

Übungsaufgaben Serie 12

(sind vor Beginn der 12. Übung am 14.01.2015 mit Rechenweg abzugeben)

(12a) Berechnen Sie für die Matrix:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

die Inverse, die Eigenwerte und die normierten Eigenvektoren.

[5 Punkte]

(12b) Lösen Sie das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{array}{rrcrcl} 2x & + & 2y & + & 3z & = & 6 \\ 2x & + & y & & & = & 3 \\ x & + & 2y & + & 3z & = & 0 \end{array}$$

in Matrixschreibweise.

[5 Punkte]

(12c) Lösen Sie das folgende lineare Differentialgleichungssystem:

$$\begin{array}{lcl} \frac{dx}{dt} = y & ; & x(t=0) = x_0 \\ \frac{dy}{dt} = x & ; & y(t=0) = y_0 \end{array}$$

in Matrixschreibweise.

[5 Punkte]

(12d) Formulieren Sie aus der gewöhnlichen Differentialgleichung 2. Ordnung

$$\frac{d^2x}{dt^2} - x = 0 \quad ; \quad x(t=0) = x_0 \quad ; \quad \frac{dx}{dt}(t=0) = y_0$$

ein Differentialgleichungssystem 1. Ordnung.

[1 Punkt]

Hinweis: Beispiel einer gewöhnlichen Differentialgleichung 3. Ordnung:

$$\frac{d^3x}{dt^3} + \frac{dx}{dt} - 2x = 0 \quad ; \quad x(t=0) = x_0 \quad ; \quad \frac{dx}{dt}(t=0) = y_0 \quad ; \quad \frac{d^2x}{dt^2}(t=0) = z_0$$

Mit der Substitution $\frac{dx}{dt} = y$ folgt $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dy}{dt}$ und mit der Substitution $\frac{dy}{dt} = z$ erhält man insgesamt das Differentialgleichungssystem 1. Ordnung:

$$\begin{array}{lcl} \frac{dx}{dt} = y & ; & x(t=0) = x_0 \\ \frac{dy}{dt} = z & ; & y(t=0) = y_0 \\ \frac{dz}{dt} = -y + 2x & ; & z(t=0) = z_0 \end{array}$$