

Übungsaufgaben Serie 10

(sind vor Beginn der 10. Übung am 17.12.2014 mit Rechenweg abzugeben)

(10a) Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte: [3 Punkte]

$$L_1 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$$

$$L_2 = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\cos(x)}{x}$$

$$L_3 = \lim_{x \rightarrow 0^+} x \cdot \ln(x)$$

(10b) Berechnen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} x^n \cdot e^{-x}$ für den Fall: [4 Punkte]

- (a) $n < 0$,
- (b) $n \in \{0; 1; 2; 3; \frac{3}{2}; \pi\}$,
- (c) $n \in \mathbb{N}$,
- (d) $n \in \mathbb{R}$ ganz allgemein.

Bemerkung: Benutzen Sie für (d) das Archimedische Axiom der reellen Zahlen, welches besagt, dass zu jeder reellen Zahl $R \in \mathbb{R}$ eine natürliche Zahl $Z \in \mathbb{N}$ mit der Eigenschaft $Z \leq R < Z + 1$ existiert.

(10c) Lösen Sie die folgenden Doppelintegrale analytisch: [5 Punkte]

$$I_1 = \int_0^2 \int_3^4 2x \cdot e^{-y} dx dy$$

$$I_2 = \int_0^{\pi/2} \int_0^{\sin(y)} \frac{2x}{\tan(y)} dx dy$$

$$I_3 = \int_0^2 \int_3^{y+3} (x-3)^2 \cdot e^{-y^2} dx dy$$

(10d) Berechnen Sie die Masse m (in kg) eines im Viertelkreis (Radius $r = 2$ m) gebogenen Drahtes

$$m = \int_C ds \varrho(x, y),$$

mit der Längendichte $\varrho(x, y) = (a + x) \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$, wobei $a = 1$ m. [4 Punkte]