dem Eintritt in den Schaufelkanal des Leitrades

6... unmittelbar vor dem Austritt aus dem Schaufelkanal des Leitrades

7... unmittelbar hinter den Schaufeln des Leitrades

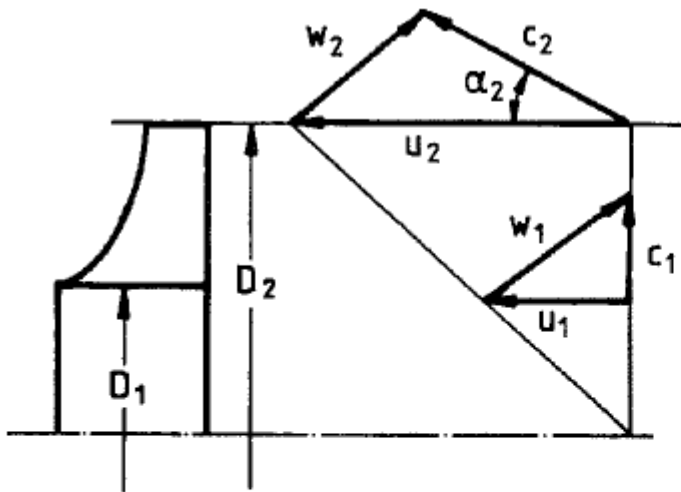
USW.

Für die Gesamtenergiewandlung müssen die Geschwindigkeiten an den Kontrollraumgrenzen (Ein- und Austritt) bekannt sein.

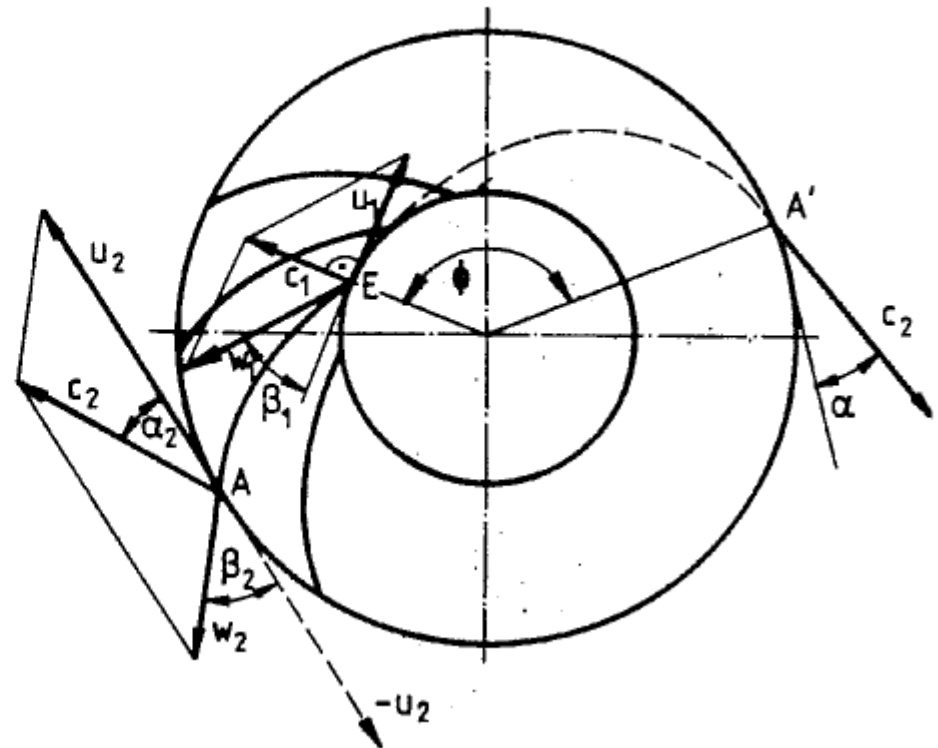


prinzipielle Durchströmung einer radialen Strömungsmaschine (Pumpe)

Strömung durch eine Radialmaschine (Pumpe)

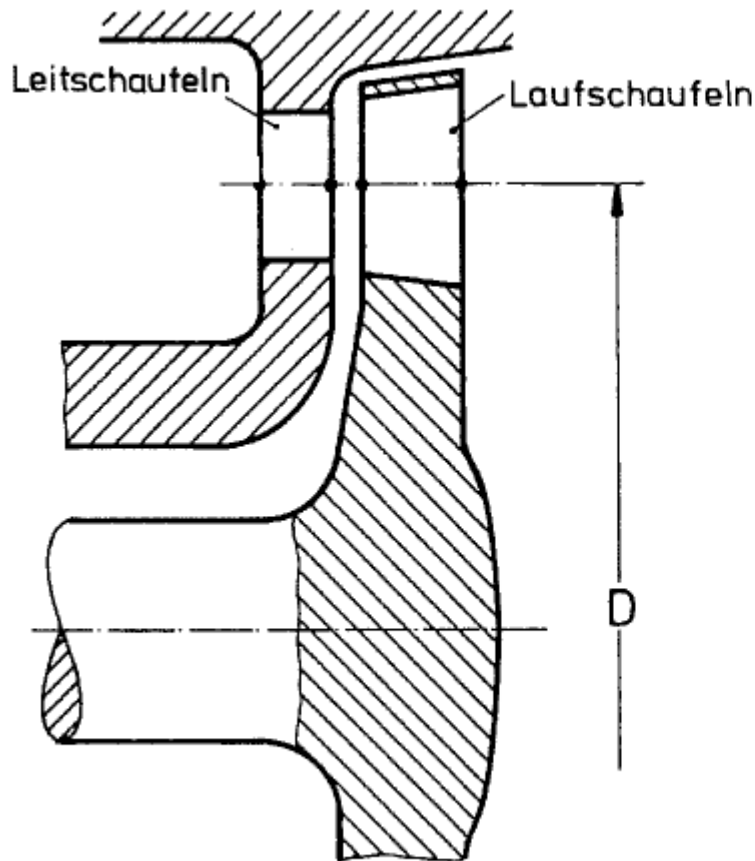


Meridianschnitt

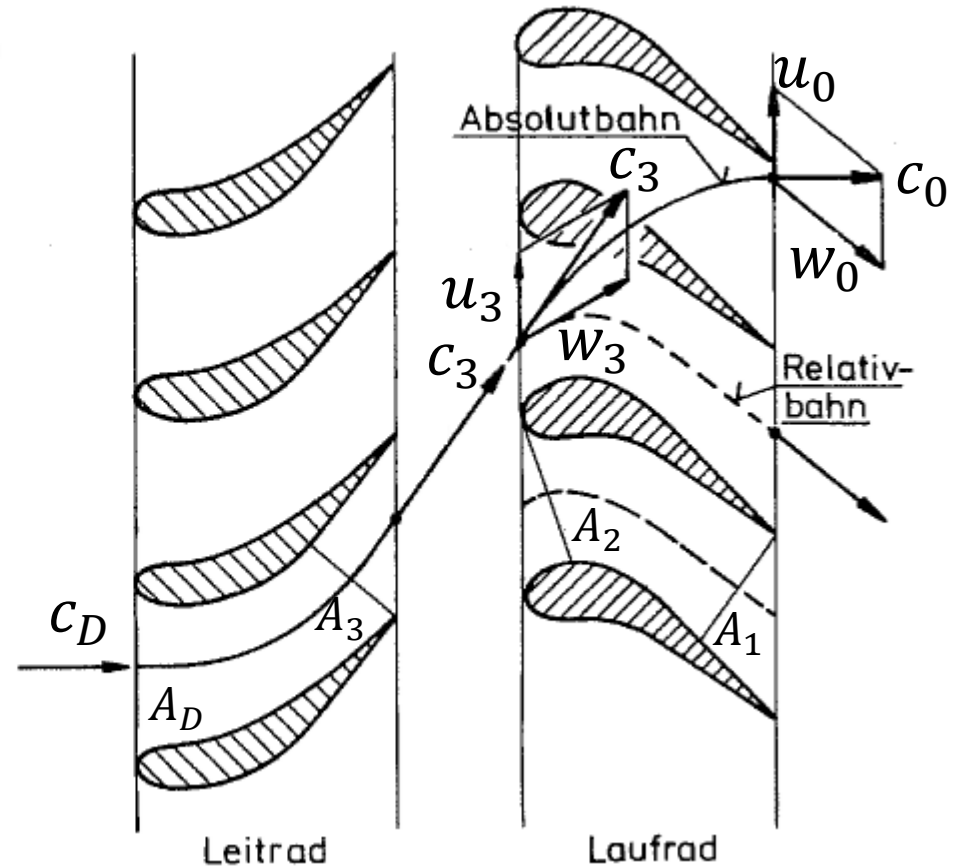


Draufsicht

Strömung durch eine Axialmaschine (Turbine)



Meridianschnitt



abgewickelter Zylinderschnitt

3.1. Drehimpuls

Analog zum Impulssatz stellt der Impulsmomentensatz (Drallsatz, Drehimpulssatz) einen Zusammenhang zwischen **Drehimpuls** (Drall) und **Kraftmoment** her.

Drehimpuls für eine punktförmige Masse:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{I} = m(\vec{r} \times \vec{c})$$

Drehimpuls für eine Masse dm im Kontrollvolumen K:

$$\vec{L} = \int_K (\vec{r} \times \vec{c}) dm$$

Drehimpulsstrom:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \frac{d}{dt} \int_V \rho(\vec{r} \times \vec{c}) dV = \vec{\dot{L}}$$

Drehimpulssatz (Impulsmomentensatz):

$$\underbrace{\int_V \frac{\partial(\rho(\vec{r} \times \vec{c}))}{\partial t} dV}_{\text{lokale zeitliche Änderung des Drehimpulses im Volumen (Kontrollraum)}} + \underbrace{\int_A \rho(\vec{r} \times \vec{c})(\vec{c} \cdot \vec{n}) dA}_{\text{Drehimpulsströme über die Systemgrenzen (Kontrollraumflächen)}} = \underbrace{\sum \vec{M}}_{\text{Summe aller äußeren Momente}}$$

lokale zeitliche Änderung
des Drehimpulses im
Volumen (Kontrollraum)

Drehimpulsströme über
die Systemgrenzen
(Kontrollraumflächen)

Summe aller
äußeren Momente

die Gleichung ist allgemeingültig:

- reibungsfreie und reibungsbehaftete Strömungen
- kompressible und inkompressible Fluide
- stationäre und instationäre Strömungen

Drehimpulssatz für die stationäre Strömung:

$$\int_A \rho(\vec{r} \times \vec{c})(\vec{c} \cdot \vec{n})dA = \sum \vec{M}$$

übertragen auf eine Stromröhre mit konstanten Größen über den Querschnittsflächen (=Stromfaden) folgt:

$$\sum \vec{M} = \dot{m}[(\vec{r}_2 \times \vec{c}_2) - (\vec{r}_1 \times \vec{c}_1)]$$

3.2. Euler'sche Turbomaschinengleichung

Drehimpulssatz für die stationäre Strömung durch eine Stromröhre:

$$\sum \vec{M} = \dot{m}[(\vec{r}_2 \times \vec{c}_2) - (\vec{r}_1 \times \vec{c}_1)]$$

Annahmen:

- Vernachlässigung der Schubspannungen am Ein- und Austritt ($M_\tau < 1\%$ von M_{Sch})
- stationäre Strömung
- kavitationsfreie, homogene Strömung
- unendlich große Schaufelanzahl \rightarrow schaufelkongruente Strömung
- unendlich dünne Schaufeln \rightarrow keine Schaufelversperrung

Drehimpulssatz für den Schaufelkanal:

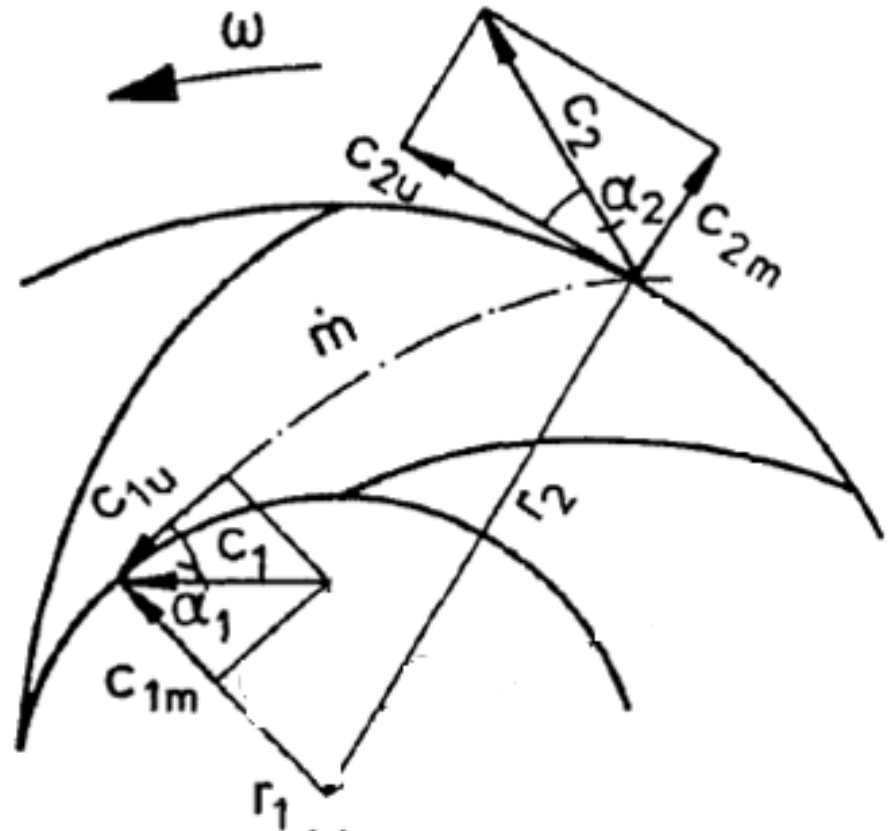
Nur die Umfangskomponente der Absolutgeschwindigkeit c_u erzeugt ein Moment in Drehrichtung.

Eintritt:

$$|\vec{r}_1 \times \vec{c}_1| = r_1 c_{1u}$$

Austritt:

$$|\vec{r}_2 \times \vec{c}_2| = r_2 c_{2u}$$



Aus Gleichung:

$$\sum \vec{M} = \dot{m}[(\vec{r}_2 \times \vec{c}_2) - (\vec{r}_1 \times \vec{c}_1)]$$

folgt somit:

$$\sum \vec{M} = \dot{m}(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u})$$

Für die Summe der äußeren Momente gilt:

- Die statischen Drücke an den Bilanzflächen und die radialen Komponenten der Geschwindigkeit erzeugen keine Kräfte in Umfangsrichtung, da diese Kräfte durch die Drehachse verlaufen
- Momente an der Schaufel = Schaufelmoment M_{Sch}

$$\sum \vec{M} = M_{Sch}$$

Aus Gleichung:

$$\sum \vec{M} = \dot{m}(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u})$$

folgt:

$$M_{Sch} = \dot{m}(r_2 c_{2u} - r_1 c_{1u})$$

mit

$$u = \omega r$$

und

$$P_{Sch} = M_{Sch} \omega$$

folgt weiter:

$$P_{Sch} = \dot{m}(u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})$$

Euler'sche Turbomaschinengleichung

Spezifische Förderarbeit Y :

$$Y_{Sch} = Y_{th} = Y = \frac{P_{Sch}}{\dot{m}}$$

daraus folgt die Euler'sche Turbomaschinengleichung:

$$Y = (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u})$$

→ Energieübertragung durch Dralländerung.

2. Form der Euler'schen Turbomaschinengleichung

Anwendung des Kosinussatzes ergibt für eine

Pumpe=Verzögerungsgitter:

$$Y = \frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2}$$

Turbine (Y negativ) = Beschleunigungsgitter:

$$Y = \frac{w_2^2 - w_1^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} + \frac{c_1^2 - c_2^2}{2}$$

2. Form der Euler'schen Turbomaschinengleichung

$$Y = \underbrace{\frac{w_1^2 - w_2^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2}}_{\text{statischer Anteil}} + \underbrace{\frac{c_2^2 - c_1^2}{2}}_{\text{dynamischer Anteil}}$$

Terme 1 und 2: Durch Erhöhung von u und Verringerung von w (Verzögerung bewirkt Verdichtung der Teilchenmasse) wird der statische Druck im Laufrad erhöht → Erhöhung der potenziellen Energie

Term 3: Erhöhung der Absolutgeschwindigkeit c , hauptsächlich durch Erhöhung von c_u (Drallerzeugung) → Erhöhung der kinetischen Energie

Reale Strömung im Laufrad

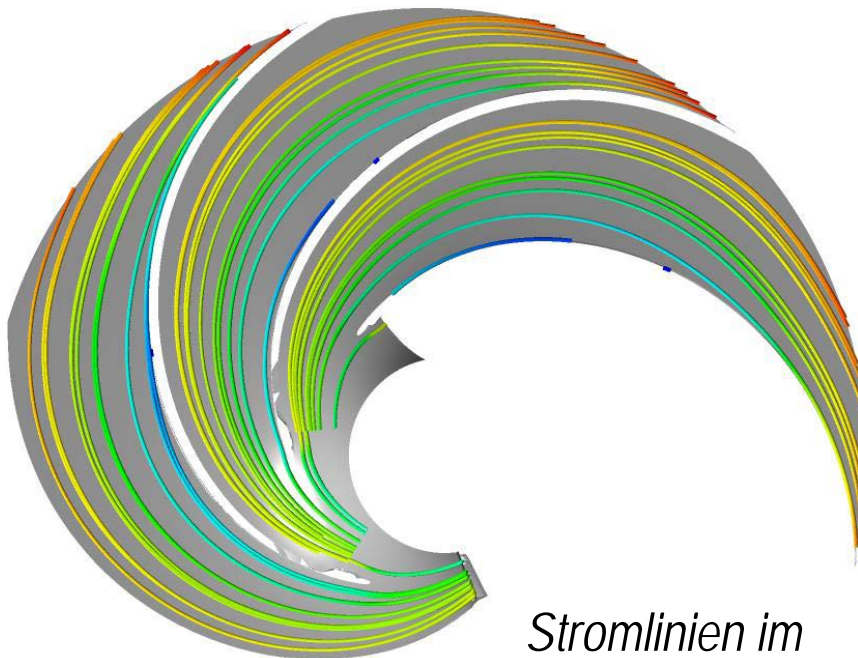
- endliche Anzahl an Schaufeln → Strömung nicht schaufelkongruent,
 - Minderumlenkung, Minderleistung
- Schaufeln nicht unendlich dünn → Schaufelversperrung
 - Beschleunigung des Fluids am Laufradeintritt
 - Verzögerung der Fluids am Laufradaustritt

Betrachtung der Geschwindigkeitszustände kurz vor und direkt hinter dem Laufrad:

$$Y = (u_2 c_{3u} - u_1 c_{0u})$$

Reale Strömung im Laufrad – Minderumlenkung

- Strömung folgt nicht dem Schaufelverlauf
- Austrittswinkel β_3 ist kleiner als Schaufelwinkel β_2



*Stromlinien im
Pumpenlaufrad*

3.3. Vordrall

Die Zuströmung zum Laufrad beeinflusst die Energieübertragung:

- gewollte Realisierung mittels beschaufelter Vordrallregler
- ungewollte Realisierung durch ungünstige bzw. unbekannte Zuströmung

- **drallfreie Zuströmung:** $c_{0u} = 0; \alpha_0 = 90^\circ$
 - $Y = u_2 c_{2u}$
- **Mitdrall:** $c_{0u} > 0; \alpha_0 < 90^\circ$
 - $Y = (u_2 c_{2u} - u_1 c_{1u}) \rightarrow$ Förderhöhe wird reduziert
- **Gegendrall:** $c_{0u} < 0; \alpha_0 > 90^\circ$
 - $Y = (u_2 c_{2u} + u_1 c_{1u}) \rightarrow$ Förderhöhe wird vergrößert

Drallfrei

Mitdrall

Gegendrall

Tafel 12