

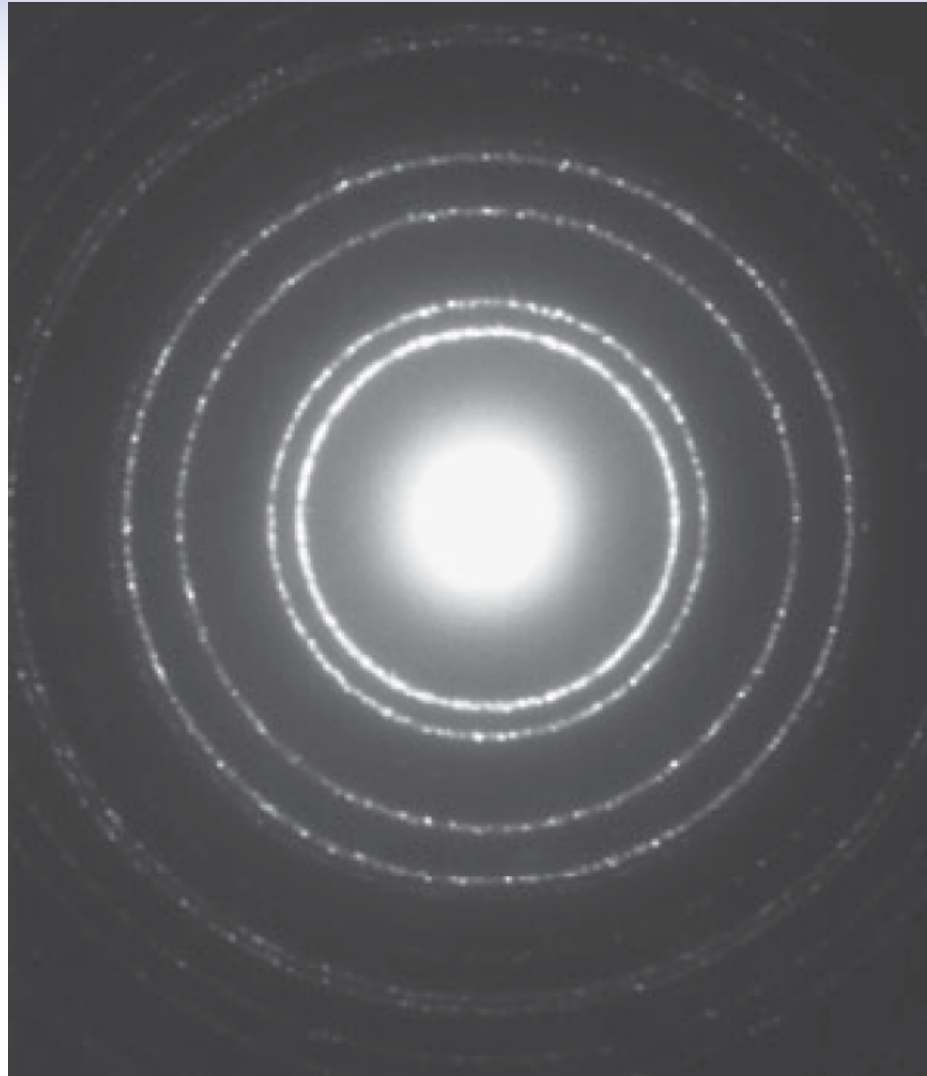
Vorlesung am Freitag, den 6. Mai 2016 fällt aus



Heisenberg-Mikroskop
Orts-Impuls Unschärfe
Energie-Zeit Unschärfe
Virtuelle Teilchen
Hawking-Strahlung

Unschärferelation

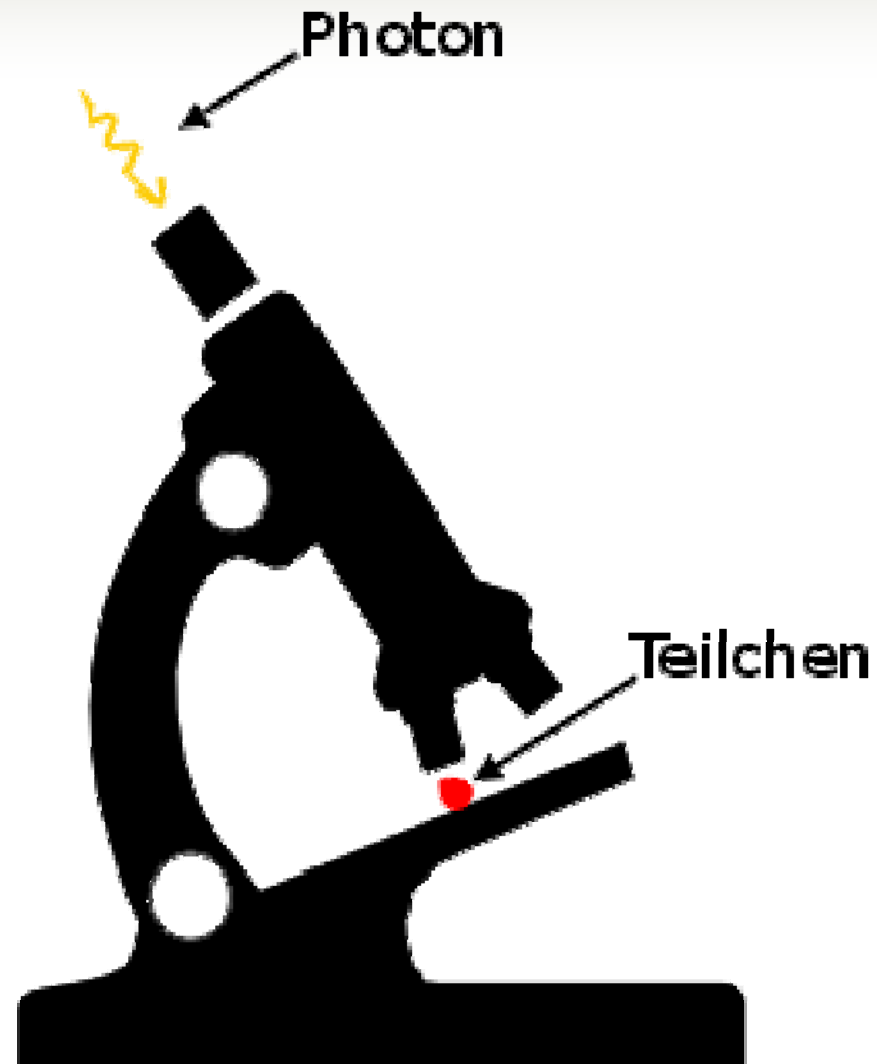
Elektronenbeugung



Diagnose

Beugung eines Elektronenstrahls an einer Lochblende zeigt, dass Elektronen Materiewellen sind

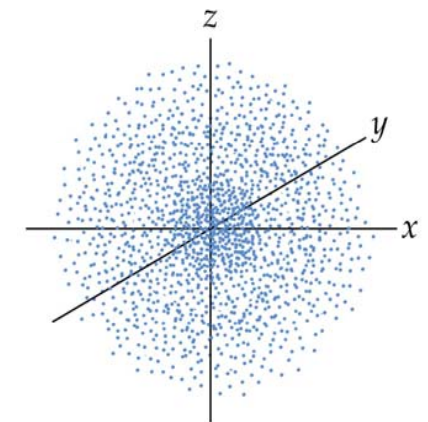
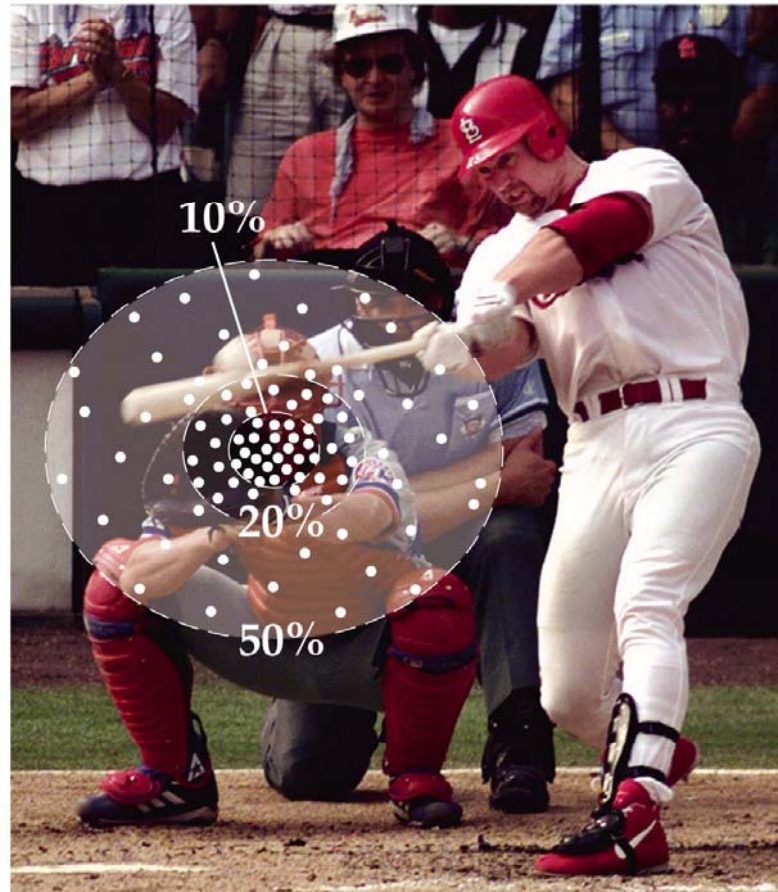
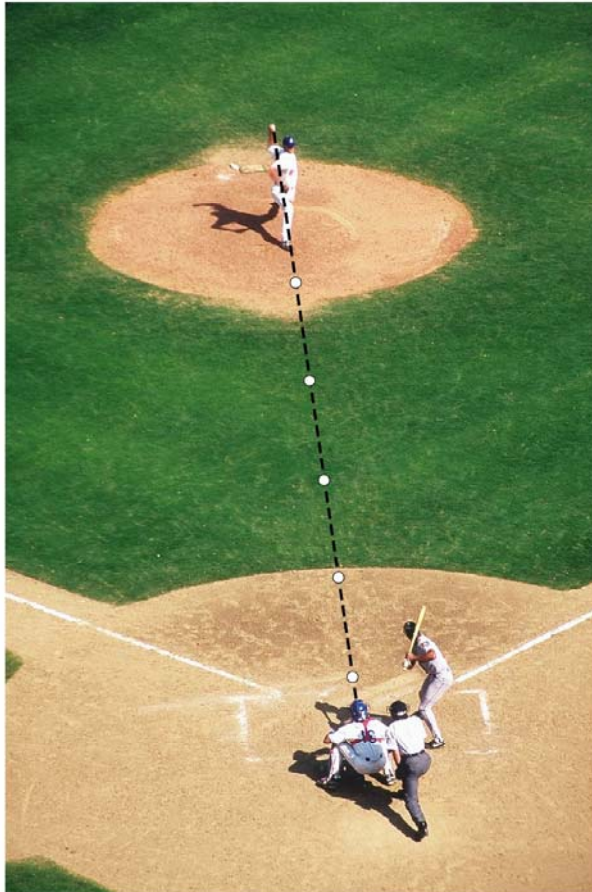
Thema Unschärferelation Heisenberg-Mikroskop



Baseball mit Elektronen

Symptome

Beim Baseball streut Position des Baseballs für den Batter



vergleichbares Experiment mit Elektronen

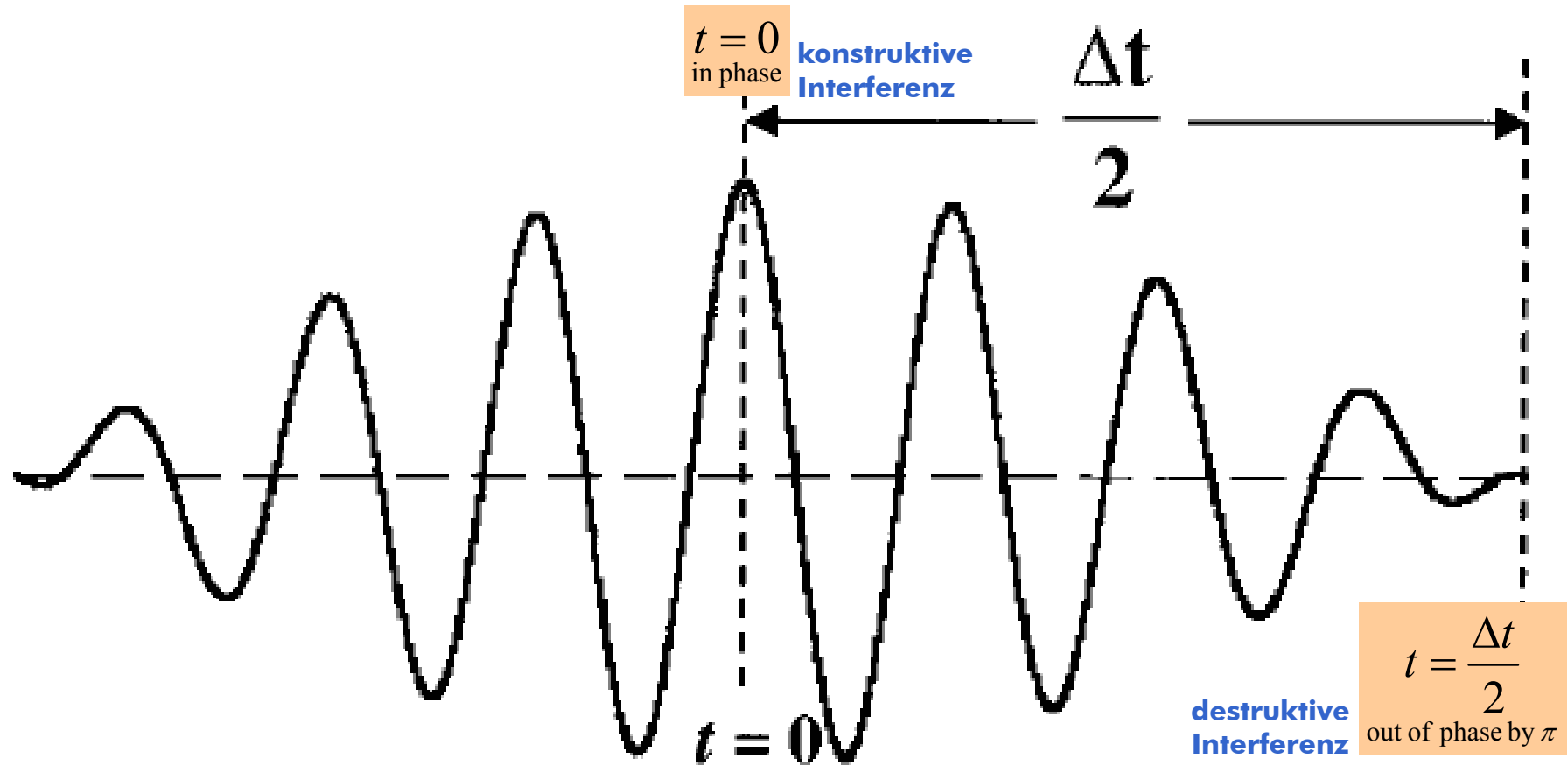
Diagnose

- Auftreffposition des Baseballs kann nur ungefähr vorausgesagt werden
- Elektronen-Baseball zeigt ähnliches Verhalten

Akustische Analogie Unschärferelation

Überlagerung von akustischen Wellen

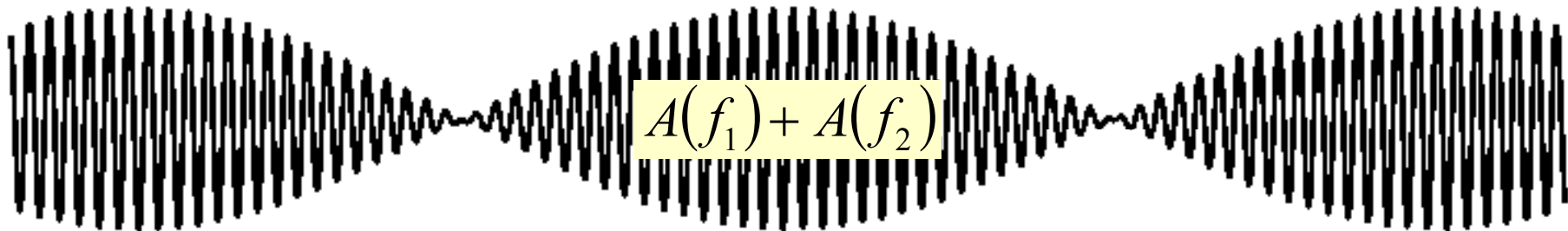
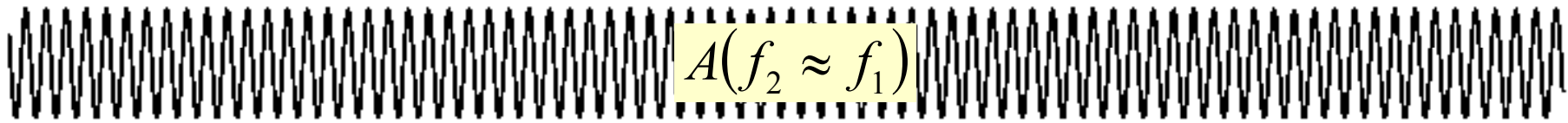
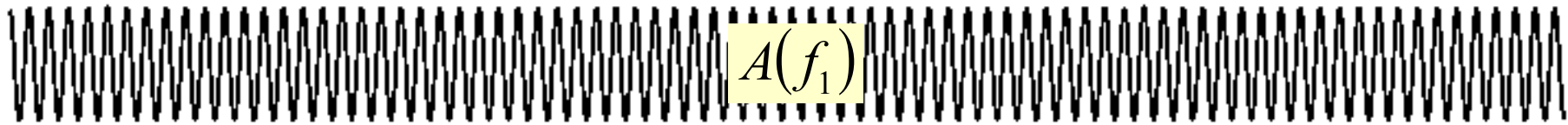
$$A(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t) + A_2 \cos(2\pi f_2 t)$$



Diagnose

Überlagerung von Schallwellen nahezu gleicher Frequenz liefert eine sogenannte Schwebung

Superposition der Amplituden Schwebung



Resultat der Überlagerung der beiden Schwingungen

Akustische Analogie

Unschärferelation

Symptome

Um Frequenz Schallwelle zu ermitteln, muss Signal über Zeitspanne wahrgenommen werden

Phasendifferenz bei $\Delta t / 2$

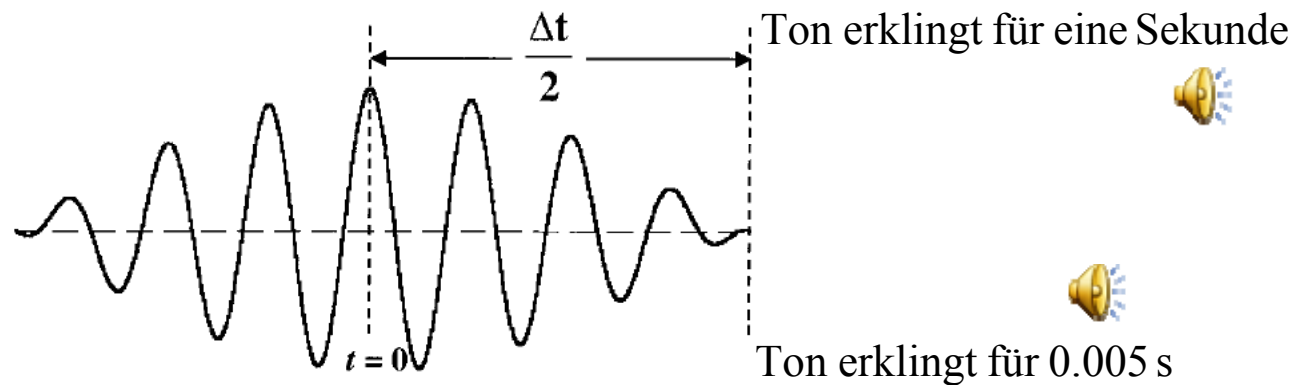
$$2\pi f_2 \frac{\Delta t}{2} - 2\pi f_1 \frac{\Delta t}{2} = \pi$$

$$\frac{2\pi}{2} (f_2 - f_1) \cdot \Delta t = \pi$$

mit $\Delta f = f_2 - f_1$ ergibt sich

$$\Delta f \cdot \Delta t = 1$$

Unschärferelation für eine akustische Welle



Unschärferelation für Schallwellen

$$\Delta f \cdot \Delta t = 1$$

Halbwertsbreite der im Puls enthaltenen Frequenzen \cdot Halbwertsbreite der Dauer des Schallsignals

Diagnose

- Produkt von Frequenzbreite und Länge des Zeitsignals ist ungleich NULL
- Verlust der Genauigkeit bei Frequenzbestimmung bei kürzerem Ton
- Frequenz nur exakt bestimmbar bei anhaltendem Ton
- Frequenz und Zeitmessung sind nicht unabhängig voneinander

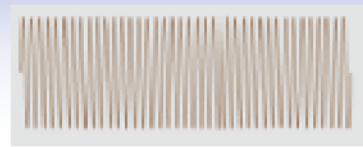
Akustische Unschärfe

Experimentelle Ergebnisse

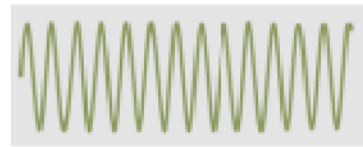
Zeitbreite $\Delta t(\text{s})$	Frequenzbreite $\Delta f(\text{Hz})$	Unschärfe $\Delta f \Delta t$
0.108	11.35	1.23
0.220	5.37	1.18
0.338	3.06	1.19
0.880	1.34	1.18
1.68	0.73	1.22
3.15	0.43	1.35



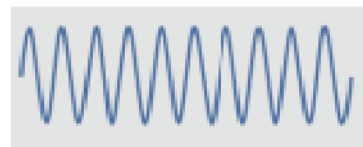
Schwebung ins Extrem getrieben



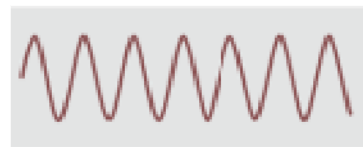
⋮



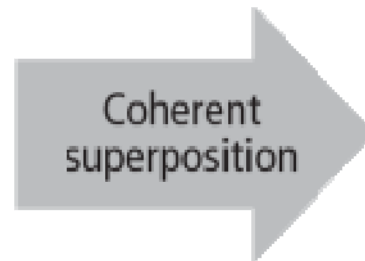
⋮



⋮



Low-power
continuous-wave
electric fields



Analog
Teilchen als Wellenpaket

High-power
ultrashort
electric fields

Diagnose

- kohärente Überlagerung vieler Lichtwellenlängen liefert ultrakurzes Lichtpaket
- analog kann man sich ein Teilchen als Wellenpaket vorstellen

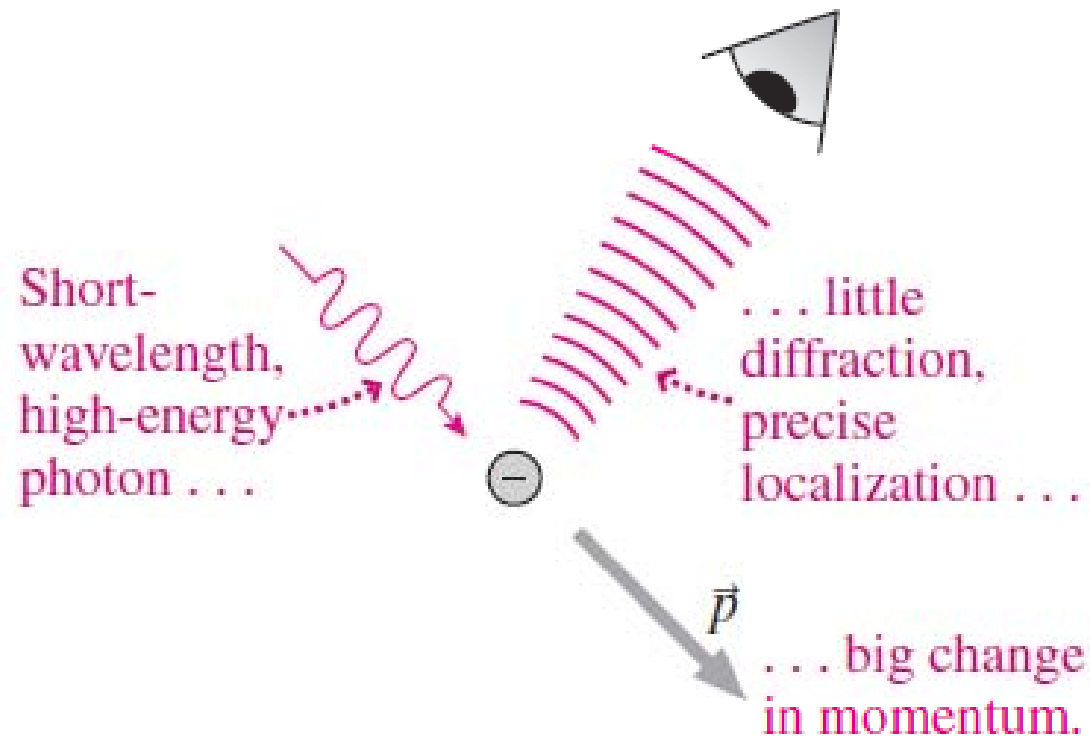
Ort vs Impuls

Heisenberg-Mikroskop

Symptome

Photon geringer Wellenlänge erlaubt genaue Lokalisierung eines Elektrons

$$E_{ph} = h \frac{c}{\lambda_{ph}}$$



Diagnose

- geringe Wellenlänge bedeutet hohe Frequenz und damit hohe Photonenenergie
- hochenergetisches Photon kann **MERKLICHEN** Impuls auf Elektron übertragen (Compton-Effekt)
- genaue Information über Ort des Teilchens, aber **GERINGERE** Kenntnis des **IMPULSES**

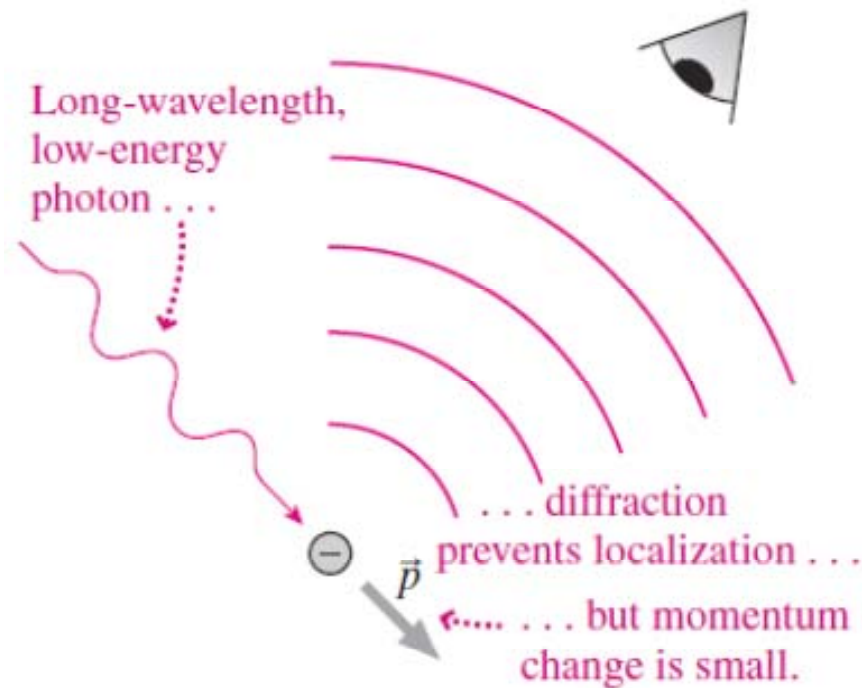
Ort vs Impuls

Heisenberg-Mikroskop

Symptome

- Photon längerer Wellenlänge bedeutet geringeren Impulsübertrag
- Impulsinformation wird genauer

$$E_{ph} = h \frac{c}{\lambda_{ph}}$$



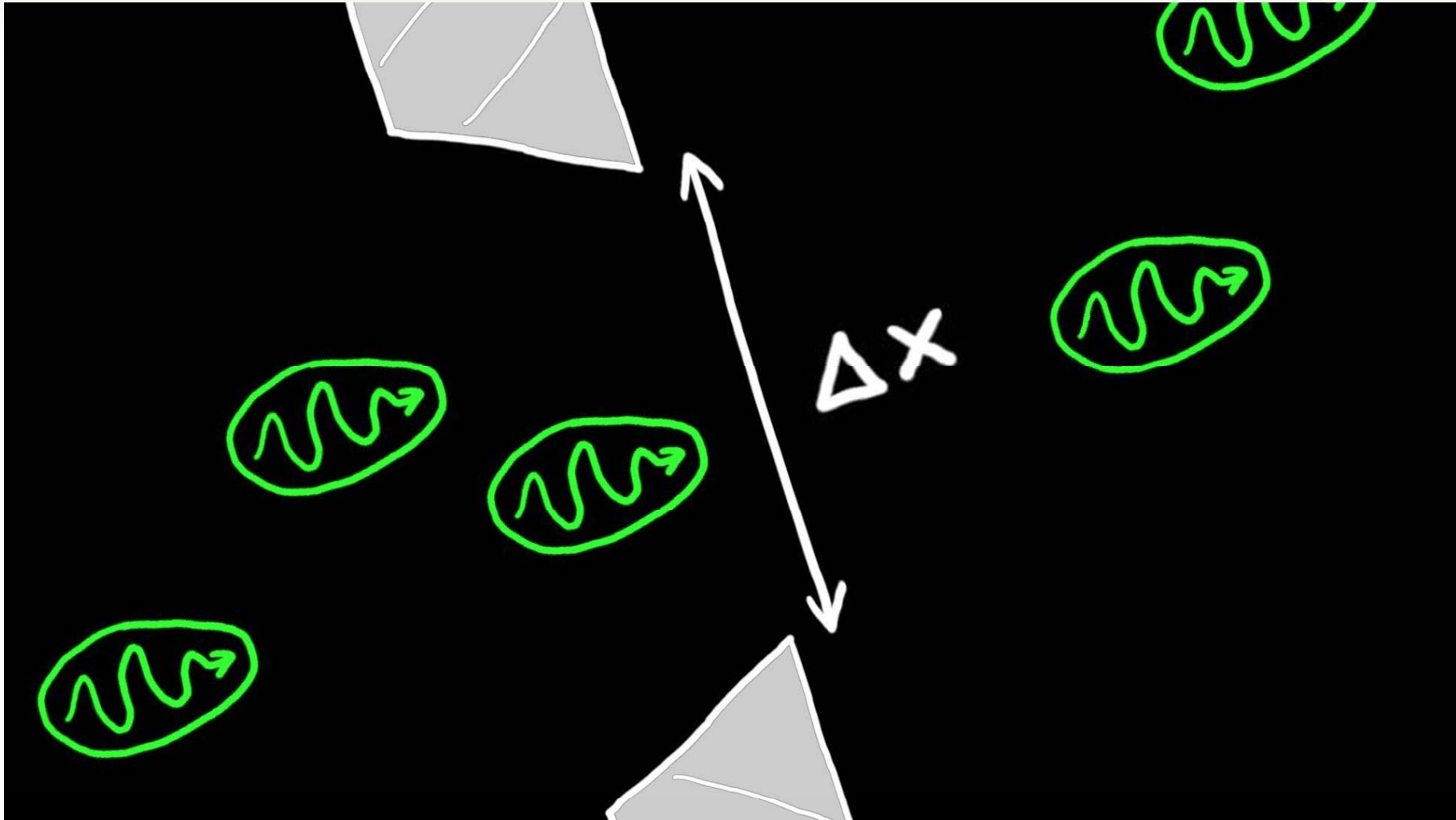
Auflösungsvermögen Mikroskop
Rayleigh-Kriterium

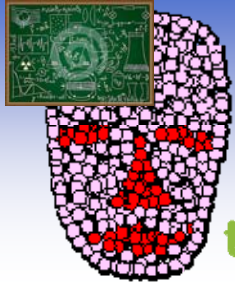
$$\Delta x \approx \frac{\lambda_{ph}}{2}$$

Diagnose

- **größere Beugungsstruktur VERSCHLECHTERT** Lokalisierung des Elektrons (Rayleigh-Kriterium)
- **genauere Kenntnis des Impulses** des Teilchens, aber **GERINGERE** Information über **ORT**

Thema Unschärferelation
Orts-Impuls Unschärfe





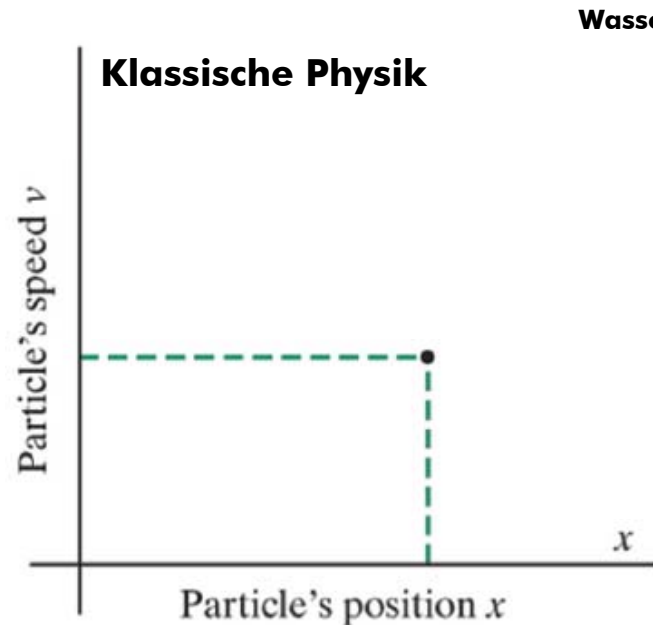
thermoE

Determinismus

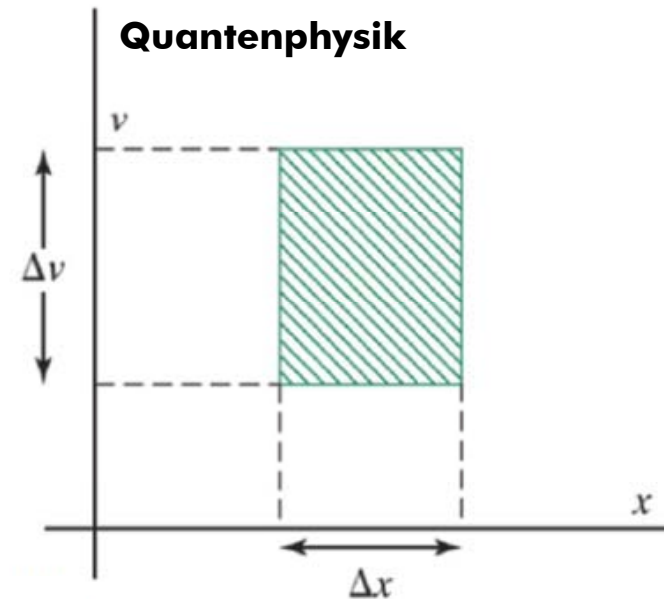
Laplace'scher Dämon

Symptome

- Ingenieur kennt Ort und Geschwindigkeit aller Teilchen eines Systems zu gegeben Zeitpunkt
- durch Messung aller Größen lässt sich Gesamtenergie Teilchen EXAKT klassisch berechnen



Wasserstand DAS EXPERIMENT



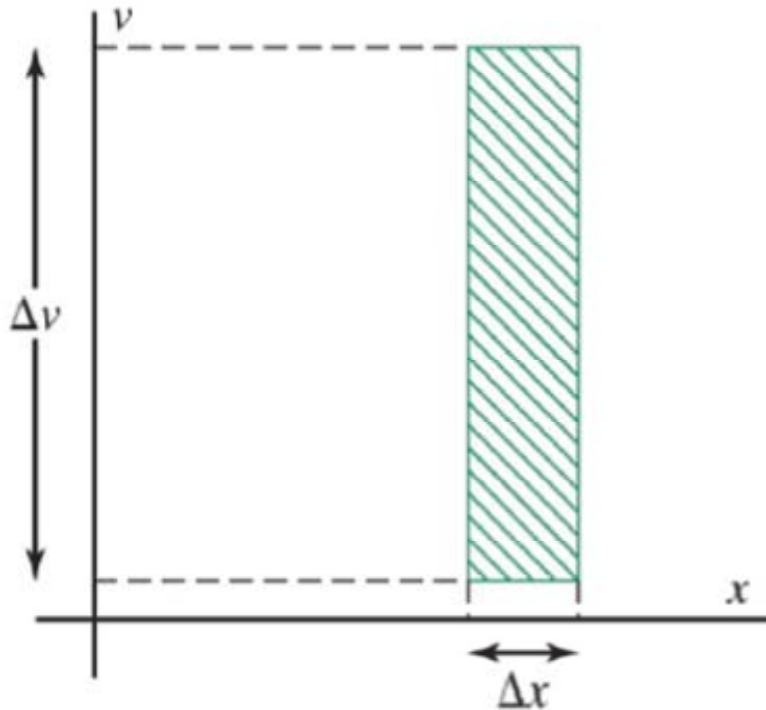
Diagnose

In der Quantenphysik kann der Ort und der Impuls eines mikroskopischen Teilchens NICHT mehr GLEICHZEITIG genau bestimmt werden

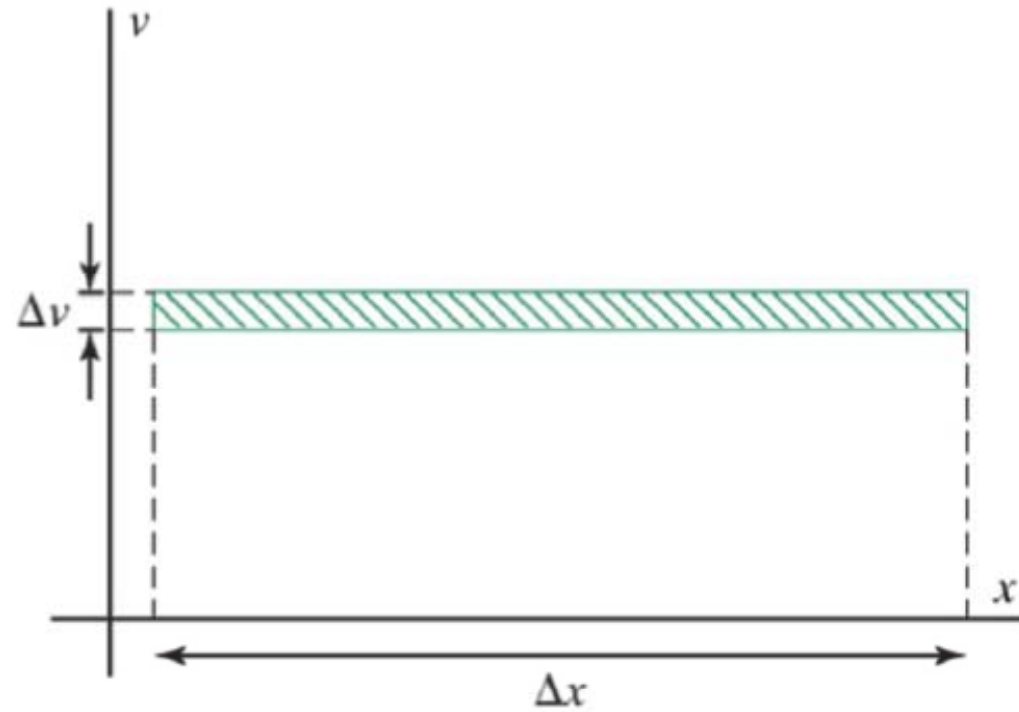


Ort vs Impuls

geringe Ortsunschärfe
größere Impulsunschärfe



geringe Impulsunschärfe
größere Ortsunschärfe



Diagnose

Unsicherheit in der experimentellen Messung ergibt Fläche im Ort-Impuls Diagramm

Analyse nach klassischer Optik

Unscharfe Elektronen

ORT

- Wellencharakter der Materie verursacht Ortsunschärfe
- tatsächliche Position Teilchen unklar: Größenordnung deBroglie Wellenlänge
- wiederholte Messung der Position liefert kein genaueres Ergebnis (Statistik)
- Ortsunschärfe kann verringert werden durch energiereicheres Elektron

Limit für Ortsunschärfe

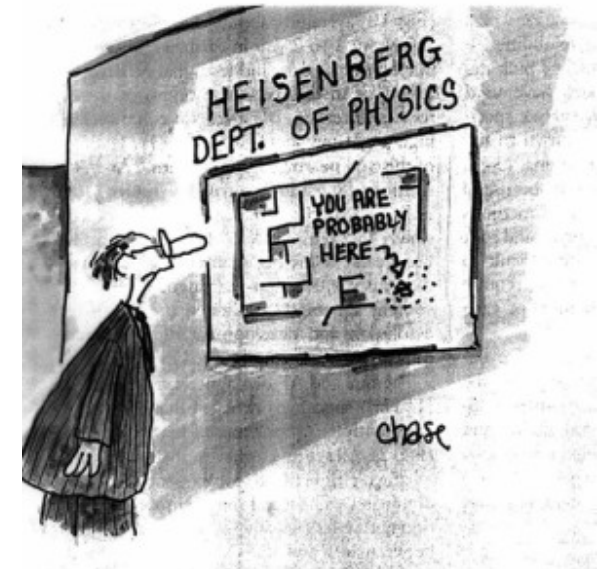
$$\Delta x_{object} \approx \lambda_{object}$$

Abhängigkeit von Orts- und Impulsmessung im Experiment

$$\Delta x_{object} \Delta p_{object} \approx \lambda_{object} \frac{h}{\lambda_{object}}$$

$$\Delta x_{object} \Delta p_{object} \approx h$$

BEIDE physikalischen Größen können nicht GLEICHZEITIG EXAKT gemessen werden



Limit für Impulsunschärfe

$$\Delta p_{object} \approx \frac{h}{\lambda_{object}}$$

IMPULS

- Ortsbestimmung erfordert Wechselwirkung (Impulsübertrag)
- im Stoß verliert Teilchen Impuls ($0 < p_{final} < p_{max}$)
- genauer Impulsverlust kann nicht vorhergesagt werden
- wiederholte Messung des Impulses liefert kein genaueres Ergebnis
- Impulsunschärfe kann verringert werden durch energieärmeres Elektron

Diagnose

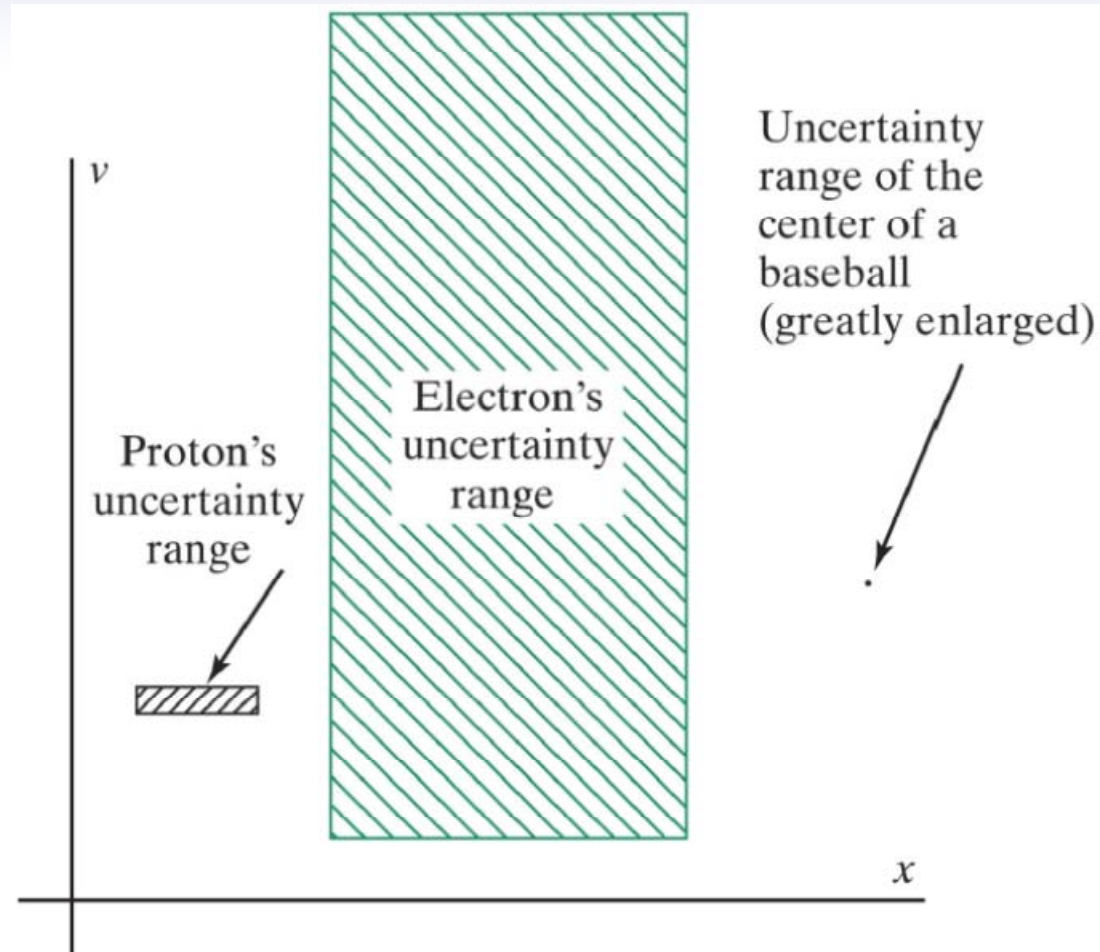
Messung verändert das zu untersuchende System und es kommt zu Informationsverlust



Ort vs Impuls

Massenabhängigkeit

gleicher Impuls
 $m_p \approx 2000 \cdot m_e$
geringere Geschwindigkeit bei größerer Masse

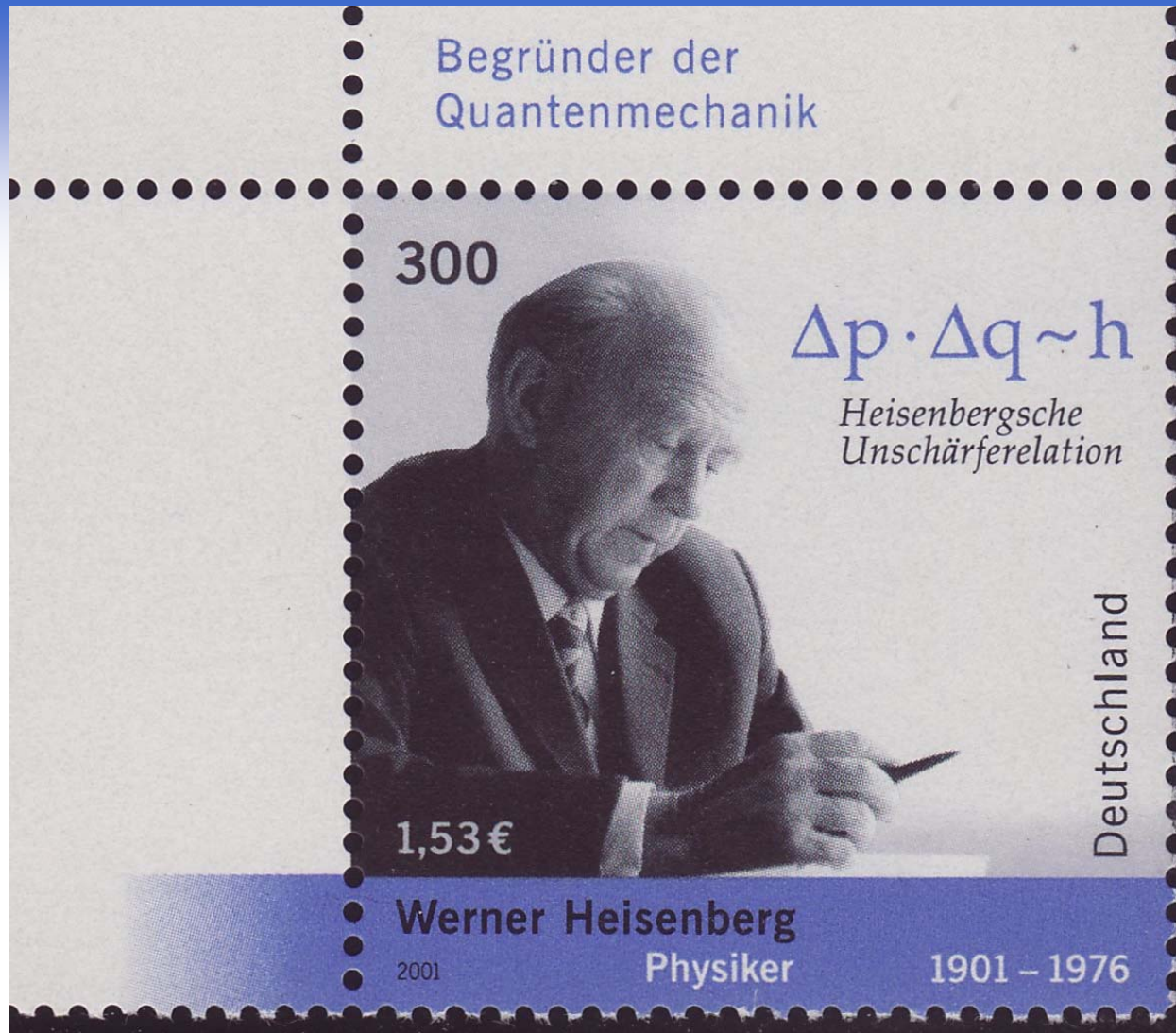


$$\Delta x_{object} \Delta v_{object} = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{m_{object}}$$

Diagnose

Massivere Teilchen zeichnen sich durch geringere Messunsicherheit aus

Extrablatt



The Nobel Prize in Physics 1932 was awarded to Werner Heisenberg for the creation of quantum mechanics, the application of which has, inter alia, led to the discovery of the allotropic forms of hydrogen



Ort vs Impuls

Ursache-Wirkung futsch

Symptome

Aus Anfangsbedingungen kann Entwicklung physikalischer Größe nicht vorhersagt werden



Heisenbersche Ort-Impuls Unschärferelation

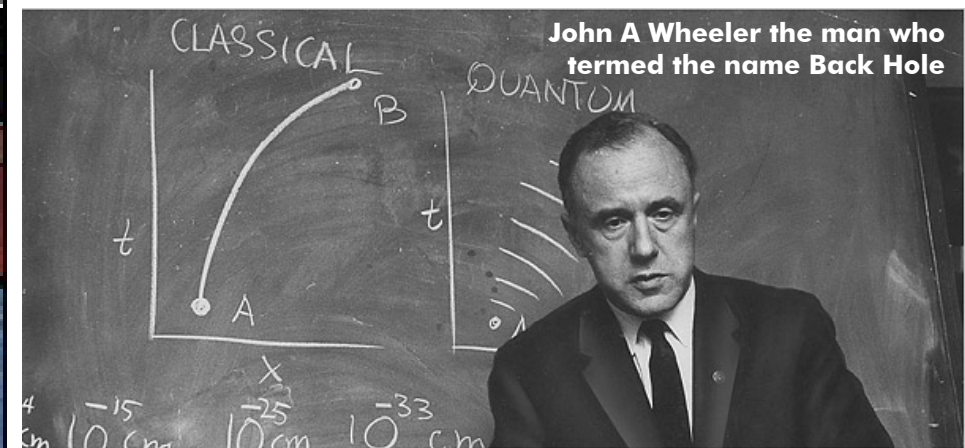
$$\Delta x_{object} \Delta p_{object} \geq \hbar / 2$$

quantenphysikalisches Resultat

gängige Notation

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

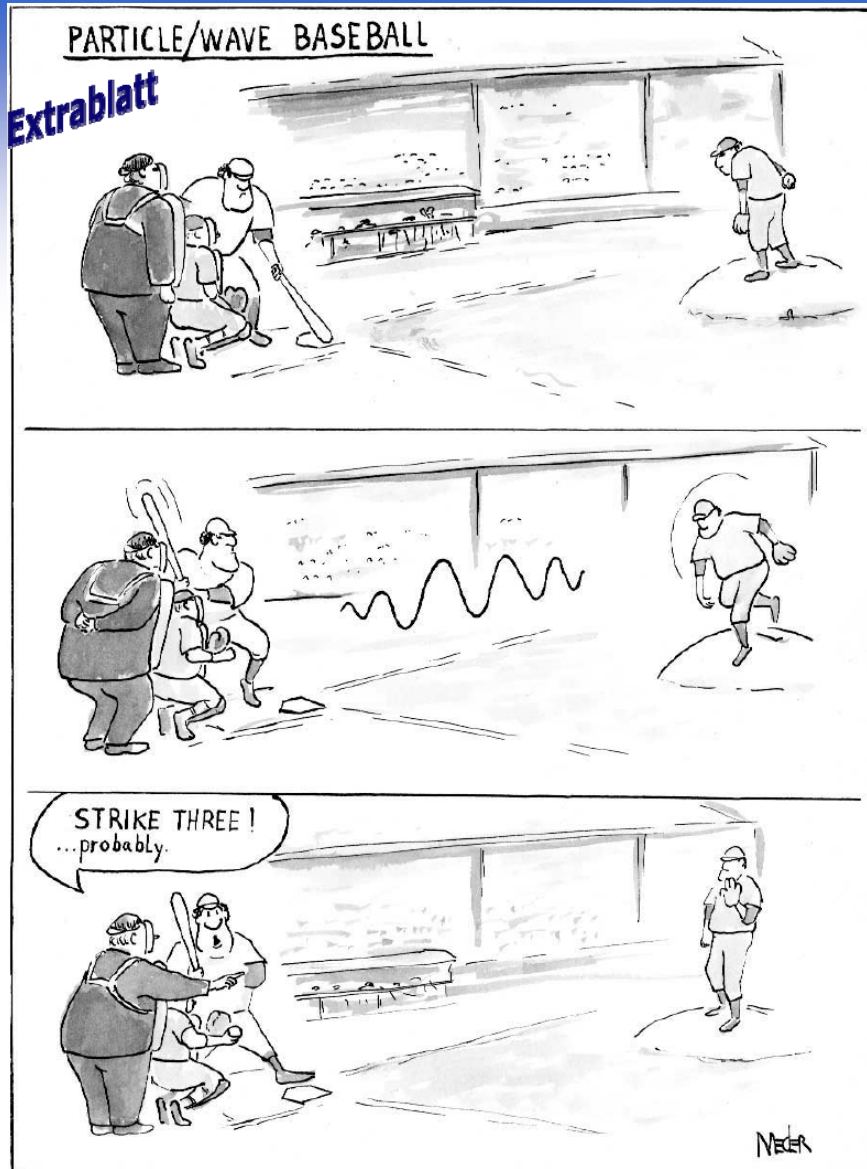
genannt h-quer



Diagnose

- Quantenphysik lässt NUR Wahrscheinlichkeitsaussagen zu
- Wellenpaket zerfließt und kann nicht mehr genau verortet werden
- Basis für philosophische Diskussionen zum Determinismus

Quantum baseball



Diagnose

- Atomwurf aufgeblasen auf makroskopische Dimensionen
- Messung (Baseballschläger) verändert das System
- Strike des Batters entscheidet über home-run oder strikeout (möglicherweise)

Heisenberg und Lokalisierung Wellenpaket

Wellenfunktion



Symptome

- Teilchen werden als Wahrscheinlichkeitsamplitude dargestellt
- Funktion ist abhängig von Ortskoordinate und Zeitpunkt der Messung

Intensität vs Amplitude bei Wellen

$$I_{opt}(x, t) \approx A_{opt}^2(x, t)$$

Wellenfunktion eines Teilchens

$$\Psi_{QM}(\vec{r}, t)$$

dieser Wert ist im Experiment NICHT zugänglich



Wellenfunktion für Doppelspalt

$$\Psi_1 + \Psi_2$$

Superpositionsprinzip

Quadrat der Wahrscheinlichkeitsamplitude für ein Teilchen

$$|\Psi_{QM}(\vec{r}, t)|^2$$

NUR dieser Wert ist experimentell zugänglich (Observable)

Doppelspaltexperiment

- nach Doppelspalt überlagern sich Wellenfunktionen
- Elektronen erzeugen Interferenzmuster auf Detektorschirm

Diagnose

- Ψ heißt Wellenfunktion und hat Eigenschaften einer Welle
- Wellenfunktion Ψ ist komplexe Funktion
- Wahrscheinlichkeit Teilchen an bestimmten Ort zu festgelegter Zeit anzutreffen proportional zur Intensität (Quadrat der Wellenfunktion)

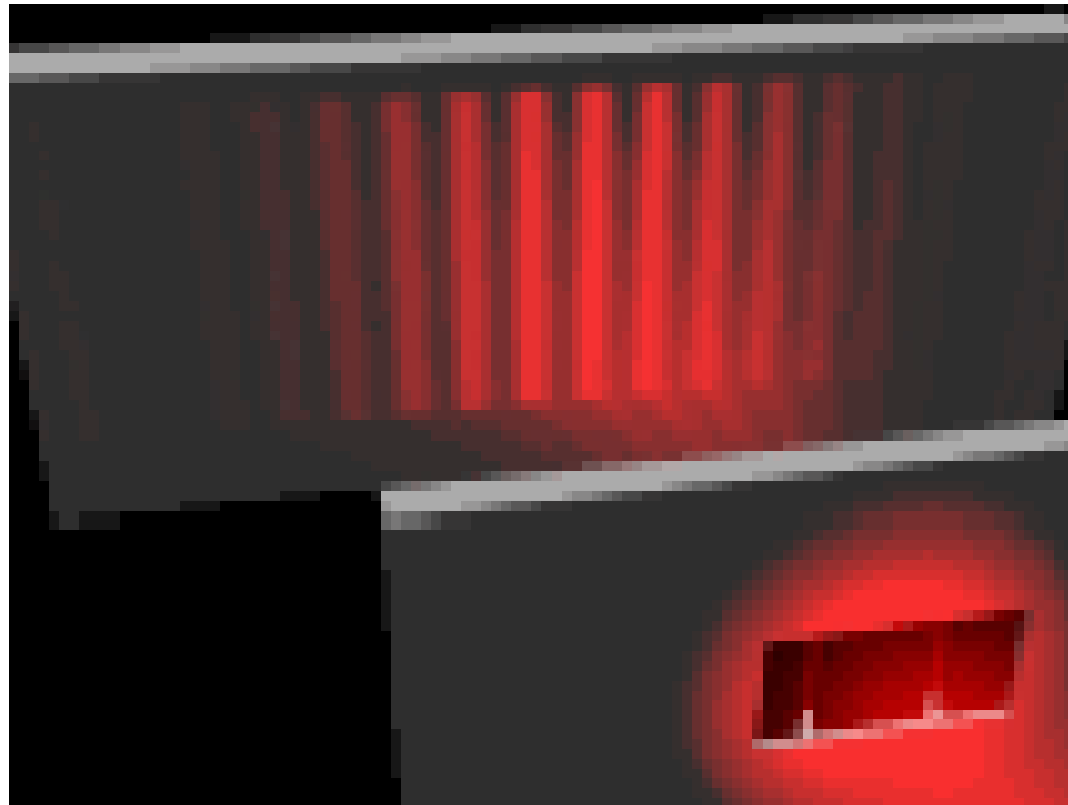


mit Heisenberg betrachtet Doppelspalt mit Materie



Symptome

- es besteht Ungewissheit durch welchen der Spalte das Teilchen fliegt
- daraus resultiert eine Unsicherheit in der Ortsposition



Beugung am Einfachspalt
vs Spaltbreite



Diagnose

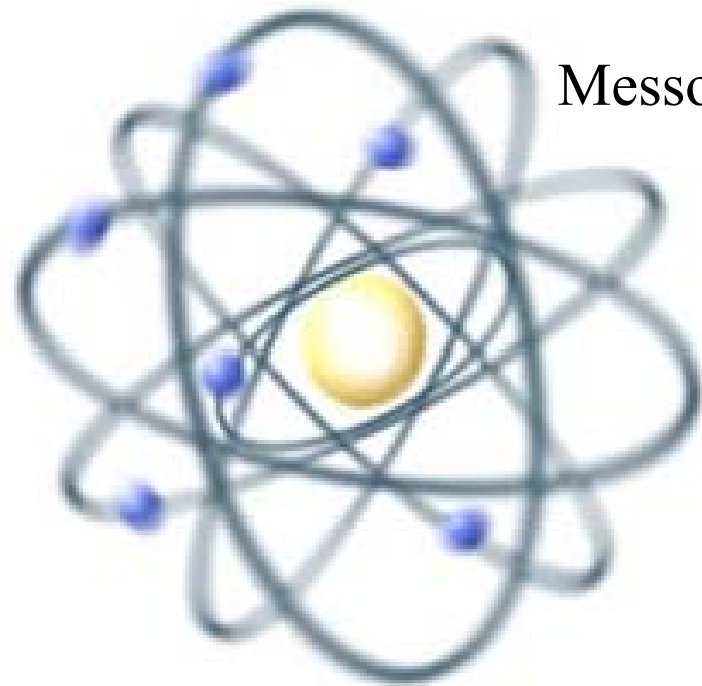
- geringerer Spaltabstand führt zu verbesserter Lokalisierung des Teilchens
- Unsicherheit im Impuls (hier Ausbreitungsrichtung) vergrößert sich (Heisenberg)
- Lokalisierung Teilchenweg führt zu Verbreiterung Interferenzmaxima

Ort vs Impuls

Ursache-Wirkung futsch

Symptome

Orbit des Elektrons um Proton im Wasserstoffatom kann nicht genau verfolgt werden



Messobjekt Elektron erscheint unscharf

auch gutes Messinstrument
hilft da nicht weiter



Diagnose

- **Bahnbegriff klassischer Physik verliert mikroskopisch seinen physikalischen Sinn**
- **Zufall regiert im wahrsten Sinne des Wortes**
- **Wechselwirkung Messapparat und Messobjekt NICHT vernachlässigbar**
- **NICHT Folge von Unzulänglichkeiten eines Messvorgangs**
- **Unschärferelation ist von PRINZIPELLER Natur**

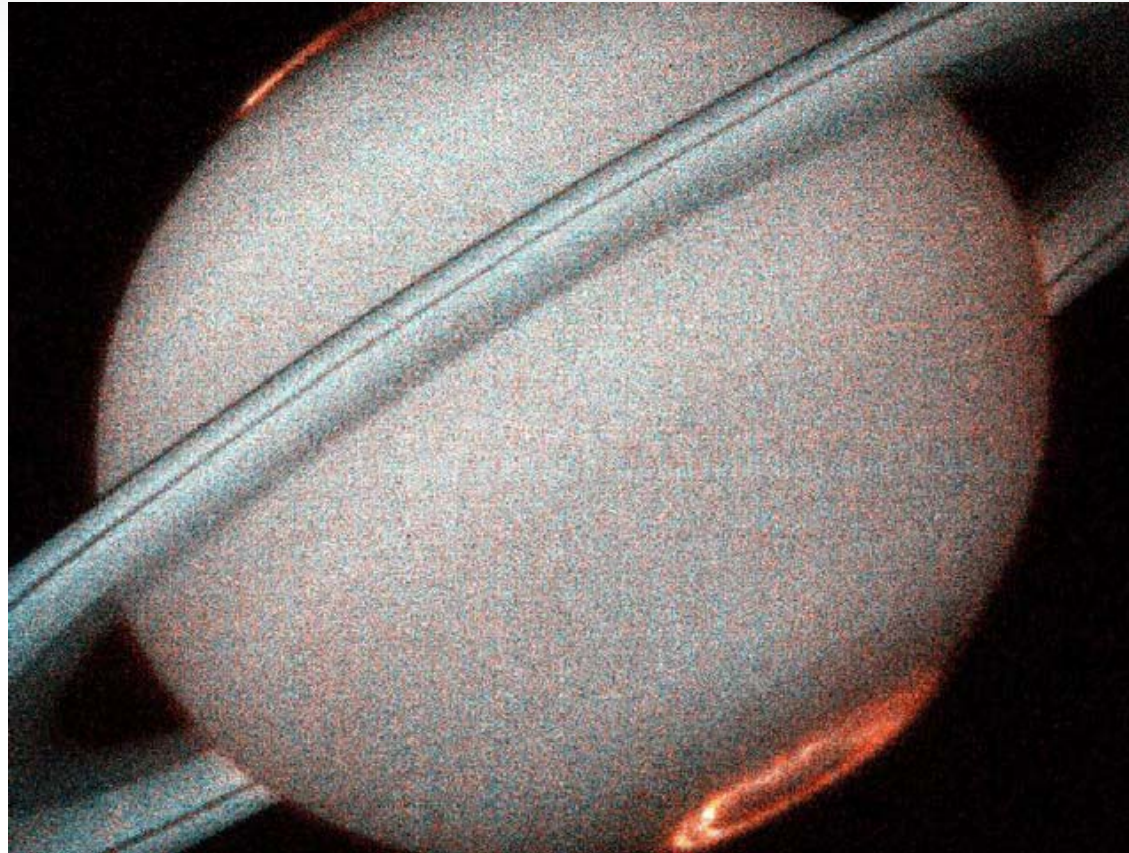
Extrablatt

Ort vs Impuls

Ursache-Wirkung futsch

Symptome

In Everyday Life ist Heisenbergsche Unschärferelation vernachlässigbar



aurora borealis
auf Saturn

Diagnose

- reflektiertes Sonnenlicht überträgt Impuls auf Saturn
- Unschärfe in Impuls beeinflusst Bahn des Planeten
- Beitrag vernachlässigbar, da Impuls von Saturn signifikant höher

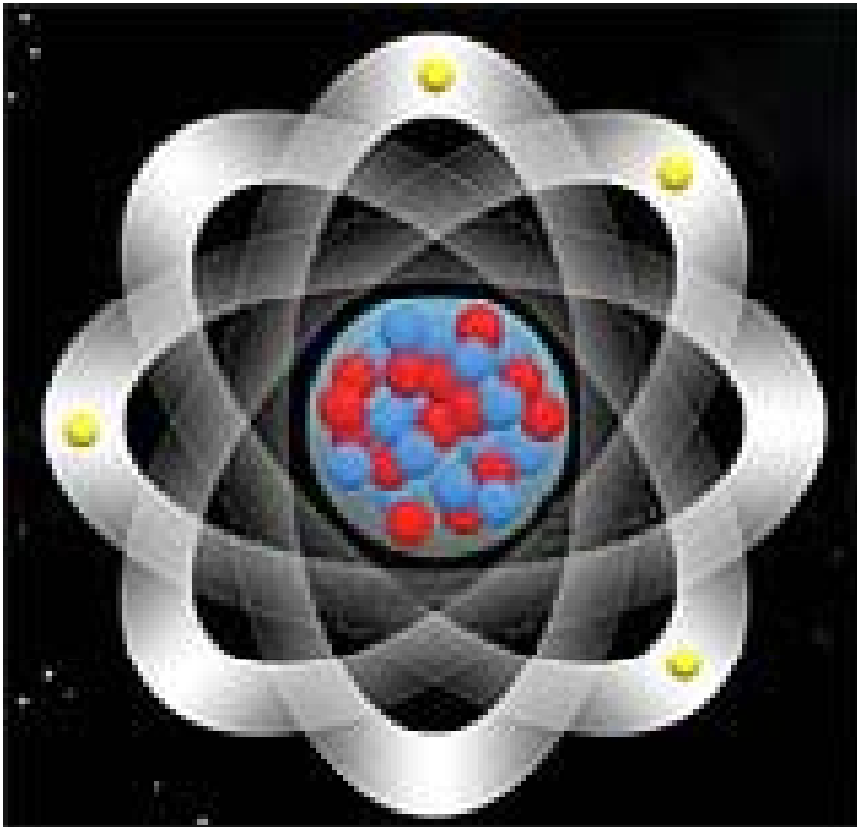


Berechne Heisenberg für Wasserstoff

Atomunschärfe

Symptome

- Ort des Elektrons kann nicht genau bestimmt werden
- Maß für die Unsicherheit ist Bahnradius des Elektrons, der sogenannte **Bohrsche Radius**



Impulsunschärfe

$$\Delta p_{Bohr} = m_e v_{Bohr} = \frac{h}{\Delta x_{Bohr}}$$

Ortsunschärfe

$$v_{Bohr} = \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{10^{-10} \text{ m} \cdot 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 16\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta E_{kin} = \frac{1}{2} m_e v_{Bohr}^2$$

$$1 \text{ eV} \cong 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J} \text{ oder } 1 \text{ J} \cong 6.2402 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

$$\Delta E_{kin} = 4.3 \cdot 10^{-19} \text{ J} = 2.67 \text{ eV}$$

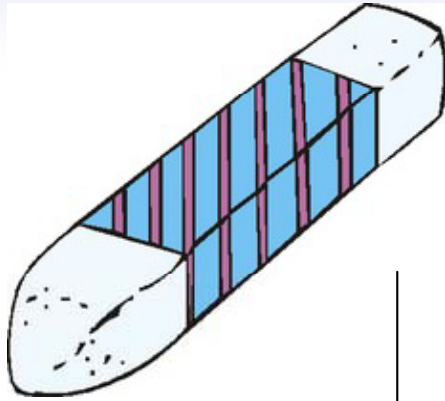
Heisenbergsche Unschärfe in kinetischer Energie des Elektrons

$$\frac{\Delta E_{kin}}{E_{Bohr}} = \frac{2.67 \text{ eV}}{13.2 \text{ eV}} = 0.2$$

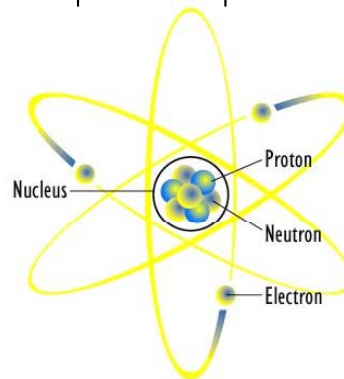
Diagnose

- Bindungsenergie eines Elektrons im Wasserstoffatom beträgt **13.2 eV**
- Unschärferelation liefert nicht merklichen Beitrag zur Energiebilanz (**20%**)

Unschärfewerte



	Masse [g]	Masse [amu]	Δx [cm]	Δp [g · cm/s]	$\Delta v = \Delta p/m$ [m/s]	Heisenbergsche Unschärfe
Kreide	2		10^{-8}	10^{-19}	$5 \cdot 10^{-20}$	vernachlässigbar
E.Coli	$1.6 \cdot 10^{-13}$	10^{11}	10^{-8}	10^{-19}	$5 \cdot 10^{-7}$	vernachlässigbar
Neutron	$1.7 \cdot 10^{-24}$	1.0	10^{-12}	10^{-15}	$6 \cdot 10^8$	relevant
Elektron im Atom	$3.1 \cdot 10^{-28}$	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-8}	10^{-19}	10^8	relevant
Elektron im Kern	$3.1 \cdot 10^{-28}$	$5 \cdot 10^{-4}$	10^{-12}	10^{-15}	10^{12}	unrealistisch



Thema Unschärferelation
Energie-Zeit Unschärfe

Heisenberg
may or may
not have
been here

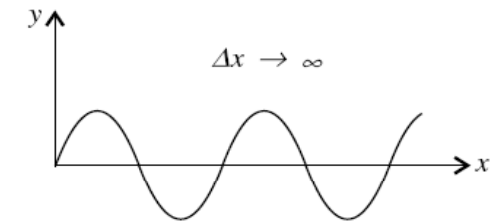
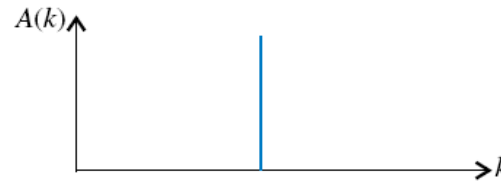
Heisenberg für Materiewellen

Beats

Impulsraum (k-Raum)

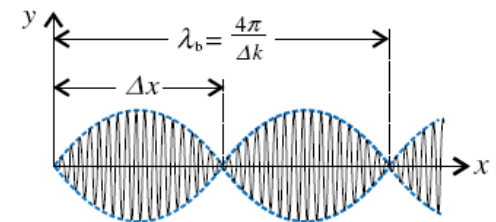
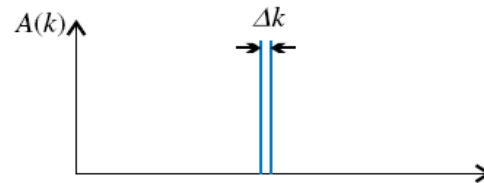
Ortsraum (x-Raum)

monochromatische Welle



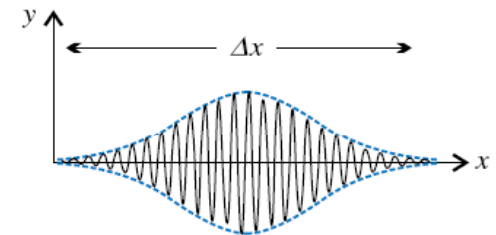
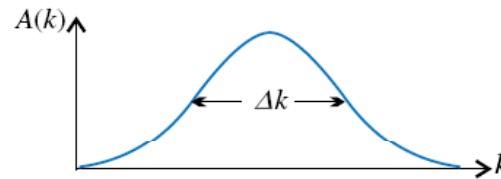
SUPER
POSITION

(b) zwei Wellen mit leicht unterschiedlicher Frequenz



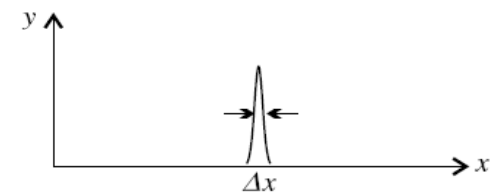
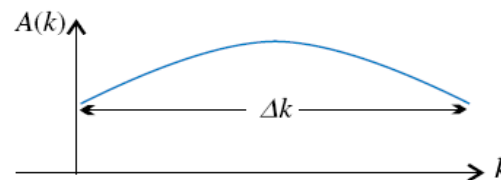
SUPER
POSITION

(c) kontinuierliche Frequenz
ENGER Δk-Bereich



SUPER
POSITION

(d) kontinuierliche Frequenz
BREITER Δk-Bereich

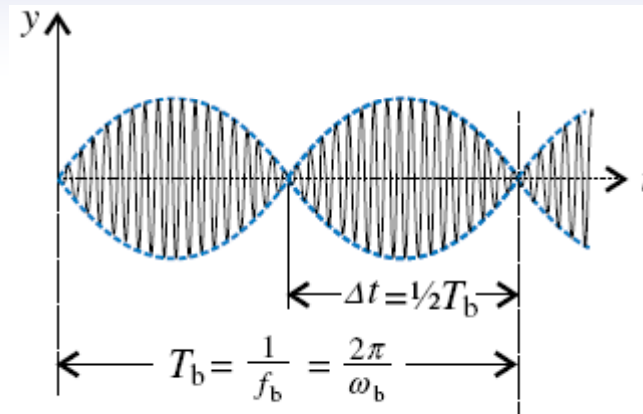




Energie-Zeit Unschärfe

Beatfrequenz bei zwei Wellen

$$\omega_{beat} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} = \frac{\Delta\omega}{2}$$



Beatfrequenz bei zwei Wellen

$$\Delta t_{beat} = \frac{T_{beat}}{2} = \frac{1}{2\nu_{beat}}$$

$$\Delta t_{beat} = \frac{2\pi}{\Delta\omega_{beat}}$$



Einstein und Planck

$$\Delta E = \hbar(\Delta\omega)$$



Zusammenhang Energie und Frequenz

$$\Delta t_{beat} = \frac{2\pi\hbar}{\Delta E}$$

Heisenberg Energie-Zeit Unschärferelation

$$(\Delta E) \cdot (\Delta t) \geq \hbar$$

quantenphysikalisches Resultat

genannt *h-quer*

$$\hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Diagnose

Energie und Zeit unterliegen ebenfalls einer Unschärferelation

Heisenberg Energie vs Zeit

Symptome

- man kann Unschärferelation NICHT umgehen, indem man EINE Größe nicht bestimmt
- Natur kennt Lebensdauer eines Systems

Heisenberg
Energie-Zeit Unschärferelation

$$\Delta E_{object} \Delta t_{object} \geq \hbar$$



ΔE_{object} : durch Messprozess hervorgerufene Energieunschärfe in Messung

Δt_{object} : durch Messprozess hervorgerufene Zeitunschärfe in Messung

Umrechnung

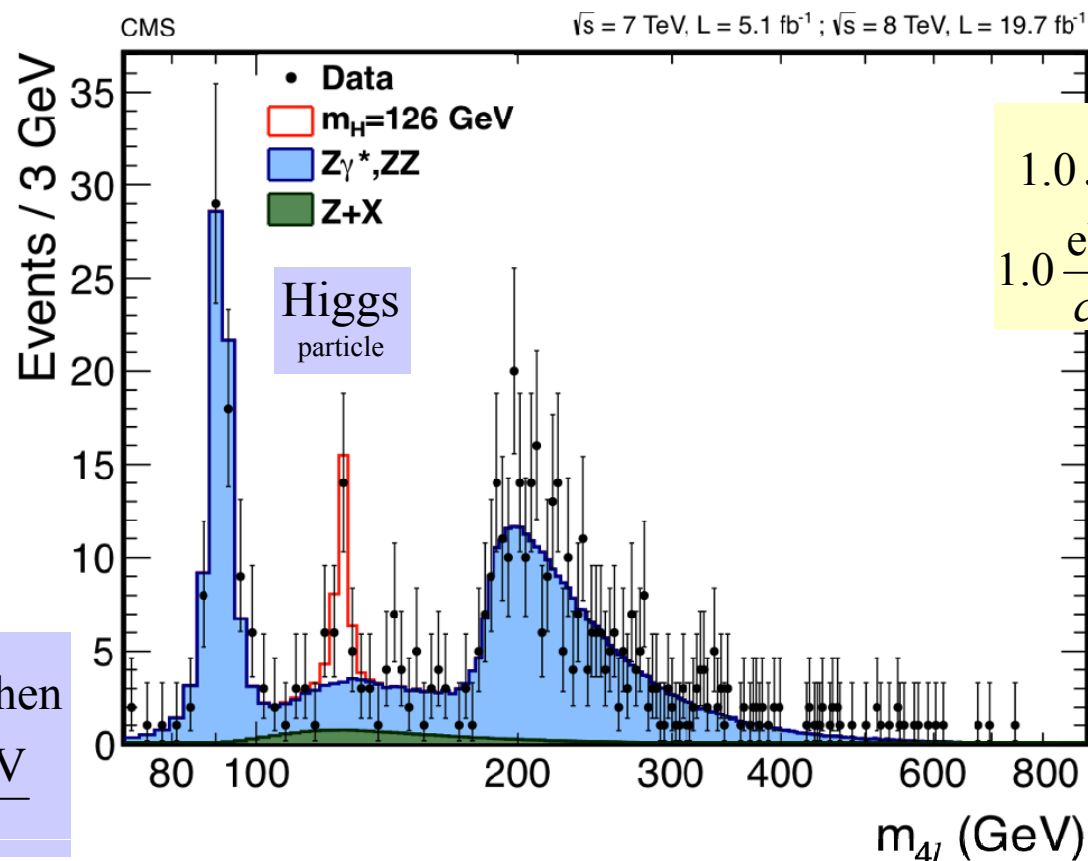
$$1.0 \text{ J} = 6.242 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$
$$1.0 \frac{\text{eV}}{c^2} = 1.783 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

Diagnose

- hohe Energieunschärfe bei geringer Lebensdauer eines Teilchen
- hohe Energieunschärfe, wenn Lebensdauer eines angeregten Zustandes gering
- manche Kerne oder exotische Teilchen haben Lebensdauern von nur 10^{-25} Sekunden
- Energiegehalt eines Teilchen beeinflusst Masse eines Teilchens ($E=m_0c^2$)
- breite Verteilung von Ruhemasse und beim Zerfall freiwerdende Energie werden beobachtet

Heisenberg Energie vs Zeit

In accord with Heisenberg's uncertainty principle, short-lived particles have uncertain mass. So the Higgs boson, which gives mass to other particles, is uncertain about its own mass. New results from the CMS experiment at the CERN LHC have started to tell us how uncertain



Umrechnung

$$1.0 \text{ J} = 6.242 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

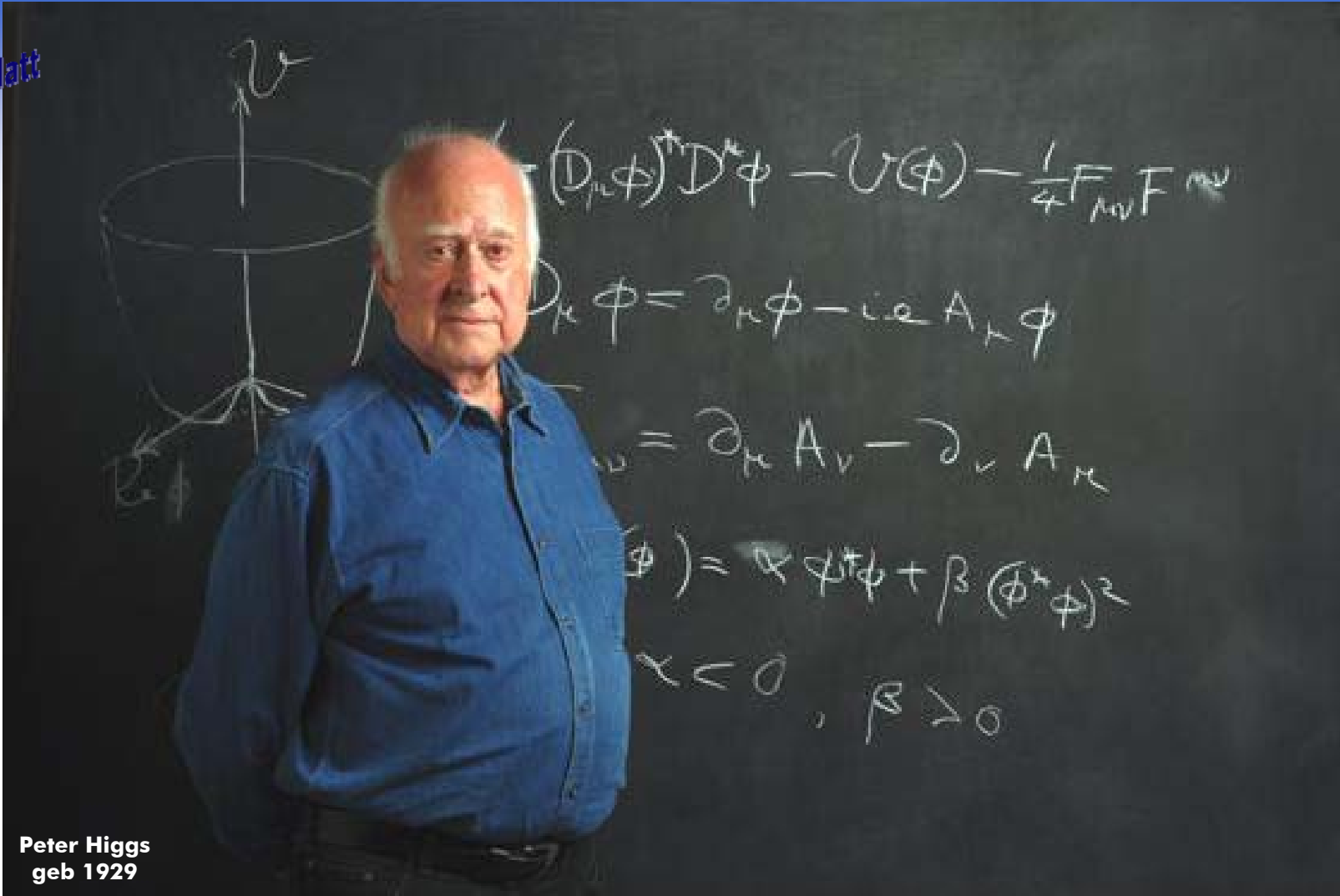
$$1.0 \frac{\text{eV}}{c^2} = 1.783 \cdot 10^{-36} \text{ kg}$$

aktuelle Messung
Masse Higgs Teilchen

$$m_{\text{Higgs}} = 125.3 \frac{\text{GeV}}{c^2}$$

Diagnose

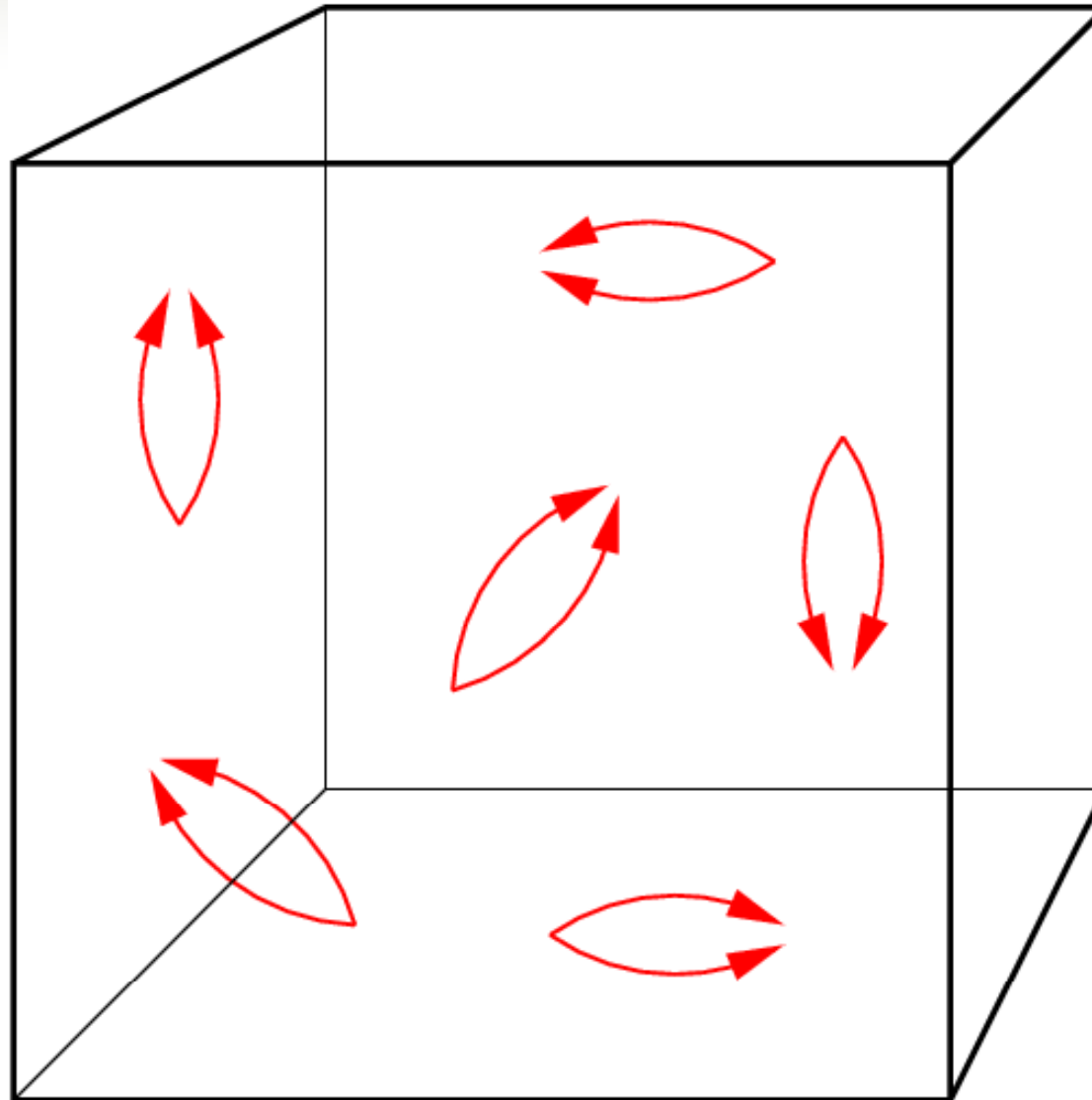
Aus Breite des Peaks für Higgs-Teilchen kann Lebensdauer bestimmt werden



The Nobel Prize in Physics 2013 was awarded jointly to François Englert and Peter W. Higgs for the theoretical discovery of a mechanism that contributes to our understanding of the origin of mass of subatomic particles, and which recently was confirmed through the discovery of the predicted fundamental particle, by the ATLAS and CMS experiments at CERN's Large Hadron Collider

Thema Unschärferelation

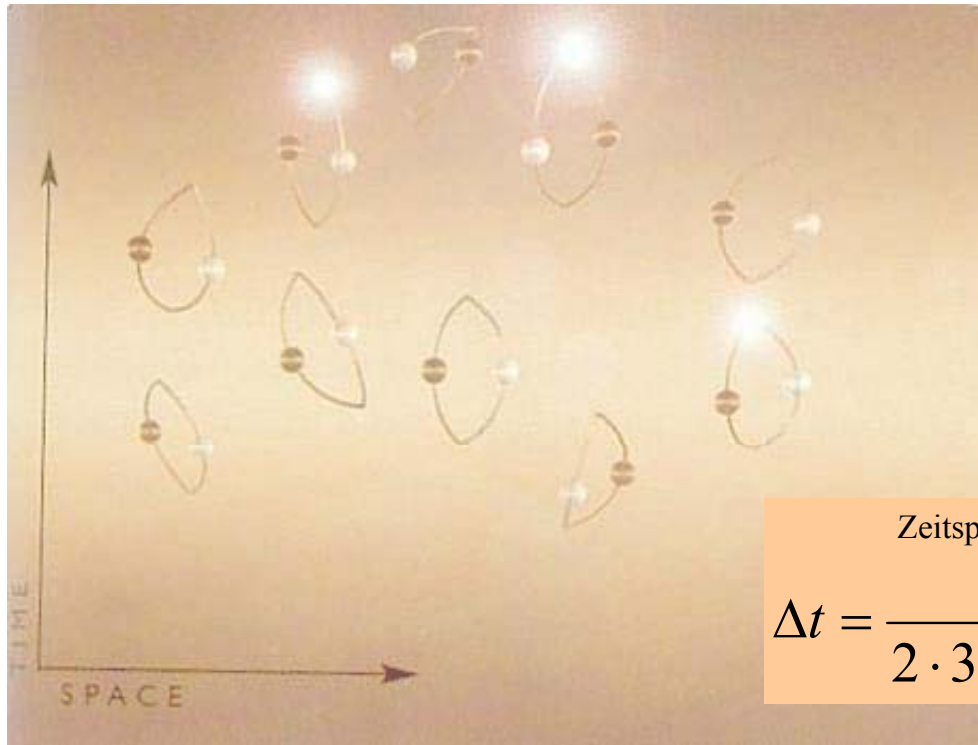
Virtuelle Teilchen



Die Natur schreckt das Leere ab *horror vacui*

Symptome

- quantenphysikalisch ist das Vakuum ein brodelnder See von Teilchen-Antiteilchen Paaren
- diese sogenannten virtuellen Teilchen sind äußerst flüchtig
- Teilchen erstehen aus dem Nichts, existieren eine kurze Zeit und verschwinden wieder
- geborgte Energie wird durch Annihilation wieder freigegeben



Unschärferelation relativistisch betrachtet

$$\Delta t = \frac{h}{\Delta E} = \frac{h}{2m_0c^2}$$

Erzeugung von zwei Teilchen wegen Impulserhaltung

Zeitspanne für Elektron-Positronpaar nach Unschärferelation

$$\Delta t = \frac{6.626 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2 \cdot 3.1 \cdot 10^{-34} \text{ kg} \cdot 3.0 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 4.04 \cdot 10^{-21} \text{ s}$$

Diagnose

- Paarerzeugung wie Elektron-Positron widerspricht nicht Energieerhaltung, Ladungserhaltung..
- Ausschreiben eines Bankschecks ist analoger Prozess im normalen Alltag
- solange der Bankscheck nicht eingelöst ist, wird Bankkonto nicht belastet

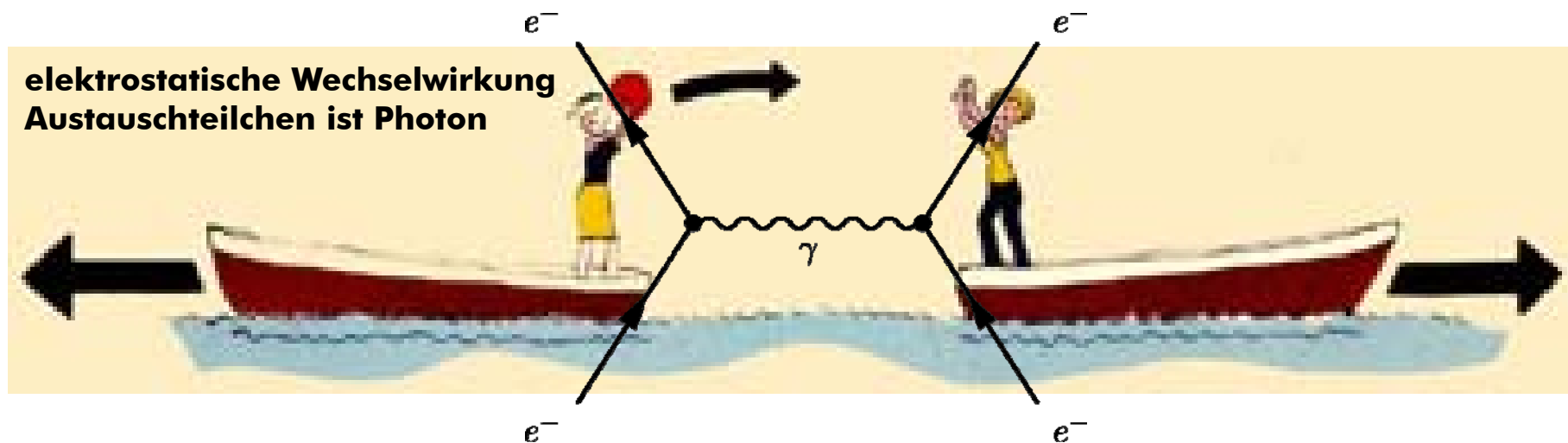
Heisenberg Virtuelle Photonen

Symptome

- Elektrodynamik beschreibt Fernwirkung der Coulombkraft über elektrisches Feld
- Mechanismus wird nicht erklärt
- Unschärferelation eröffnet neue Sichtweise auf fundamentale Wechselwirkungen

Heisenberg Energie-Zeit Unschärferelation

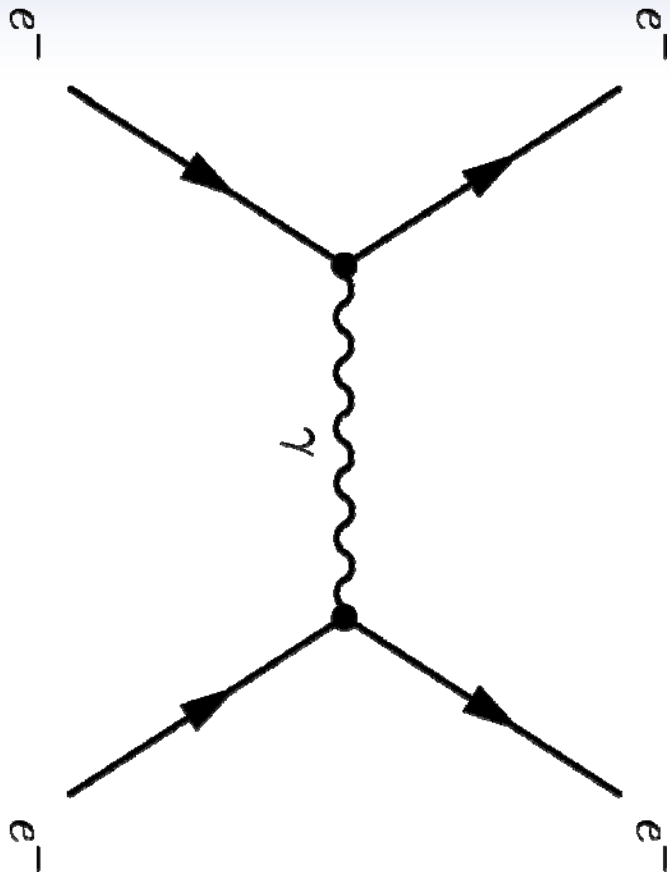
$$\Delta E_{\text{object}} \Delta t_{\text{object}} \geq \hbar$$



Diagnose

- Verletzung Energieerhaltungssatz auf kurzen Zeitskalen erlaubt
- Teilchen können aus dem NICHTS entstehen
- Vakuumfluktuationen generieren sogenannte VIRTUELLE Teilchen
- Austauschteilchen vermitteln die fundamentale Wechselwirkungen
Gravitation, elektrostatische Kraft, schwache und starke Wechselwirkung im Kern

Heisenberg Virtuelle Photonen



mögliche Zeitunschärfe in der ein virtuelles Photon auftaucht

$$\Delta t_{object} \geq \frac{\hbar}{\Delta E_{object}}$$

Wegstrecke, die virtuelles Photon während seiner Lebensdauer maximal zurücklegt

$$d_{object} \approx c \cdot \Delta t_{object} = \frac{\hbar c}{\Delta E_{object}}$$

Impulserhaltung bei Emission eines virtuellen Photons durch Elektron

$$p_{photon} = \frac{\Delta E_{photon}}{c}$$

$$p_{electron} = \frac{\Delta E_{electron}}{c}$$

Elektron nimmt Energie des Photons auf

Analyse zeigt, dass Coulombpotenzial richtig wiedergegeben wird

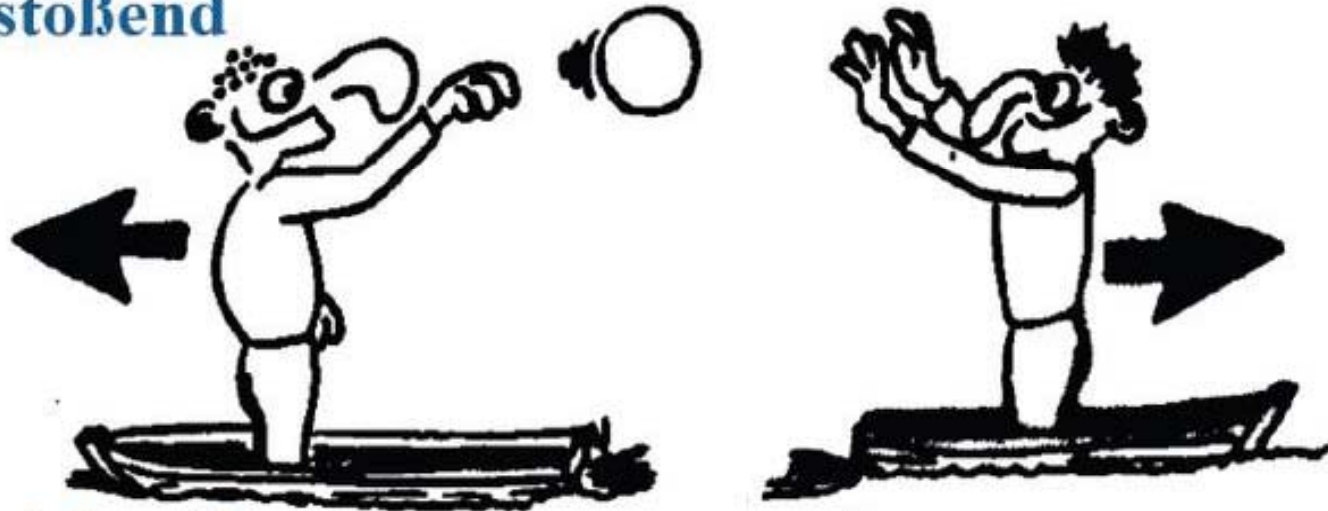
$$\varphi_e(r) \approx \Delta E_{electron} = \frac{\hbar c}{r}$$

Diagnose

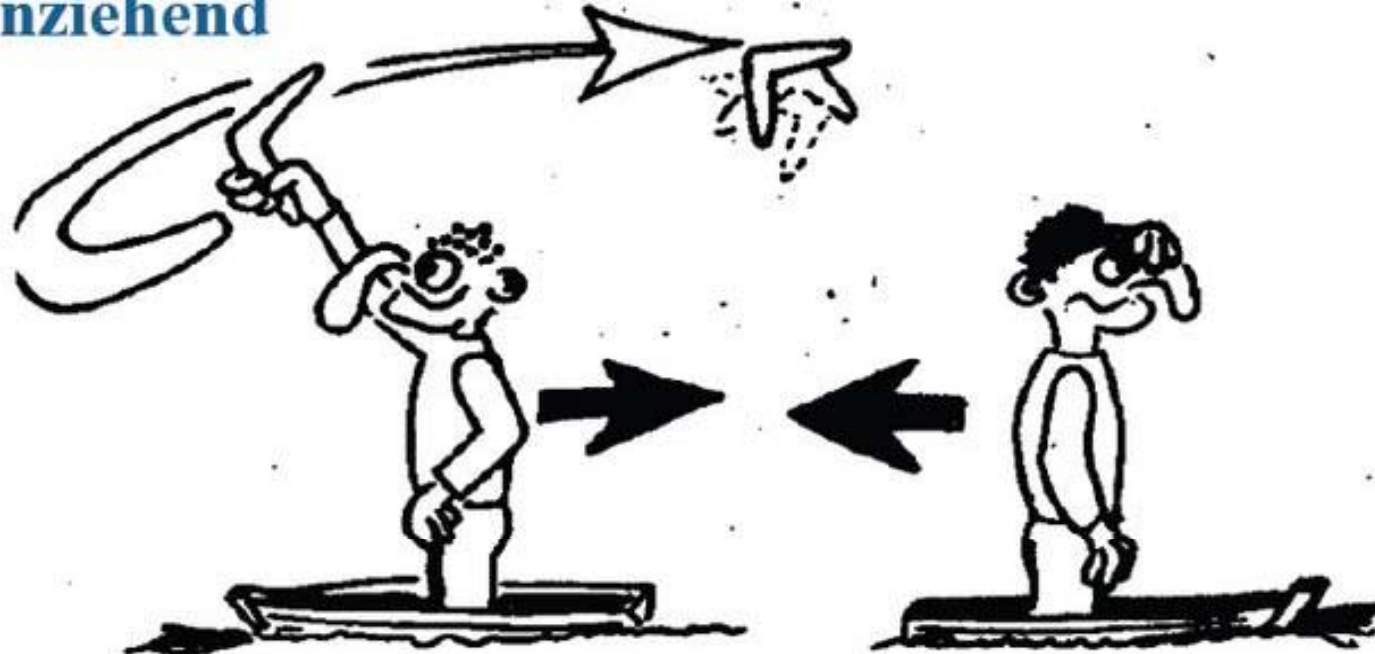
- elektrostatisches Potenzial aus Coulomb-Wechselwirkung wird richtig wiedergeben
- Anziehung unterschiedlicher Ladung kann ebenfalls erklärt werden
- im Gegensatz zu klassischer Mechanik erfolgt Wechselwirkung NICHT nicht mehr instantan

Kraftwirkung durch Teilchenaustausch

■ Abstoßend



■ Anziehend



Austauschteilchen als Vermittler fundamentaler Wechselwirkung

Standardmodell

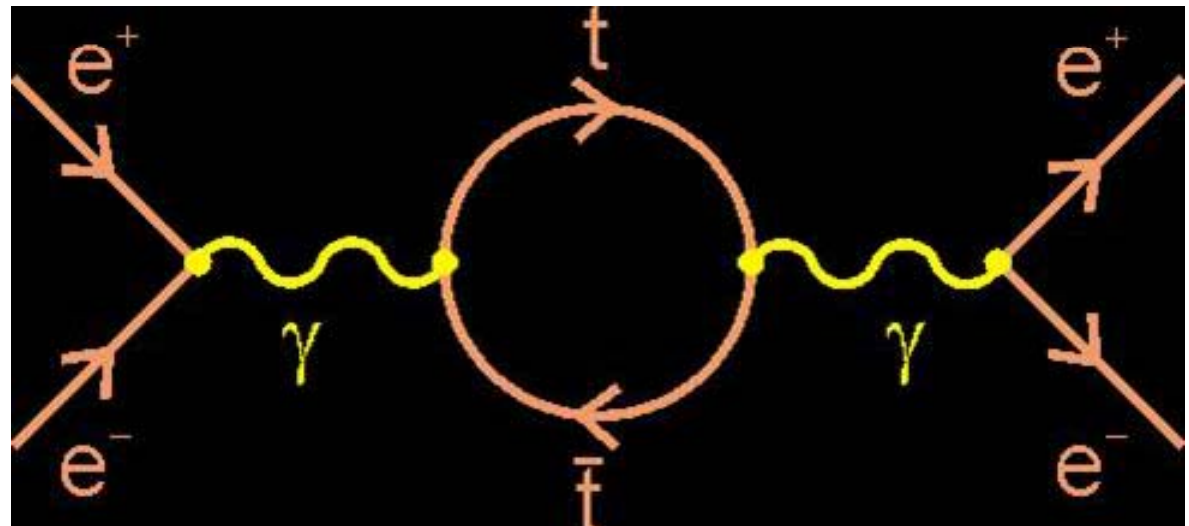
The standard model

Elementary particles

Quarks	u up	c charm	t top	Force carriers	γ photon
	d down	s strange	b bottom		Z Z boson
Leptons	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino		W^+ W+ boson
	e electron	μ muon	τ tau		W^- W- boson
	Higgs* boson				g gluon

Source: AAAS *Yet to be confirmed

Vermittlung von Kräften durch Austauschteilchen



Top Quark-Antitop-Quark Paar in Positron-Elektron Wechselwirkung

Starke Wechselwirkung

Austauschteilchen Pion

Symptome

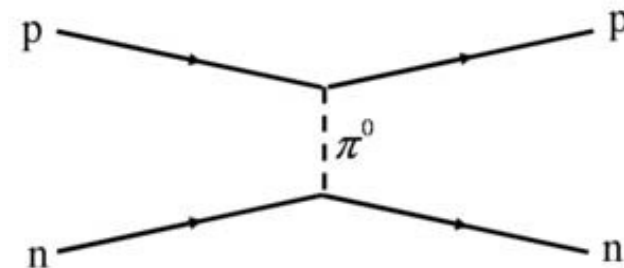
- Nukleonen wechselwirken über den Austausch von Pionen miteinander
- Austauschprozess ist durch Ausbreitung Information (Lichtgeschwindigkeit) begrenzt

Wechselwirkungszeit nach Heisenberg

$$\Delta t_{\pi} = \frac{\hbar}{\Delta E_{\pi}} = \frac{\hbar}{(m_{\pi} c^2)}$$
$$\Delta t_{\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{6.63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{2.4 \cdot 10^{-28} \text{ kg} \cdot (3 \cdot 10^8 \text{ m/s})^2}$$
$$\Delta t_{\pi} = 4.88 \cdot 10^{-29} \text{ s}$$

Masse des Pions

$$m_{\pi} = 135 \frac{\text{MeV}}{c^2} = 2.4 \cdot 10^{-28} \text{ kg}$$



Informationsübertragung durch Lichtgeschwindigkeit begrenzt

$$\Delta x_{\pi} = c \Delta t_{\pi} = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 4.88 \cdot 10^{-29} \text{ s} = 1.5 \cdot 10^{-15} \text{ m}$$

Diagnose

- Lebensdauer nach Heisenberg limitiert Reichweite der Wechselwirkung
- starke Wechselwirkung nur im Bereich des Kerns wirksam
- genauere Rechnung liefert Wert von $6 \times 10^{-16} \text{ m}$

Thema Unschärferelation Hawking-Strahlung



Spekulationen zu schwarzen Löchern

John Michell 1783



16. Hence, according to article 10, if the semi-diameter of a sphaere of the same density with the sun were to exceed that of the sun in the proportion of 500 to 1, a body falling from an infinite height towards it, would have acquired at its surface a greater velocity than that of light, and consequently, supposing light to be attracted by the same force in proportion to its vis inertiae, with other bodies, all light emitted from such a body would be made to return towards it, by its own proper gravity.

John Michell, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* 74, 35 (1783)

Vakuumfluktuationen Hawking's Strahlung

Symptome

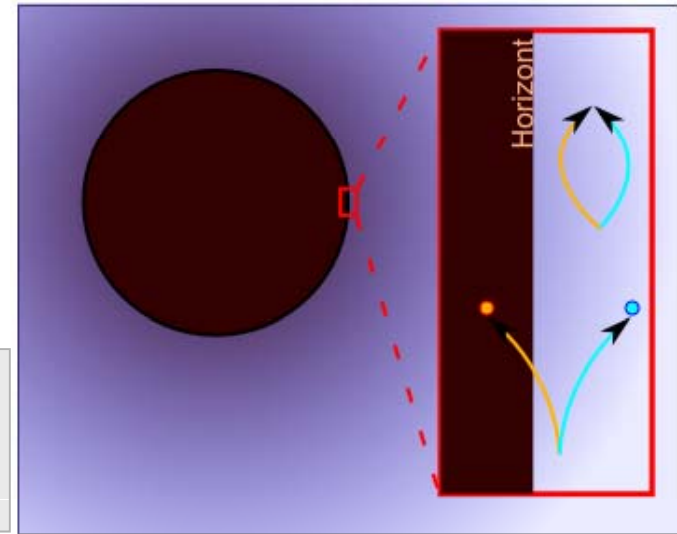
- eigentlich kann keine Strahlung aus schwarzem Loch entweichen
- aber JEDEM schwarzen Loch kann eine Temperatur zugeordnet werden
- thermodynamisch heißt das, dass ein schwarzes Loch thermische Energie abstrahlen muss

Hawking-Temperatur eines schwarzen Lochs

$$T_H = \frac{\hbar c^3}{8\pi G_N k_B M_{black\ hole}}$$

Schwarzschildradius eines schwarzen Lochs

$$R_S = \frac{2G_N}{c^2} M_{black\ hole}$$



Diagnose

- Erzeugung und Vernichtung virtueller Teilchenpaare findet in Nähe Ereignishorizonts statt
- eines der beiden erzeugten Teilchen überschreitet Ereignishorizont (nicht beobachtbar)
- anderes Teilchen entkommt als reales Teilchen in freien Raum (beobachtbar, Energieverlust)
- durch enormen Verlusts an potenzieller Energie nimmt Masse des Schwarzen Loches ab
- Energie- und Massestrom aus dem Bereich des schwarzen Lochs
- schwarze Löcher geringer Masse haben geringen Schwarzschildradius
- Ereignishorizont sind gegenüber schwereren schwarzen Löchern stärker gekrümmt
- Stärke der Vakuumfluktuationen wird durch starke Krümmung der Raumzeit begünstigt
- schwarze Löcher kleinerer schwarzer Löcher verdampfen schneller