Mittellange Nullsummen in endlichen abelschen Gruppen

Eine Folge von Elementen $g_1, g_2, \dots, g_n$ in einer abelschen Gruppe G besitzt eine Nullsumme der Länge t, falls sich t verschiedene Indizes $i_1 < i_2 < \dots < i_t$ finden lassen, so dass $g_{i_1} + \dots + g_{i_t} = 0$. Ist G ein Vektorraum über einem endlichen Körper $\mathbb{F}_p$, kann man eine Folge $g_1, \dots, g_n$ durch Polynome über $\mathbb{F}_p$ codieren. Auf diese Weise wurde zum Beispiel gezeigt, dass eine Folge der Länge $d(p-1)+1$ in $\mathbb{F}_p^d$ immer eine Nullsumme besitzt, und das jede Folge der Länge $4p-3$ in $\mathbb{F}_p^2$ eine Nullsumme der Länge p besitzt.

In gewisser Weise stellen diese beiden Ergebnisse entgegengesetzte Extreme dar: In einem Fall gibt es keine Einschränkung an t, im anderen Fall ist die geforderte Länge minimal, da Nullsummen der Länge $p-1$ sicher nicht immer existieren müssen.

In dieser Arbeit soll der Bereich dazwischen untersucht werden. Wie groß muss z.B. n sein, damit jede Folge der Länge n in $\mathbb{F}_p^4$ eine Nullsumme der Länge $\leq 2p$ enthält?