

Übungsaufgaben Serie 11

(Die Lösungen werden in der 11. Übung am 07.01.2015 besprochen.
Der Lösungsweg ist nicht abzugeben. Es besteht jedoch die Möglichkeit,
den Lösungsweg an der Tafel zu zeigen, um den eigenen Punktestand zu
verbessern.)

(11a) Gegeben sind folgende Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 3 & 2 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad ; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & -2 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Ermitteln Sie

- (a) die Summe $A + B$,
- (b) die Differenz $A - B$,
- (c) das Produkt $A \cdot B$,
- (d) das Produkt $B \cdot A$,
- (e) das Ergebnis $C = B \cdot (A - 2 \cdot B)$.

[5 Punkte]

(11b) Die folgende Tabelle zeigt für einige Bundesländer die gerundeten Durchschnittstemperaturen (in °C) der Jahreszeiten in den Jahren 2011, 2012 und 2013 an (alle Werte fiktiv):

Jahreszeit	MV'11	TH'11	BW'11	MV'12	TH'12	BW'12	MV'13	TH'13	BW'13
Winter	-1	0	-4	-3	-1	-10	1	1	-4
Frühling	15	17	13	20	22	21	16	21	20
Sommer	28	32	25	29	32	29	30	29	30
Herbst	14	10	16	10	6	13	15	11	4

- (a) Erstellen Sie für jedes Jahr die entsprechende Matrix.
- (b) Berechnen Sie den über die drei Jahre entstandenen Mittelwert für die jeweiligen Jahreszeit-Durchschnittstemperaturen der einzelnen Bundesländer. Nutzen Sie hierfür die Rechenregeln der Matrizenrechnung und stellen Sie das Ergebnis in einer Tabelle dar. [5 Punkte]

(11c) Gegeben ist die folgende quadratische 2 x 2 Matrix:

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$$

mit $c_{11} = 3$, $c_{12} = -6$, $c_{21} = -4$, $c_{22} = 5$.

Berechnen Sie

- (a) die Spur $\text{Sp}(C)$,
- (b) die Determinante $\det(C)$,
- (c) die Inverse C^{-1} aus $C^{-1} \cdot C = E$, wobei E die Einheitsmatrix ist,
- (d) das charakteristische Polynom $f(\lambda) = \det(C - \lambda \cdot E)$,
- (e) die Nullstellen λ_1 und λ_2 des Polynoms $f(\lambda)$,
- (f) die Summe und das Produkt der Nullstellen λ_1, λ_2 .

[6 Punkte]