

Grundlagen der Strömungsmaschinen und Windturbinen

Strömungsmechanische Grundlagen

Lehrstuhl Strömungsmaschinen

Gliederung der Vorlesung

1. Einführung, Einteilung, Historische Entwicklung, Aufbau und Wirkungsweise
2. Strömungsmechanische Grundlagen
3. Ähnlichkeitsmechanik
4. Energieübertragung am Rotor, Ableitung der Euler'schen Turbomaschinengleichung
5. Bestimmung der Hauptabmessungen, Entwurfsschritte
6. Strömungsmaschine im System, Kennlinien, Regelung
7. Kavitation
8. Strömungsmaschinen (Pumpe, Verdichter, Flugzeugtriebwerk)
9. Dampfturbinen
10. Windturbinen
11. Sonderbauarten (Strömungswandler, Seitenkanalmaschinen, Voith-Schneider-Propeller, Gezeitenturbinen)
12. Zusammenfassung

2. Strömungsmechanische Grundlagen

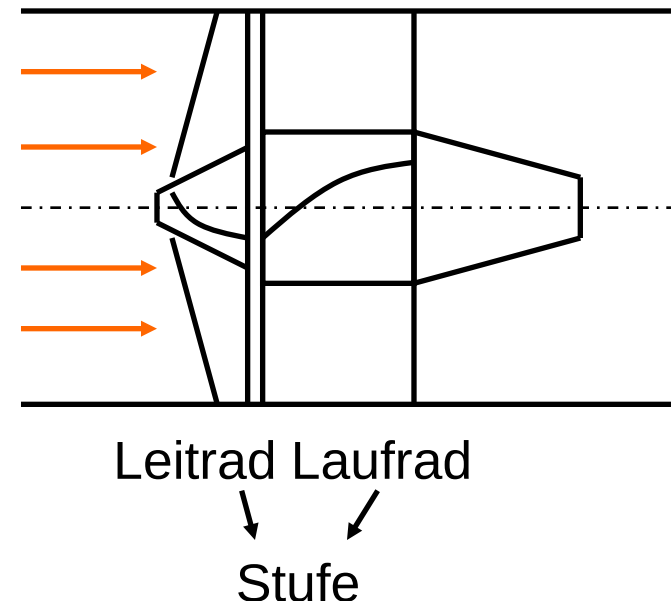
Wirkungsweise Strömungsmaschine:

Lauftrad:

- Energieübertragung durch **Änderung des Drehimpulses (Dralländerung)** mit Hilfe beschaufelter Rotoren

Leitrad:

- Dralländerung bzw. Änderung der Strömungsrichtung ohne Arbeitsübertragung (aber **Energieumwandlung** $E_{\text{kin}} \Leftrightarrow E_{\text{pot}}$)

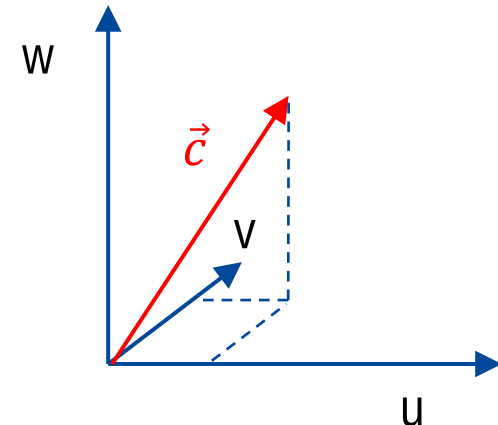


Motivation

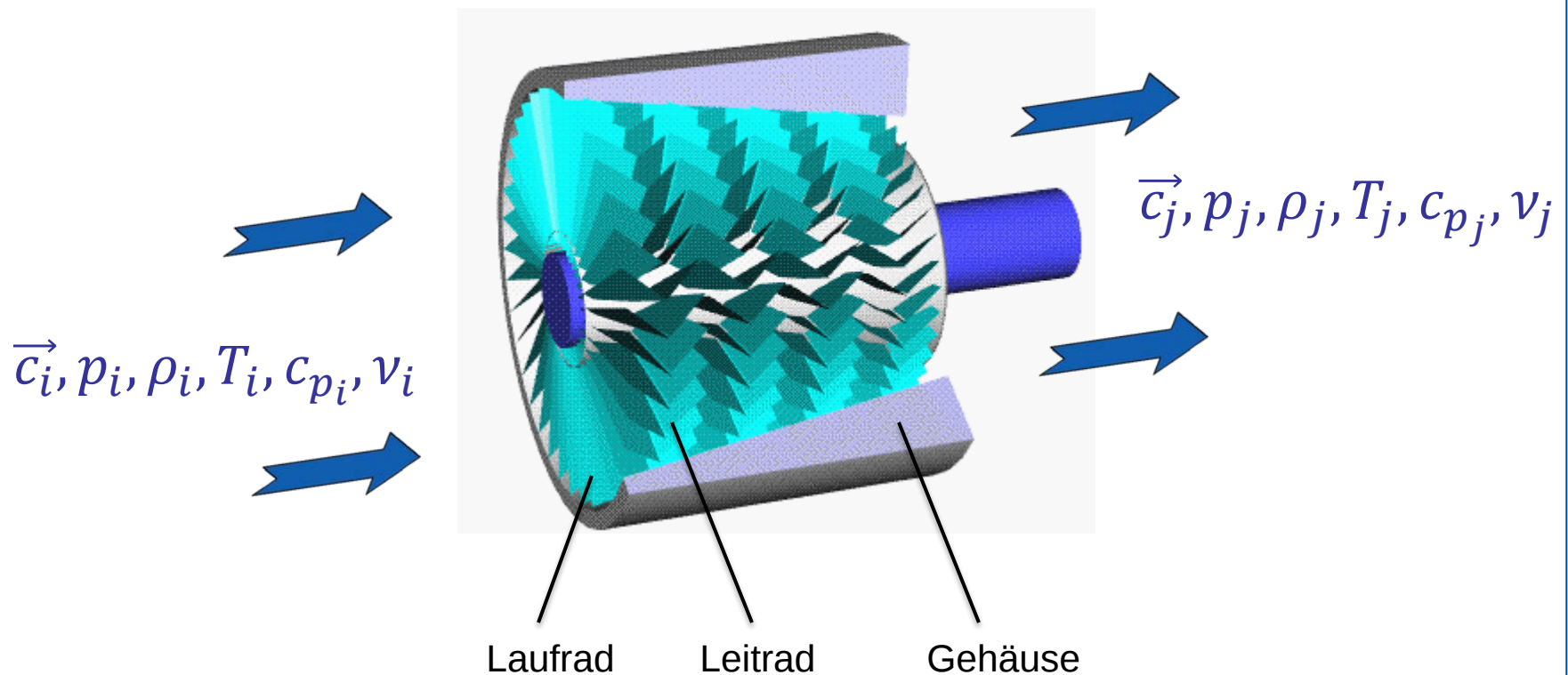
- Die Energieübertragung in Strömungsmaschinen kann zum einen mit der klassischen Thermodynamik behandelt werden, die von Gleichgewichtszuständen und quasistatischen Zustandsänderungen ausgeht.
 - Strömungsmaschine als „Black-box“, über deren Systemgrenzen bilanziert wird.
 - Hierzu wird auf die Vorlesung „Technische Thermodynamik“ verwiesen (z. B. Gasturbinenprozess, Dampfturbine).
- Um die Vorgänge innerhalb der Systemgrenzen (Strömungsmaschine), die auftretenden Kräfte, die Verluste beschreiben zu können, ist die Strömungsmechanik notwendig.
 - notwendig für Auslegung bzw. Konstruktion und Optimierung von Strömungsmaschinen

Eine Strömung wird mit folgenden Größen beschrieben:

- Geschwindigkeitsvektor $\vec{c} = \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix}$ in den Raumrichtungen $\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$
- Druck p
- Dichte ρ
- Temperatur T
- Stoffdaten wie
 - c_p (spez. Wärmekapazität)
 - ν (kinematische Viskosität)



Strömungsgrößen am Beispiel Axialverdichter:



Für die Berechnung dieser Strömungsgrößen werden die Erhaltungssätze für

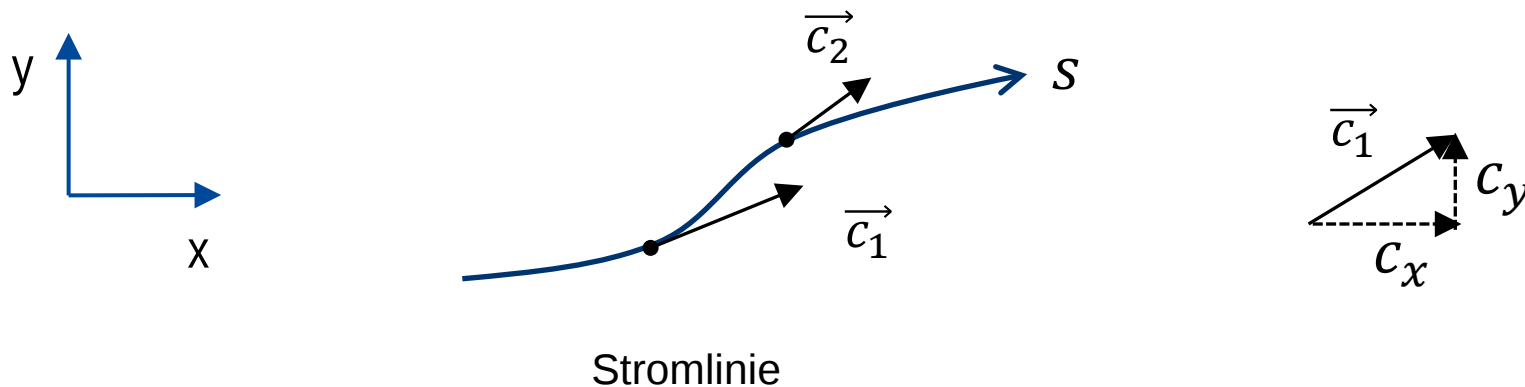
- Masse
- Impuls (Navier-Stokes-Gleichungen)
- Drehimpuls
- Energie

angewendet.

2.1. Stromfadentheorie reibungsfreier Fluide

Stromlinie:

- Stromlinien sind die Kurven im Geschwindigkeitsfeld einer Strömung, die in Richtung der Strömung verlaufen, d. h. deren Tangenten überall die Richtung der Geschwindigkeitsvektoren besitzen

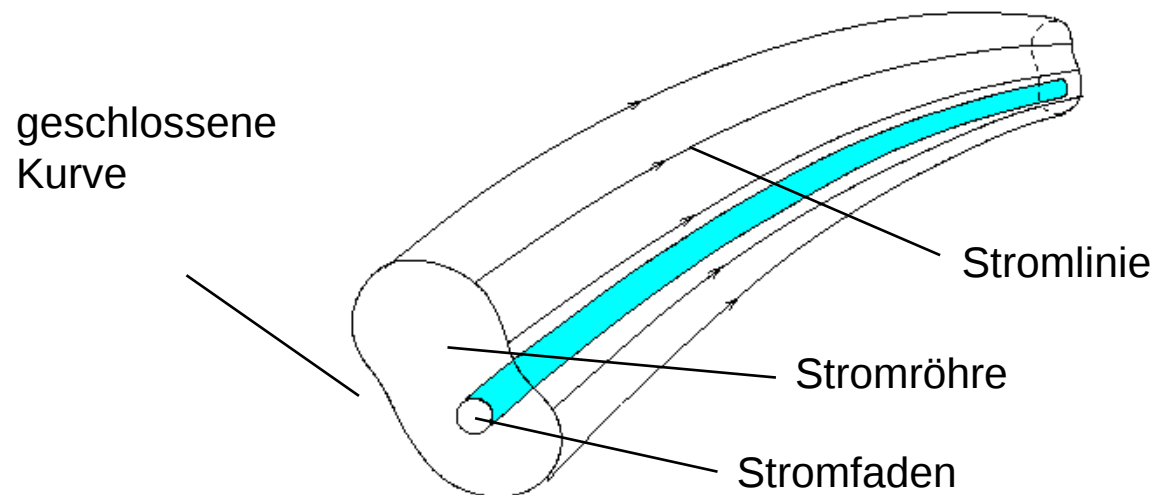


Eigenschaften der Stromlinie:

- Stromlinien haben keinen Knick.
- Stromlinien können sich nicht schneiden.
- Eine Verringerung des Abstandes der Stromlinien zueinander bedeutet im Unterschall eine Beschleunigung der Strömung, im Überschall jedoch eine Verzögerung.
- Eine Aufweitung des Abstandes der Stromlinien zeigen im Unterschall eine Verzögerung der Strömung, im Überschall jedoch eine Beschleunigung.
- Bei gekrümmten Stromlinien nimmt der Druck in zentrifugaler Richtung zu.
- Bei geradlinigen, parallelen Stromlinien gibt es keine Druckänderung quer zur Stromlinie.
- Orthogonal zu Stromlinien verlaufen die Linien konstanten Potentials.

Stromröhre:

- Betrachtung einer ortsfesten geschlossenen Raumkurve
- Stromlinie durch jeden Punkt der Kurve
- Die Stromlinien bilden einen Mantel, der nicht durchdrungen wird.
→ Massenstrom durch Stromröhre ist konstant

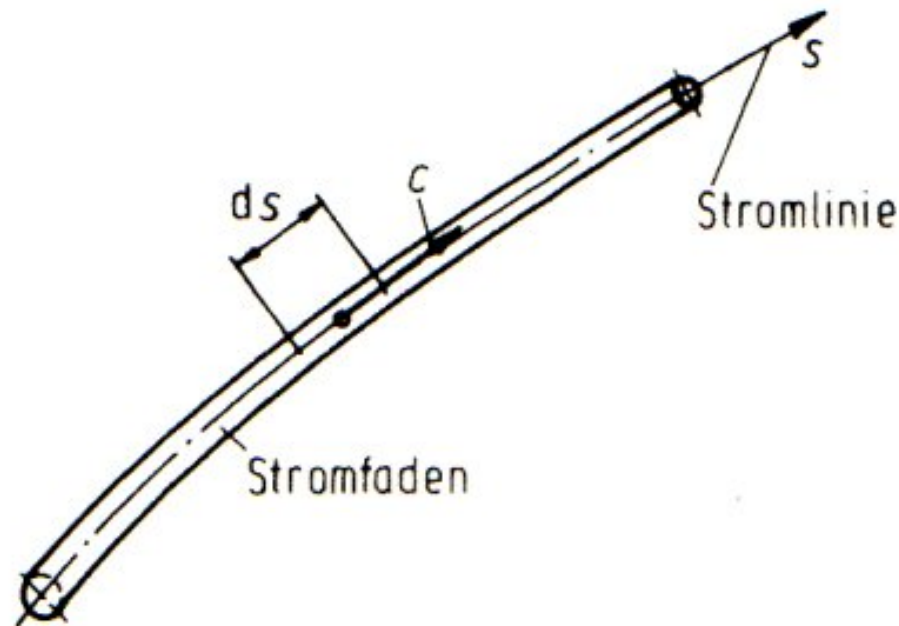


Stromröhre:

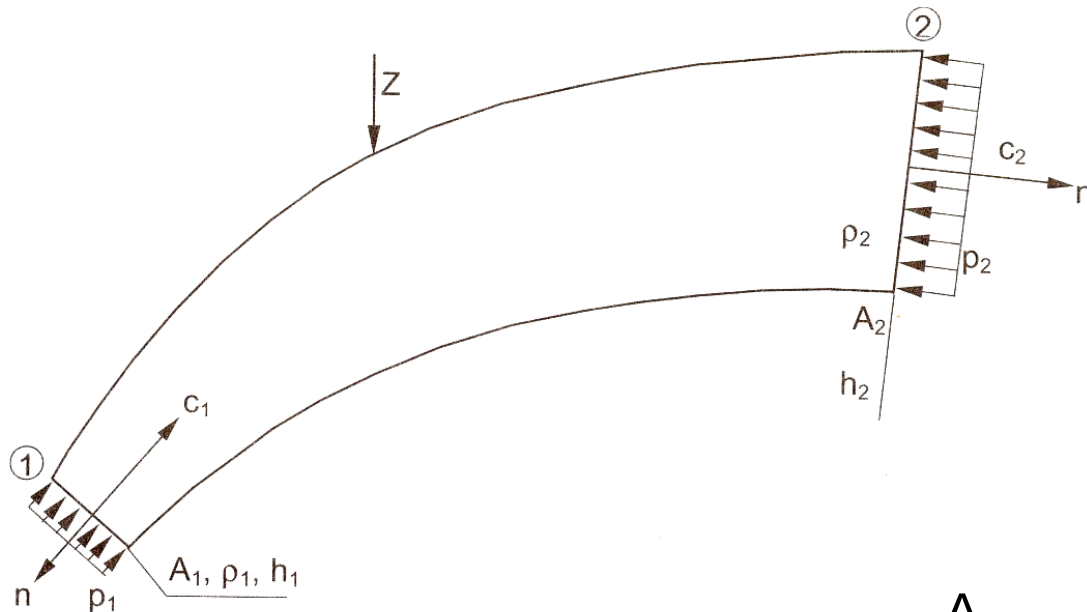
- Mehrere aneinander grenzende Stromfäden können zu einer Stromröhre zusammengefasst werden.
- Druck und Geschwindigkeit können über den Querschnitt unterschiedlich verteilt sein.
- In vielen Fällen ist jedoch eine eindimensionale Betrachtungsweise ausreichend:
 - Strömungsgeschwindigkeit = die mittlere Geschwindigkeit über dem Querschnitt der Stromröhre
 - konstanter Druck über Querschnitt

Stromfaden:

- Verkleinerung des Querschnitts einer Stromröhre soweit, dass alle Strömungsgrößen (c, p, ρ, T, ν) über dem Stromfadenquerschnitt jeweils als konstant angesehen werden können.



Erhaltung der Masse (Kontinuitätsgleichung)



Kontrollvolumen (Stromröhre)

A
 ρ
 c

Kontrollfläche ($A \perp c$)
Dichte des Fluids
Geschwindigkeit

Erhaltung der Masse (Kontinuitätsgleichung)

Die Zunahme an Masse in einem raumfesten Volumen ist gleich dem Zufluss an Masse in das Volumen:

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho(x, y, z, t) dV = - \oint_A \rho \vec{c} dA$$

Erhaltung der Masse (Kontinuitätsgleichung)

Der Massenstrom ist die pro Zeiteinheit durch eine Fläche hindurchtretende Masse

$$\dot{m} = \int_A \rho \vec{c} dA \quad \text{mit: } \vec{c} \perp \vec{A}$$

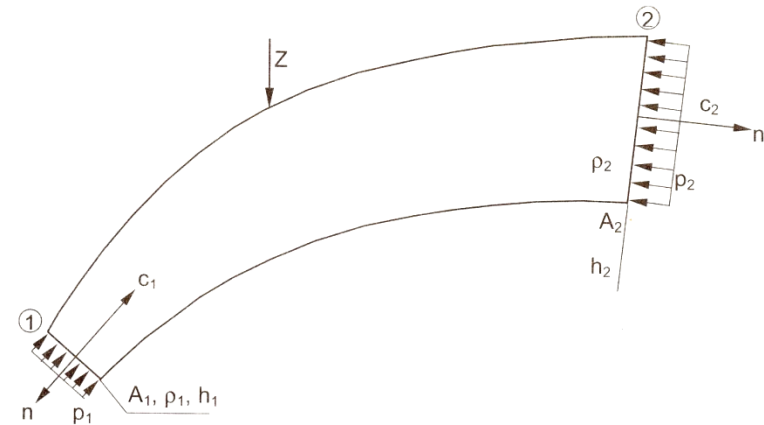
Für den Volumenstrom gilt somit:

$$\dot{V} = \int_A \vec{c} dA$$

Erhaltung der Masse (Kontinuitätsgleichung)

Für den Stromfaden (Stromröhre) gilt somit in differentieller Form:

$$\int_1^2 \frac{\partial \rho A}{\partial t} ds + \rho_2 c_2 A_2 - \rho_1 c_1 A_1 = 0$$



Diese Kontinuitätsgleichung für den Stromfaden ist gültig für:

- instationäre und stationäre Strömungen
- kompressibles und inkompressibles Fluid
- reibungsbehaftetes und reibungsfreies Fluid

Erhaltung der Masse (Kontinuitätsgleichung)

für eine stationäre Strömung gilt somit:

$$\dot{m} = \rho_1 A_1 c_1 = \rho_2 A_2 c_2 = \textit{konstant}$$

und für eine zusätzlich inkompressible Strömung:

$$\dot{V} = A_1 c_1 = A_2 c_2 = \textit{konstant}$$

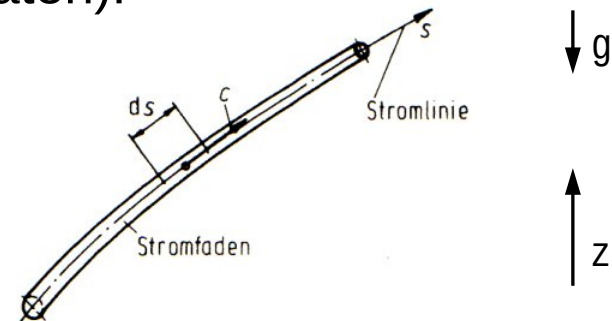
Euler-Bewegungsgleichung

Abgeleitet aus den Navier-Stokes-Gleichungen (siehe Vorlesungen Strömungsmechanik, Hydraulische Strömungsmaschinen) ergibt sich unter folgenden Voraussetzungen:

- Reibungsfreiheit
- Schwerkraft einzige Feldkraft
- c nach t und s differenzierbar
- p nach z und s differenzierbar
- Höhenkoordinate z entgegen Erdbeschleunigung g gerichtet

die Euler-Bewegungsgleichung für das Kräftegleichgewicht in Stromfadenrichtung (in Bahnlinienkoordinaten):

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - g \frac{\partial z}{\partial s}$$



Euler-Bewegungsgleichung

Damit gilt die Euler-Bewegungsgleichung für

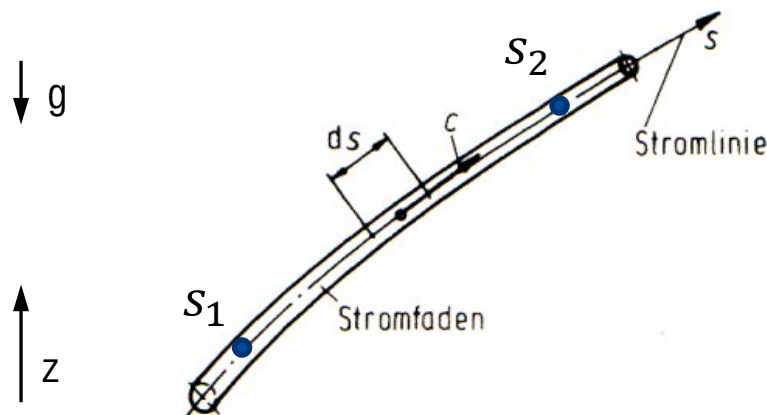
- kompressible und inkompressible Fluide
- stationäre und instationäre Strömungen
- reibungsfreie Strömungen

$$\frac{\partial c}{\partial t} + c \frac{\partial c}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} - g \frac{\partial z}{\partial s}$$

Bernoulli-Gleichung für den Stromfaden:

Durch Integration der Euler-Bewegungsgleichung entlang einer Stromlinie über den Weg s zwischen zwei Punkten 1 und 2 folgt für ein reibungsfreies, inkompressibles Fluid:

$$\int_{s_1}^{s_2} \frac{\partial c}{\partial t} ds + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) + \frac{p_2 - p_1}{\rho} = 0$$



Bernoulli-Gleichung:

Ist die Strömung zusätzlich stationär, ergibt sich die Form:

$$\frac{p}{\varrho} + \frac{c^2}{2} + gz = K = \text{const.}$$

K entspricht einer spezifischen mechanischen Energie.

Bernoulli-Gleichung:

Multiplikation mit ρ ergibt:

$$p + \frac{\rho}{2} c^2 + \rho g z = p_{tot} = konst.$$

p statischer Druck

$\frac{\rho}{2} c^2$ dynamischer Druck

$\rho g z$ geodätischer Druck

p_{tot} Gesamtdruck (Totaldruck)

2.2. Impulssatz

Allgemeiner Impulssatz der Mechanik:

Definition des Impulses:

$$\vec{I} = m \vec{c}$$

mit der punktförmigen Masse m .

Für ein über das Volumen V erstrecktes Kontinuum beträgt die Masse:

$$m = \int dm$$

und sein Impuls analog:

$$\vec{I} = \int \vec{c} dm$$

Allgemeiner Impulssatz der Mechanik:

Der allgemeine Impulssatz (nach Newton) sagt aus:

Die Summe aller äußeren auf m wirkenden Kräfte ist gleich der zeitlichen Änderung des Impulses:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \frac{d}{dt} \int \vec{c} dm$$

Der Impuls ist eine Erhaltungsgröße.

Die zeitliche Ableitung des Impulses wird auch als Impulsstrom bezeichnet:

$$\vec{I} = \frac{d\vec{I}}{dt}$$

Allgemeiner Impulssatz der Mechanik:

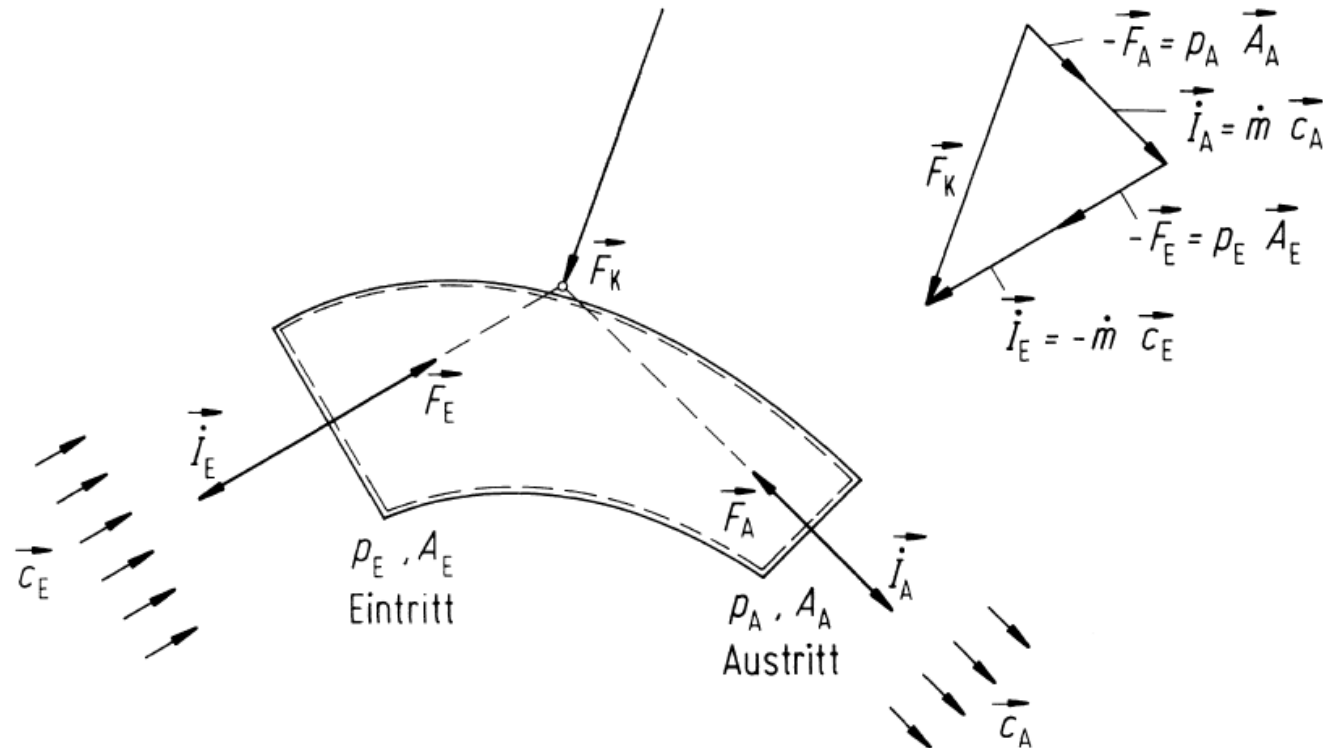
Für den differentiellen Impulsstrom gilt [Fister]:

$$d\vec{I} = \vec{c} \, d\dot{m}$$

Für die **stationäre** Strömung durch einen Kontrollraum K (hier Rohrkrümmer) folgt:

$$\vec{I} = \frac{d\vec{I}}{dt} = \int_K (\rho \, \vec{c}) \, \vec{c} \, d\vec{A} = \sum \vec{F}$$

Anwendung Impulssatz auf Rohrkrümmer:



Für die resultierende Kraft F_K auf das Fluid folgt:

$$\vec{F}_K = \dot{m}(\vec{c}_A - \vec{c}_E) + p_E \vec{A}_E + p_A \vec{A}_A$$

Berechnung eindimensionaler Strömungen (Stromröhre):

Kontinuitätsgleichung für stationäre Strömungen:

$$\dot{m} = \rho c_1 A_1 = \rho c_2 A_2 = konst$$

Bernoulli-Gl. für inkompressible, stationäre und reibungsfreie Strömungen:

$$p + \frac{\rho}{2} c^2 + \rho g z = konst.$$

Impulssatz für stationäre Strömungen:

$$\int_A \rho \vec{c} (\vec{c} \cdot \vec{n}) dA = \sum \vec{F}_a$$