

Sicheres Wissen und Können Geometrie im Raum Sekundarstufe I

Auszug¹

¹ Der Auszug enthält nur die Standpunkte zum Sicheren Wissen und Können sowie die entsprechenden Aufgaben. Die weiteren Inhalte der Broschüre sind auf den Seiten zur räumlichen Geometrie zu finden.

Herausgeber: Institut für Qualitätsentwicklung
Mecklenburg-Vorpommern

Autoren: Evelyn Kowaleczko
Heide Kretschmar
Elke Lindstedt
Veronika Müller
Hedwig Sabelus
Dr. Christine Sikora
Prof. Dr. Hans-Dieter Sill

Druck: Universitätsdruck, Universität Rostock

Auflage: 2. Auflage, August 2012

Inhaltsverzeichnis:

Vorwort.....	2
Zur Entstehung und zum Einsatz der Broschüre.....	3
1 Zum sicheren Wissen und Können	5
2 Sicheres Wissen und Können zu Körpern.....	7
2.1 Allgemeine Begriffe, Merkmale und Eigenschaften.....	7
2.2 Merkmale und Eigenschaften von Körpern	8
2.3 Zur Struktur der Aufgabensammlung.....	9
3 Aufgaben zu Merkmalen und Eigenschaften von Körpern.....	11
3.1 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 6.....	11
3.1.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben.....	11
3.1.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten	14
3.1.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten	16
3.1.4 Ermitteln von Rauminhalten	18
3.2 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 8.....	19
3.2.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben.....	19
3.2.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten	22
3.2.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten	24
3.2.4 Ermitteln von Rauminhalten	26
3.3 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 10.....	27
3.3.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben.....	27
3.3.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten	30
3.3.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten	31
3.3.4 Ermitteln von Rauminhalten	32
4 Sicheres Wissen und Können zur Körperdarstellung und sichere Fähigkeiten zur räumlichen Wahrnehmung und räumlichen Vorstellung	34
4.1 Allgemeine Begriffe und Verfahren zur Darstellung von Körpern	34
4.2 Zur Anlage der Aufgabensammlung und Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten in der räumlichen Vorstellung.....	35
5 Aufgaben zur Körperdarstellung und zum Raumvorstellungsvermögen	37
5.1 Lesen und Anfertigen räumlicher Darstellungen	37
5.2 Lesen und Herstellen von Ansichten	44
5.3 Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen	50
5.4 Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern.....	54
5.5 Erkennen und Herstellen von Rotationen	56
5.6 Räumliche Orientierung.....	59
6 Ausgewählte Lösungen.....	65
6.1 Aufgaben zu Merkmalen und Eigenschaften von Körpern	65
6.1.1 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 6.....	65
6.1.2 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 8.....	67
6.1.3 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 10.....	69
6.2 Aufgaben zur Körperdarstellung und zum Raumvorstellungsvermögen.....	71
6.2.1 Lesen und Anfertigen räumlicher Darstellungen	71
6.2.2 Lesen und Herstellen von Ansichten	73
6.2.3 Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen	75
6.2.4 Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern.....	76
6.2.5 Erkennen und Herstellen von Rotationen	76
6.2.6 Räumliche Orientierung.....	77

Vorwort

Die Kultusministerkonferenz hat am 04.12.2003 für das Fach Mathematik bundesweit geltende Bildungsstandards für den Mittleren Abschluss und am 15.10.2004 für den Hauptschulabschluss verabschiedet. Die Bildungsstandards sollen in allen Bundesländern im Rahmen der Lehrplanarbeit, der Schulentwicklung sowie der Lehreraus- und -fortbildung implementiert und angewendet werden. Bildungsstandards formulieren fachliche und fachübergreifende Basisqualifikationen, die für die weitere schulische und berufliche Ausbildung von Bedeutung sind und die anschlussfähiges Lernen ermöglichen. Sie beschreiben zu erwartende Ergebnisse von Lernprozessen. Deren Anwendung bietet Hinweise für notwendige Förderungs- und Unterstützungsmaßnahmen.

In den vorgenannten Bildungsstandards für das Fach Mathematik werden für alle allgemeinen mathematischen Kompetenzen drei Anforderungsbereiche genannt, die sich in ihrem Anforderungsniveau unterscheiden. Der Anforderungsbereich I umfasst die Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang. Mit dem Erreichen dieses Niveaus soll insbesondere gesichert werden, dass alle Schüler jederzeit die notwendigen Voraussetzungen für ein erfolgreiches Weiterlernen besitzen.

In Zusammenarbeit von Arbeitskreisen an den Pädagogischen Regionalinstituten des L.I.S.A. mit Fachdidaktikern des Instituts für Mathematik der Universität Rostock wurden entsprechende Materialien zur Unterstützung der Lehrerinnen und Lehrer entwickelt.

In der vorliegenden Broschüre wird für ein abgegrenztes Thema durch Zielbeschreibungen und Aufgabenangebote der entsprechende Anforderungsbereich I der Bildungsstandards charakterisiert. Die Broschüre kann in vielfältiger Weise für die Unterrichtsentwicklung an der Schule genutzt werden. Die im theoretischen Teil enthaltenen Standpunkte und Vorschläge können fachliche Diskussionen und schulinterne Festlegungen unterstützen. Das umfangreiche Aufgabenmaterial wird u. a. zur Entwicklung täglicher Übungen und schulischer Testarbeiten sowie für die differenzierte Arbeit mit Schülern, die diese Anforderungen noch nicht erfüllen, empfohlen.

Das Landesinstitut für Schule und Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern stellt allen Schulen eine Broschüre zur Verfügung. Sie ist auf dem Bildungsserver zum Download veröffentlicht.

Ich bedanke mich bei den Autorinnen und Autoren dieser Broschüre, die neben ihrer Unterrichts- bzw. Lehrtätigkeit über ein Jahr intensiv an diesem Projekt gearbeitet haben.



Heidrun Breyer
Landesinstitut für Schule und
Ausbildung Mecklenburg-Vorpommern

Zur Entstehung und zum Einsatz der Broschüre

Im Juni 2004 entschloss sich der Arbeitskreis Mathematik des PRI Schwerin unter Leitung von Frau Hedwig Sabelus in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr. Hans-Dieter Sill vom Bereich Didaktik des Mathematikunterrichts der Universität Rostock ein Projekt zum sicheren Wissen und Können in der räumlichen Geometrie in Angriff zu nehmen, dessen Ergebnis wir mit dieser Broschüren allen Fachschaften Mathematik im Land bereitstellen möchten.

Zunächst beschäftigten wir uns im Arbeitskreis mit den geometrischen Inhalten der Rahmenpläne für die Klassen 1 bis 10 in Mecklenburg-Vorpommern sowie der Bildungsstandards für die Primarstufe und den mittleren Abschluss. Ein weiterer Ausgangspunkt waren die Ergebnisse der entsprechenden Aufgaben in den Vergleichsarbeiten in Mecklenburg-Vorpommern der Jahre 1998 bis 2002 und in dem internationalen PISA-Test.

In zahlreichen, teilweise ganztägigen Beratungen diskutierten wir zu Beginn die Auswahl der Elemente des Wissens und Könnens zur räumlichen Geometrie, die von allen Schülern auch nach der Schule sicher beherrscht werden sollten. Die anschließende Auswahl, Entwicklung und Diskussion der Aufgaben zu den einzelnen Themen führte zu einer wesentlichen Vertiefung und Präzisierung der Ziel- und Inhaltsbestimmung.

Die Standpunkte und Aufgaben in der Broschüre verstehen wir als einen ersten Ansatz zur Festlegung eines landesweit einheitlichen Minimalniveaus, das mit allen Schülern² zu erreichen ist. Die Standpunkte können weiterhin als Ausgangspunkt für Diskussionen in Fachschaften zu zentralen Fragen der Gestaltung des Geometrieunterrichts verwendet werden. Im Einzelnen können sie Grundlage für Diskussionen zu folgenden Themenkreisen sein, in denen auch Projekte und Festlegungen an der Schule vereinbart werden können.

- Kenntnisse der Schüler zu Körperbegriffen und Fähigkeiten zur Raumvorstellung am Ende der Grundschulzeit
Anfertigung einer Zusammenstellung von Aufgaben, die in den betreffenden Grundschulen zu diesem Thema bearbeitet wurden; Durchführung eines Eingangstestes mithilfe dieser Aufgaben zur Feststellung des individuellen Förderbedarfes
- Probleme der Entwicklung der Kenntnisse zu den Begriffen Würfel, Quader, Prisma, Zylinder, Pyramide, Kegel und Kugel in der Sekundarstufe I
Auswahl eines Körpermodells als Prototyp für jeden Begriff und Präsentation der Modelle im Mathematikraum der Schule; Auswahl typischer außermathematischer Repräsentanten der Körperbegriffe aus dem Umfeld der Schüler und Zusammenstellung dieser Beispiele auf Folien oder Postern; Vervollständigen der Sammlung von Unterrichtsmitteln zu Körpern durch Neukauf oder eigene Herstellung; Zusammenstellung von Aufgaben für tägliche Übungen für jede Klassenstufe; Entwicklung von Testarbeiten am Ende der Klassen 6, 8 und 10
- Generelle Probleme der Entwicklung des räumlichen Vorstellungs- und Darstellungsvermögens der Schüler in der Sekundarstufe I
Festlegung von Unterrichtsphasen in jeder Klassenstufe und Auswahl entsprechender Aufgaben zur langfristigen Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens; Zusammenstellung von Aufgaben für tägliche Übungen für jede Klassenstufe; Entwicklung von Testarbeiten am Ende der Klassen 6, 8 und 10
- Darstellung von Schrägbildern auf Kästchenpapier
Festlegung der in der Schule verwendeten Methode; Zusammenstellung von Möglichkeiten zum Zeichnen von Schrägbildern auf Kästchenpapier in allen Klassenstufen
- Arbeit mit Körpernetzen und Faltungen
Vervollständigen der Sammlung von Unterrichtsmitteln zu Körpernetzen und Papierfaltarbeiten
- Probleme und Möglichkeiten zur Entwicklung des räumlichen Orientierungsvermögens
Zusammenstellung von weiteren Aufgaben aus dem Umfeld der Schüler zur räumlichen Orientierung

² Bei allen Bezeichnungen von Personen oder Personengruppen sind immer beide Geschlechter gemeint.

Abschließend möchten wir noch einige Hinweise zur Arbeit mit der Aufgabensammlung geben:

- Als Hilfsmittel sind stets Zirkel, Lineal, Geodreieck und in Ausnahmefällen (Kreisberechnung) auch Taschenrechner zugelassen. Es wird darauf geachtet, dass ansonsten die notwendigen Berechnungen möglichst im Kopf vorgenommen werden können.
- Die Aufgaben sind vor allem für den Einsatz in täglichen Übungen und in Testarbeiten gedacht. Ein großer Teil ist als Kopiervorlage für Arbeitblätter gestaltet.
- Die Aufgaben sind nach Systemen von Leistungseigenschaften (Kenntnissen, Fähigkeiten, Fertigkeiten, Gewohnheiten) gruppiert, die einen möglichst geringen Umfang haben und möglichst in sich abgeschlossen sind. Die Aufgaben einer Gruppe beziehen sich im Wesentlichen nur auf die betreffende Leistungseigenschaft. Eine Zusammenstellung einzelner Aufgaben zu Übungsblättern oder Tests muss selbst vorgenommen werden.
- Bei den Merkmalen und Eigenschaften von Körpern wird das zu erreichende Niveau des sicheren Wissens und Könnens am Ende der Klasse 6, 8 und 10 angegeben.
- Bei den Aufgaben zur Körperdarstellung und zur Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens erfolgt keine Aufteilung nach Klassenstufen.

Gleichzeitig erscheint eine Broschüre zur ebenen Geometrie. Wegen der unvermeidlichen Überschneidungen sollten beide Materialien im Zusammenhang genutzt werden. Folgende Elemente des sicheren Wissens und Könnens aus der ebenen Geometrie sind notwendige Voraussetzungen in der räumlichen Geometrie und sind nur in der Broschüre zur ebenen Geometrie enthalten:

- Kenntnisse zu den Begriffen Dreieck, Quadrat, Rechteck, Trapez, Parallelogramm und Kreis
- Kenntnisse zur Berechnung des Flächeninhalts von Dreiecken, Quadraten, Rechtecken, Trapezen, Parallelogrammen und Kreisen

In der Broschüre zur ebenen Geometrie sind weiterhin Aufgaben zu Bewegungen und zur Symmetrie enthalten, die ebenfalls zur Entwicklung des räumlichen Vorstellungsvermögens dienen können.

In der Stereometrie treten oft Sach- und Anwendungsaufgaben auf, die in dieser Broschüre nicht berücksichtigt wurden. Das Wissen und Können im Lösen von Sachaufgaben ist ein gesonderter Leistungsbereich, der auch einer speziellen Entwicklungslinie bedarf. Dazu ist eine weitere Broschüre zum sicheren Wissen und Können geplant.

Die Diskussionen zum sicheren Wissen und Können lassen sich in die aktuellen Bestrebungen zur Einführung von Bildungsstandards einordnen. Um die teilweise recht hohen Anforderungen an das Abschlussniveau erfüllen zu können, benötigen die Schüler ein sicheres und anwendungsbereites Grundlagenwissen. Die sehr allgemeinen Festlegungen der Bildungsstandards müssen für alle Anforderungsbereiche weiter spezifiziert werden.

Wir bedanken uns bei Susann Dittmer, Annelie Kretzschmar, Dr. Günter Liesenberg und Heike Schubert für die Unterstützung bei den aufwändigen Layoutarbeiten sowie bei Dr. Christine Sikora für die Anfertigung der Lösungen der Aufgaben und die zahlreichen Hinweise zur Aufgabensammlung.

Wir wünschen viel Erfolg bei der Arbeit mit unserem Material!

Schwerin, Dezember 2005

Die Autoren

1 Zum sicheren Wissen und Können

Unter sicherem Wissen und Können verstehen wir solche Bestandteile der mathematischen Bildung eines Schülers bzw. Schulabsolventen, die er auch nach der Schule jederzeit (etwa bei einer Fernsehquizshow) ohne vorherige Reaktivierung abrufen und sicher anwenden kann. Als Grad der Sicherheit halten wir es für erforderlich, dass die Lösungswahrscheinlichkeit bei einer einzelnen Aufgabe bei jedem Schüler mindestens $\frac{2}{3}$ beträgt. Dies bedeutet, dass bei einer Testarbeit zum sicheren Wissens und Können eine Erfüllungsquote von etwa 80 % erreicht wird.

Eine Orientierung auf ein so verstandenes sicheres Wissen und Können halten wir bei allen Zielen des Mathematikunterrichts aus folgenden Gründen für ein geeignetes Mittel zur Erhöhung der Unterrichtsqualität:

- Durch die Festlegung eines sicheren Wissens und Könnens erfolgt eine Gewichtung der zahlreichen Ziele des Mathematikunterrichts, die den Lehrern bei der Bewältigung des Stoff-Zeit-Problems und den Schülern bei der Strukturierung ihres Wissens helfen kann.
- Alle Schüler erreichen in einem bestimmten wenn auch kleinen Teilbereich der Anforderungen stets mindestens befriedigende Ergebnisse.
- Die sichere Beherrschung grundlegender Kenntnisse, Fähigkeiten und Fertigkeiten ist eine notwendige Voraussetzung zur Bearbeitung anspruchsvoller Aufgaben, wie sie z. B. in den Bildungsstandards enthalten sind.
- Alle Schüler nehmen aus dem Mathematikunterricht eine Basis mit, die sie im weiteren Unterricht und in der späteren Ausbildung sicher beherrschen.
- Die nachfolgenden Bildungseinrichtungen wissen, worauf sie sich bei den mathematischen Grundkenntnissen der Schulabsolventen sicher verlassen können und worauf nicht, d.h. was möglicherweise erst nach erneuter Reaktivierung verfügbar ist.

Zur Entwicklung eines sicheren Wissens und Könnens ergeben sich aus dem dazu notwendigen Aufwand und den gegenwärtig z.B. in den Vergleichsarbeiten sichtbaren erreichten Ergebnisse folgende Konsequenzen:

- Der Bereich des sicheren Wissens und Könnens muss auf möglichst wenige und möglichst einfache Anforderungen beschränkt werden.
- Eine solche Auswahl und Beschränkung kann nicht in der Verantwortung eines einzelnen Lehrers liegen, sondern kann nur auf Landesebene erfolgen.
- Die Entwicklung eines sicheren Wissens und Könnens muss wieder bzw. verstärkt Bestandteil der Kultur des täglichen Mathematikunterrichts werden.

Mit dieser Broschüre wird ein erster Vorschlag für das mit allen Schülern zu erreichende Mindestniveau unterbreitet. Dazu war es notwendig, detaillierte und tiefgründige Betrachtungen zu den Elementen des Wissens und Könnens anzustellen. Dies betrifft insbesondere Analysen sprachlicher Bedeutungen und der Verwendung des Wissens und Könnens im Alltag. In die Broschüre wurde ein großer Teil dieser Überlegungen aufgenommen, um die Gründe für die getroffene Auswahl zu verdeutlichen und um alle interessierten Kollegen zur Beteiligung an den Überlegungen anzuregen.

Obwohl ein so verstandenes Wissen und Können meist nur geringe mathematische Anforderungen beinhaltet, muss es hinsichtlich solcher Qualitätsparameter von Kenntnissen wie der Verfügbarkeit, Dauerhaftigkeit, Anschaulichkeit, Sinnhaftigkeit, Anwendbarkeit und Resistenz ein weit höheres Niveau haben als Inhalte mit einem höheren Anforderungsniveau. Dies erfordert einen entsprechenden Aufwand im Unterricht, der sich nicht automatisch bei der immanenten Verwendung der Wissens- und Könnenselemente einstellt, sondern der spezieller Unterrichtsphasen und Gestaltungselemente bedarf.

Das wesentliche Kriterium bei der Auswahl der Wissens- und Könnenselemente war für uns ihre elementare Bedeutung einmal für das Lernen im Mathematikunterricht aber vor allem für die Bewältigung von Anforderungen an jeden Bürger der Gesellschaft außerhalb des Mathematikunterrichts. Wir haben uns bei allen betrachteten Inhalten stets die Frage gestellt, wer braucht dies wozu nach der Schule. Neben den speziellen Zielen und Inhalten haben

wir dabei auch allgemeine fachübergreifende Ziele im Blick, die in den Bildungsstandards als Kompetenzen bezeichnet werden. Insbesondere spielt für den Bereich des sicheren Wissens und Könnens der sprachlich-logische Umgang mit den Begriffen (mathematisch argumentieren), die Identifizierung und Realisierung außermathematischer Objekte (mathematisch modellieren) sowie die sichere Verwendung mathematischer Darstellungen eine große Rolle.

Die sprachlichen Analysen verdeutlichen, dass die Mehrzahl der im Mathematikunterricht verwendeten Wörter verschiedenen Bedeutungen haben, oft bereits im aber erst recht außerhalb des Mathematikunterrichts. Wenn die mathematischen Bedeutungen der Wörter in der genannten Qualität fest im Kopf der Schüler verankert werden sollen, müssen auch die gemeinsamen und unterschiedlichen Bedeutungen der Begriffe im Unterricht beachtet werden. Dies bedeutet nicht, diese Begriffsbeziehungen unbedingt zum Thema des Unterrichts zu machen. Es geht vor allem darum, dass die sicher anzueignenden mathematischen Begriffe möglichst oft in möglichst vielfältigen Zusammenhängen vorkommen.

Ein wesentliches Ziel der Überlegungen zum sicheren Wissen und Können ist es, ein minimales in sich geschlossenes System von mathematischen Begriffen, Sätzen und Verfahren zu bestimmen. Der weitaus größte Teil der üblichen Inhalte des Mathematikunterrichts ist in diesem System nicht enthalten. Dies bedeutet nicht, dass wir etwa der Meinung sind, auf diese Inhalte verzichten zu können. Im Gegenteil möchten wir uns (von Ausnahmen abgesehen) gegen jegliche Reduzierungen der gegenwärtigen Ziele und Inhalte des Mathematikunterrichts aussprechen. Zu einem erfolgreichen Weiterlernen aller Schüler nach der allgemein bildenden Schule ist neben einer sicher verfügbaren Basis auch eine gewisse Vertrautheit mit möglichst vielen Elementen der Mathematik von Bedeutung, auch wenn diese nicht unmittelbar abrufbar sind, sondern erst einer Reaktivierung und einer Vertiefung entsprechend den Erfordernissen der weiteren Ausbildung bedürfen. Die von uns vorgenommene Auswahl hat nur wenige Konsequenzen für die Erarbeitung neuen Stoffes, sondern vor allem für die Schwerpunktbildung bei einer langfristigen Festigung.

Die Aufgaben der Broschüre können für kriteriumsorientierte Tests zum sicheren Wissen und Können verwendet werden. Dabei sollte man folgende Aspekte beachten.

- Die Testarbeit darf nicht speziell vorbereitet werden. Die letzten Übungen sollten mindestens etwa 3 Wochen zurückliegen.
- Alle einzelnen Teilaufgaben (in dieser Broschüre mit a), b) ... bezeichnet) sollten nur mit einem Punkt (richtig oder falsch bzw. nicht gelöst) bewertet werden.
- Da es sich um Mindestforderungen handelt, werden alle Aufgaben unabhängig vom tatsächlichen Anforderungsniveau als gleichwertig betrachtet.
- Die Anzahl der Teilaufgaben zu einem Anforderungsbereich sollte zur einfachen Auswertung wegen der Mindestquote von 65 % ein Vielfaches von 3 sein. In der Broschüre haben deshalb alle Aufgaben in der Regel eine entsprechende Anzahl von Teilaufgaben.
- Für Schüler, die diesen Anforderungsbereich bereits sicher beherrschen, sollten anspruchsvollere Aufgaben als Zusatz aufgenommen werden.

2 Sicheres Wissen und Können zu Körpern

2.1 Allgemeine Begriffe, Merkmale und Eigenschaften

Figur:

Das Wort Figur sollte im Mathematikunterricht generell nur in der Bedeutung von ebenen Figuren, die durch eine Linie begrenzt sind, also einen Flächeninhalt und einen Umfang haben, verwendet werden. Diese Vorstellung sollte zum sicheren Wissen und Können in der ebenen Geometrie gehören. Über den allgemeinen Figurbegriff der Mathematik, der auch Körper und andere Punktmengen umfasst, können in oberen Klassen interessierte Schüler informiert werden, bei denen dann möglicherweise eine entsprechende Verallgemeinerung ihrer Kenntnisse zum mathematischen Figurbegriff erfolgt.

Körper:

Die Schüler sollten den mathematischen Körperbegriff sicher beherrschen und damit u. a. etwa die folgenden Gedanken verbinden: Körper sind Quader, Würfel, Zylinder, Kegel, Pyramiden, Kugeln und daraus durch Zerlegung oder Zusammensetzung entstandene Objekte. Mit den Namen von Körpern wird die idealisierte Form eines realen Gegenstandes beschrieben, Körper sind mathematische Modelle für reale Gegenstände.

Weitere Gedanken zu Körpern, die zum sicheren Wissen gehören sollten, ergeben sich aus den weiteren Betrachtungen zu Eigenschaften von Körpern.

Ecke, Spitze, Kante:

Die Schüler beherrschen wesentliche Inhalte der Bedeutung der Begriffe Ecke, Spitze und Kante in der Geometrie in etwa der folgenden Weise.

Es ist nicht notwendig, dass sie unter der Ecke eines Körpers lediglich den Eckpunkt vorstellen, sie können durchaus auch ein Gebiet in der Nähe des Eckpunktes im Innern des Körpers vor Augen haben. Wenn die Bezeichnungen der Ecken gesucht sind, sollte nach den Eckpunkten gefragt werden.

Die Bezeichnung Spitze sollte lediglich in Zusammenhang mit den Begriffen Pyramide und Kegel erfolgen. Der Zusammenhang von Spitze und Ecke gehört nicht zum sicheren Wissen.

Unter Kanten sollten im Bereich des sicheren Wissens nur Strecken verstanden werden.

Fläche, Begrenzungsfläche, Oberfläche, Grundfläche, Deckfläche, Seite, Seitenfläche, Mantelfläche, Grundkanten, Seitenkanten:

Die Schüler sollten zur Beschreibung allgemeiner Merkmale von Körpern die Wörter bzw. Redewendungen „Begrenzungsflächen“, „Flächen, die den Körper begrenzen“ oder „Flächen eines Körpers“ sicher verwenden können. Unter einer Fläche oder einer Begrenzungsfläche sollten sie sowohl ebene als auch gekrümmte Flächen verstehen. Damit können alle Körper im Mathematikunterricht durch die Angabe der Art, Anzahl und Lage ihrer Begrenzungsflächen eindeutig charakterisiert werden.

Aufgrund der zweifachen innermathematischen und außermathematischen Bedeutung des Wortes Seitenfläche bzw. Seite sollten diese Bezeichnungen im Rahmen des sicheren Wissens und Könnens nur bei Körpern erfolgen, die eine Grundfläche haben. Bei diesen Körpern sollten die Schüler sowohl eine Grundfläche als auch die Seitenflächen sicher identifizieren können.

Da auch das Wort Oberfläche im Alltag zwei Bedeutungen hat, sollte die mathematische Bedeutung nicht zum sicheren Wissen und Können gehören, zumal wir auch die Formeln für

den Oberflächeninhalt nicht dazu rechnen. Bei Aufgabenstellungen zum Oberflächeninhalt kann die Formulierung „Summe der Inhalte aller Begrenzungsflächen“ verwendet werden.

Die Begriffe Deckfläche, Mantelfläche, Grundkante und Seitenkante sollten nicht zum sicheren Wissen der Schüler gehören, da sie zur Identifizierung der Körper und zur Volumenberechnung nicht erforderlich sind und im Alltag kaum eine Rolle spielen.

Länge, Breite, Tiefe, Höhe:

Der Begriff Länge gehört einmal zum sicheren Wissen und Können im Arbeiten mit Größen, auf das hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Wegen der üblichen Verwendungen der Begriffe Länge, Breite und Tiefe im Alltag, sollten diese Bedeutungen im Geometrieunterricht ebenfalls zur Angabe von Längenmaßen verwendet werden, obwohl dies zu einer zweifachen Bedeutung des Wortes Breite im Mathematikunterricht führt. Für die Maße eines quaderförmigem Gegenstandes oder Raumes sollten die Bezeichnungen Länge, Breite, Höhe bzw. Breite, Tiefe, Höhe je nach Kontext verwendet werden. Bei innermathematischen Aufgaben sollten mit Blick auf die Körperdarstellung die Bezeichnungen Breite, Tiefe und Höhe benutzt werden. Die Schüler sollten mit diesen verschiedenen Bezeichnungen für die Abmessungen von Quadern sicher umgehen können, ohne dabei über die Unterschiede reflektieren zu können.

Der mathematische Begriff der Höhe sollte aufgrund seiner Bedeutsamkeit für die Volumenberechnung zum sicheren Wissen gehören. Das wesentliche Merkmal in der mathematischen Bedeutung ist im Unterschied zum Alltagsbegriff sein Bezug zur Grundfläche und damit seine Unabhängigkeit von der Lage des Körpers. Die Schüler sollte die Höhe eines Körpers (falls sie existiert) sicher in allen Lagen identifizieren können.

2.2 Merkmale und Eigenschaften von Körpern

Würfel und Quader

Zum sicheren Wissen und Können sollten die Kenntnis der Wörter Würfel und Quader und ihrer mathematischen Bedeutungen (einschließlich ihrer Unterscheidung von den Begriffen Quadrat und Rechteck) sowie das Können im Anwenden der Formel für das Würfel- und Quadervolumen gehören.

Prisma

Zum sicheren Wissen und Können sollte gehören, dass die Schüler in der Lage sind, ein gerades Prisma durch die Angabe der Form und Lage der Begrenzungsflächen beschreiben zu können, die Volumenformel zu kennen und zur Volumenberechnung eine entsprechende Begrenzungsfläche und die dazugehörige Höhe auszuwählen zu können.

Die Kenntnis der Bezeichnung Prisma und die Unterscheidung von geraden und schiefen Prismen rechnen wir nicht zum sicheren Wissen und Können.

Zylinder

Die Schüler sollten das Wort Zylinder in der Bedeutung eines geraden Kreiszylinders sicher kennen, wozu auch die Kenntnis der Abwicklung der Mantelfläche als Rechteck und die Rotationseigenschaft gehören. Sie sollten sicher wissen, wie man das Volumen berechnet und die Berechnung des Oberflächeninhalts auf die Berechnung ebener Figuren zurückführen können.

Pyramide, Kegel, Kugel

Die Schüler sollten die Wörter Pyramide, Kegel und Kugel in folgenden Bedeutungen sicher kennen. Eine Pyramide ist in der Mathematik ein Körper, der als Grundfläche ein Dreieck, ein Viereck, ein Fünfeck usw. und als Seitenflächen Dreiecke hat. Unter einem Kegel in der Mathematik sollten sie einen geraden Kreiskegel verstehen. Zum Begriff Kugel sollten sie wis-

sen, dass es sich um eine gekrümmte Fläche handelt, deren Punkte vom Mittelpunkt der Kugel alle den gleichen Abstand haben. Sie sollten auch die Rotationseigenschaften von Kegel und Kugel sicher kennen. Weiterhin sollten sie die Volumenformel für Pyramiden und Kegel sicher anwenden können.

2.3 Zur Struktur der Aufgabensammlung

Die Aufgaben wurden entsprechend der Entwicklung des geometrischen Könnens der Schüler im Unterricht vom Inhalt und Niveau her den Klassenstufen 5/6, 7/8 und 9/10 zugeordnet. Die sichere Beherrschung der Anforderungen dieser Aufgaben sollte dabei spätestens am Ende der jeweiligen Doppeljahrgangstufe erreicht werden.

Die Aufgabensammlungen wurden jeweils nach folgenden Typen von Anforderungen gegliedert.

1. Allgemeine Merkmale von Körpern vergleichen und beschreiben

Die Körper werden in der Regel als Schrägbilder und in wenigen Fällen durch eine verbale Beschreibung gegeben.

Die Schüler sollen:

- die Anzahl der Kanten, Ecken und Begrenzungsflächen angeben
- die Existenz einer Spitze erkennen
- die Bezeichnung bzw. die Art der Begrenzungsflächen (gekrümmt oder eben) angeben
- Kantenlängen bei Kantenmodellen berechnen
- Begrenzungsflächen identifizieren
- Grund- bzw. Deckflächen erkennen (nur bei Zylinder, Prisma, Pyramide und Kegel),
- Körper bezüglich selbst gewählter Eigenschaften vergleichen

2. Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

Die Objekte werden gegeben durch Schrägbilder, Zeichnungen ebener Figuren, Vollkörperdarstellungen, verbale Beschreibungen oder Zweitafelbilder.

Die Schüler sollen

- die gegebenen Körper benennen
- Körper und ebene Figuren unterscheiden
- Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Zusammensetzen von bis zu vier Würfeln entstehen
- Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Schnitt eines Würfels, Zylinders parallel bzw. senkrecht zu einer Begrenzungsfläche entstehen können
- Körper benennen bzw. beschreiben, die durch Rotation entstehen
- Netze von Zylindern und Kegeln identifizieren

3. Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

Die Objekte werden verbal gegeben durch grafische bzw. fotografische Darstellungen.

Die Schüler sollen

- die Grundform der Objekte durch mathematischen Begriff beschreiben
- Gegenstände angeben, die eine bestimmte Form haben
- Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Form von realen Gegenstände angeben
- Gemeinsamkeiten und Unterschiede der Form von realen Gegenständen und dem mathematischen Begriff angeben

4. Ermitteln von Rauminhalten

Die inner- oder außermathematischen Objekte werden als Schrägbilder, grafische bzw. fotografische Darstellungen oder durch eine verbale Beschreibung gegeben.

Die Schüler sollen

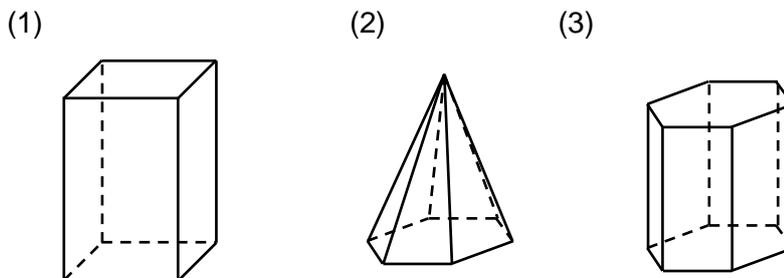
- zwischen der Bestimmung des Volumens und des Inhalts aller oder einiger Begrenzungsflächen bei inner- und außermathematischen Aufgabenstellungen unterscheiden
- das Volumen von Würfeln, Quadern und Kegeln berechnen
- zu einem gegebenen Volumen eines Quaders mögliche Kantenlängen angeben
- Volumenformeln für Quader, Zylinder, Kegel und Pyramiden identifizieren
- Maße an Körpern identifizieren, die zur Volumenberechnung geeignet sind
- das Volumen von Prismen und Pyramiden berechnen, deren Grundfläche ein Rechteck oder Dreieck ist
- das Volumen von Körpern berechnen, die aus maximal 2 elementaren Körpern zusammengesetzt sind oder durch maximal 2 Körper zu einem elementaren Körper ergänzt werden können

3 Aufgaben zu Merkmalen und Eigenschaften von Körpern

3.1 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 6

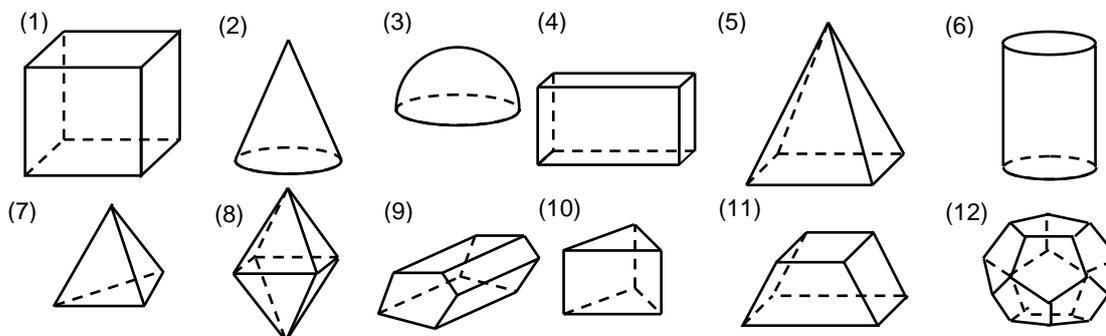
3.1.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

1. Die folgenden Zeichnungen zeigen Körper. Fülle die Tabelle aus.



	(1)	(2)	(3)
Anzahl der Kanten			
Anzahl der Ecken und Spitzen (wenn vorhanden)			
Anzahl der Begrenzungsflächen			

2. Im Bild sind 12 Körper dargestellt.

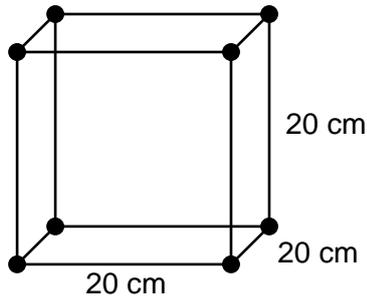


Vervollständige die Sätze durch Angabe der Nummer der Körper.

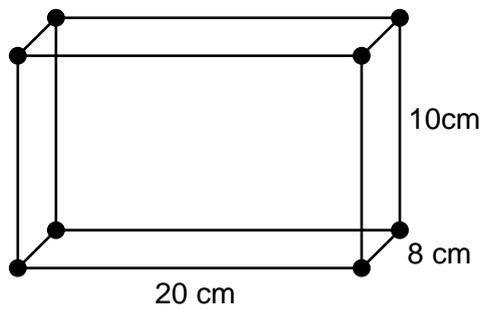
- Die Körper _____ werden nur durch ebene Flächen begrenzt.
- Die Körper _____ haben 8 Ecken.
- Die Körper _____ haben 12 Kanten.
- Die Körper _____ haben 5 Begrenzungsflächen.
- Die Körper _____ haben mindestens eine Spitze.
- Die Körper _____ werden auch durch gekrümmte Flächen begrenzt.

3. Paul möchte aus Draht Kantenmodelle basteln. Wie viel Draht braucht er jeweils für die Modelle?

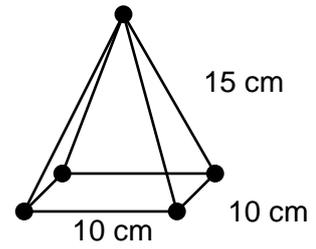
a)



b)

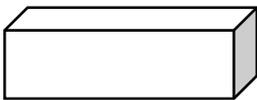


c)

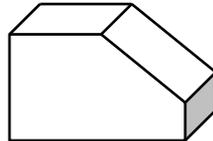


4. Fülle die Tabelle aus.

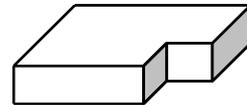
(1)



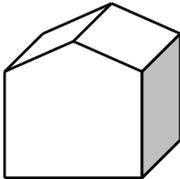
(2)



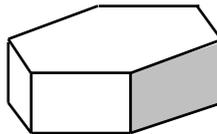
(3)



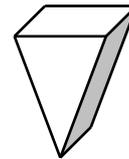
(4)



(5)



(6)

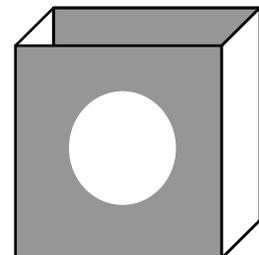


Körper	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Anzahl der Begrenzungsflächen						
Anzahl der Ecken						
Anzahl der Kanten						

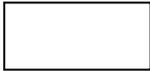
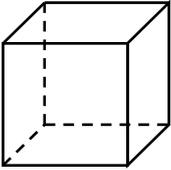
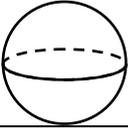
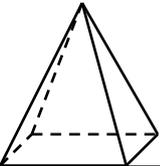
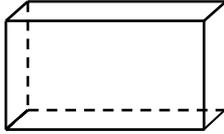
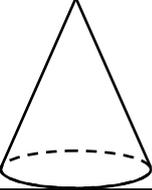
5. Caren will aus einem Draht das Gerüst für einen Lampion herstellen. Die Grundfläche soll dabei ein Quadrat mit den Seitenlängen 10 cm sein.

a) Wie viel Draht braucht sie mindestens für einen 15 cm hohen Lampion?

b) Wie hoch kann sie ihn höchstens machen, wenn sie 1,60 m Draht hat?

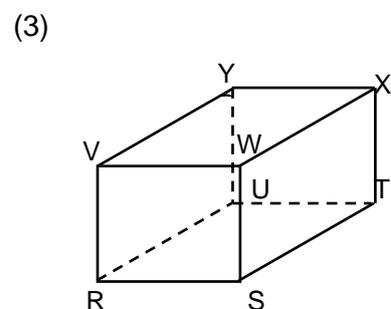
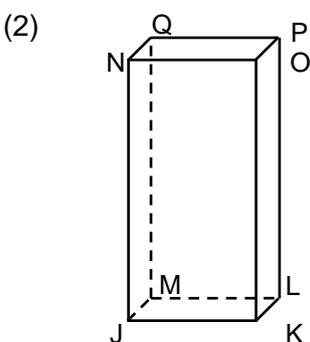
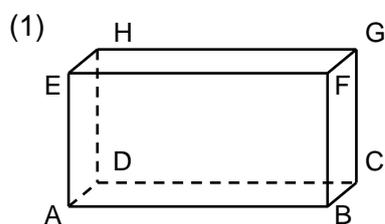


6. Begrenzen die angegebenen Flächen die Körper? Entscheide mit ja oder nein.

				
a) 				
b) 				
c) 				
d) 				
e) 				
f) 				

7. Gib für jeden der Quader jeweils an:

- alle Kanten, die gleich lang sind,
- alle Kanten, die zueinander parallel sind,
- alle Begrenzungsflächen, die kongruent sind,



8. Stelle dir einen Quader vor und bestimme in Gedanken

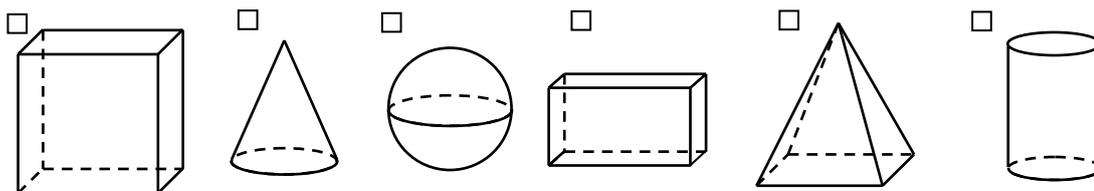
- die Anzahl der Ecken
- die Anzahl Kanten
- die Anzahl der Begrenzungsflächen.

9. Stelle dir vor, dass auf eine Seitenfläche eines Würfels eine Pyramide aufgesetzt wird, deren Grundfläche mit der Seitenfläche des Würfels übereinstimmt. Bestimme in Gedanken von diesem zusammengesetzten Körper

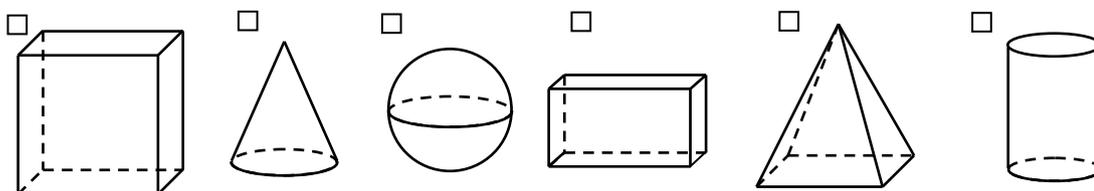
- a) die Anzahl der Begrenzungsflächen _____
- b) die Anzahl der Ecken _____
- c) die Anzahl der Kanten _____

10. Kreuze die Körper an,

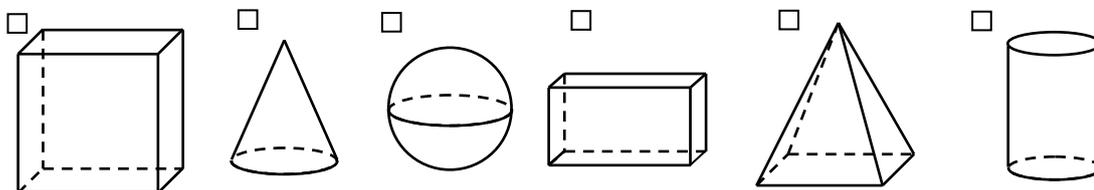
a) von denen man mehrere der gleichen Art gut übereinander stapeln kann,



b) die eine Spitze haben,

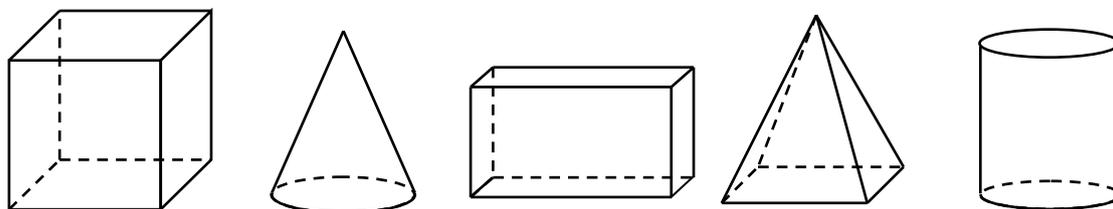


c) die rollen können.



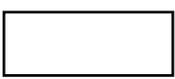
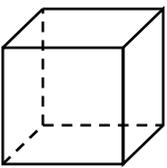
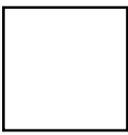
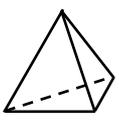
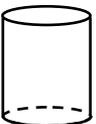
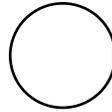
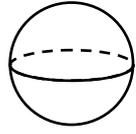
3.1.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

1. Wie heißen die Körper? Verbinde.



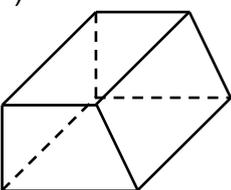
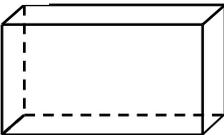
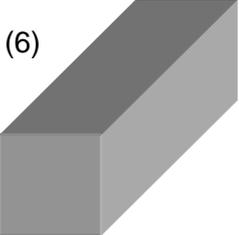
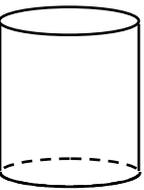
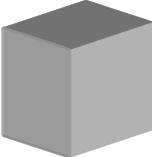
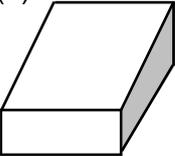
- | | | | | |
|--------|----------|----------|-------|--------|
| Quader | Zylinder | Pyramide | Kegel | Würfel |
|--------|----------|----------|-------|--------|

2. In folgenden Zeichnungen sind geometrische Objekte dargestellt. Gib jeweils einen möglichen Namen für die Objekte an.

(1) 	(2) 	(3) 	(4) 
_____	_____	_____	_____
(5) 	(6) 	(7) 	(8) 
_____	_____	_____	_____
(9) 	(10) 	(11) 	(12) 
_____	_____	_____	_____

3. a) Gib an, welche der folgenden Zeichnungen einen Würfel darstellen: _____

b) Gib an, welche der folgenden Zeichnungen einen Quader darstellen: _____

(1) 	(2) 	(3) 	(4) 	(5) 
(6) 	(7) 	(8) 	(9) 	

4. Lisa sagt: Ich denke an einen Körper, der sechs ebene Begrenzungsflächen hat. Jeweils zwei davon sind gleich groß.

Erik sagt: Ich denke an einen Körper, der auch sechs ebene Begrenzungsflächen hat, die aber alle gleich groß sind.

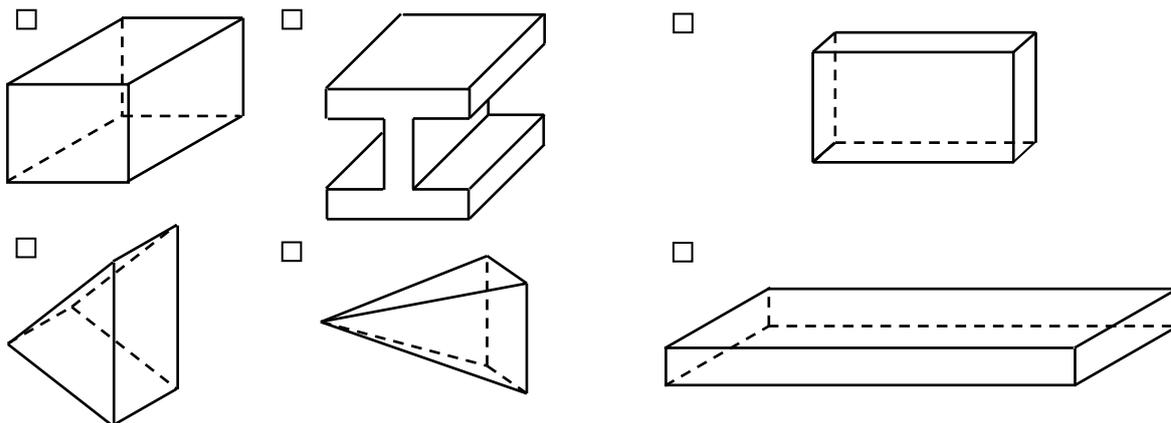
An welche Körper denken Lisa bzw. Erik?

Lisa: _____

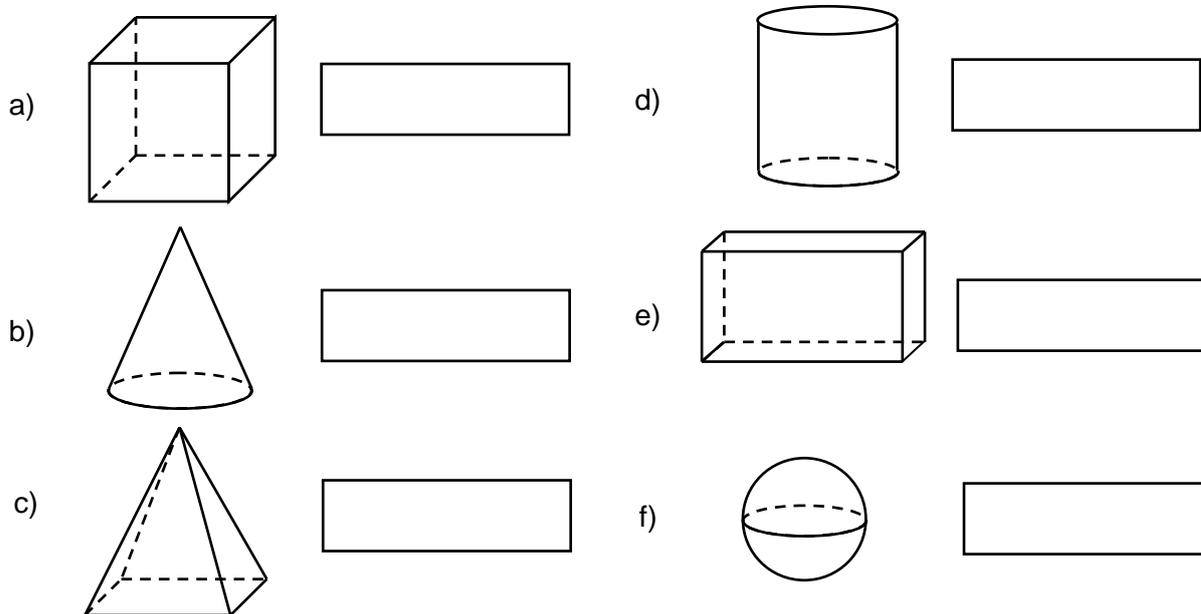
Erik: _____

5. Wie viele Würfel werden mindestens benötigt, damit man aus ihnen einen neuen Würfel zusammensetzen kann?

6. Welche Abbildungen stellen einen Quader dar? Kreuze an.



7. Schreibe den Namen der Körper in das Kästchen.



8. Zwei Würfel werden zusammengesetzt. Welcher Körper entsteht?

9. Ein Würfel wird durch einen Schnitt parallel zu einer Seitenfläche in zwei Körper zerlegt. Welche Körper können dabei entstehen?

3.1.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

1. Ordne die Gegenstände den geometrischen Grundformen zu. Verbinde.



Quader

Zylinder

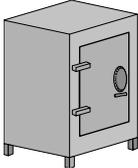
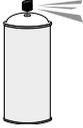
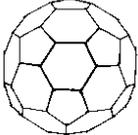
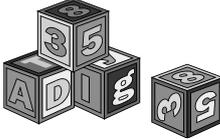
Pyramide

Kegel

Würfel

Kugel

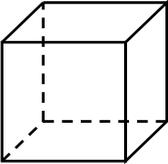
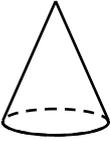
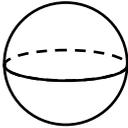
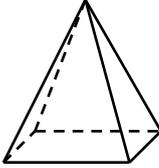
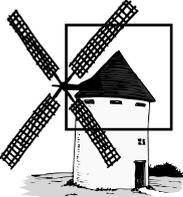
2. Die Formen der Gegenstände unseres Alltags können mit mathematischen Begriffen beschrieben werden.
Ordne den abgebildeten Gegenständen mathematische Begriffe zu!

a)		<input type="text"/>	b)		<input type="text"/>
c)		<input type="text"/>	d)		<input type="text"/>
e)		<input type="text"/>	f)		<input type="text"/>

3. Beschreibe wenn möglich die Form der folgenden Gegenstände durch einen mathematischen Begriff.

- | | | |
|-----------------|---------------|-------------------|
| a) Müslipackung | b) DVD-Player | c) Fensterscheibe |
| d) Farbdose | e) Hochhaus | f) Ziegelstein |
| g) Tischplatte | h) Handy | i) Dachziegel |

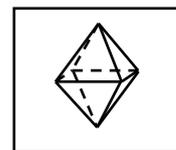
4. Bezeichne die Form der abgebildeten Objekte durch einen mathematischen Begriff.

a)						
b)						
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

5. Nenne mindestens drei Beispiele für Gegenstände, die die Form eines Quaders haben.
6. Gib eine Gemeinsamkeit und einen Unterschied in der Form folgender Gegenstände an:

a) Streichholzschachtel und Getränkedose	Gemeinsamkeit: _____ Unterschied: _____
b) Spielwürfel und Trinkpäckchen	Gemeinsamkeit: _____ Unterschied: _____

7. Bei einem Gesellschaftsspiel wird zum Würfeln ein Körper verwendet, der acht gleich große, gleichseitige Dreiecke als Seitenflächen hat. Vergleiche diesen Spielwürfel mit einem normalen Würfel. Gib einen Unterschied und eine Gemeinsamkeit an.



3.1.4 Ermitteln von Rauminhalten

1. Muss man bei folgenden Vorhaben ein Volumen oder einen Flächeninhalt berechnen? Kreuze das Richtige an.

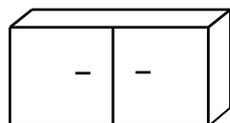
	Volumen	Flächeninhalt
a) Ein Kasten soll gestrichen werden.		
b) Ein Schwimmbecken wird mit Wasser gefüllt.		
c) Ein Schmuckkästchen wird mit Papier beklebt.		
d) Ein Sandkasten wird mit Sand befüllt.		
e) Ein Zimmer soll tapeziert werden.		
f) Die Wand eines Klassenraumes wird gestrichen.		

2. Ein Raum hat ein Volumen von 60 m^3 . Gib drei Möglichkeiten für seine Abmessungen an:

	1. Möglichkeit	2. Möglichkeit	3. Möglichkeit
Länge:			
Breite:			
Höhe:			

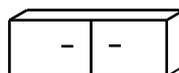
3. Berechne das Volumen der drei Möbelstücke mit der angegebenen Breite (B), Tiefe (T) und Höhe (H). Alle Angaben sind in Zentimetern gegeben.

(1)



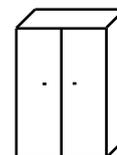
B/T/H: 100/50/60

(2)



B/T/H: 80/50/50

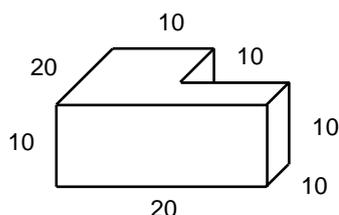
(3)



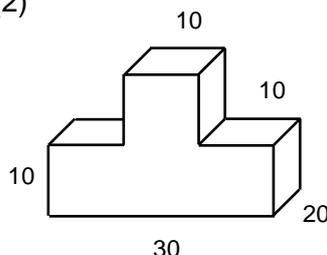
B/T/H: 100/60/200

4. a) Zerlege die Körper in Teilkörper, deren Volumen du berechnen kannst. Skizziere die Zerlegung in den Schrägbildern
b) Berechne das Volumen der Körper. (Angaben in Zentimeter)

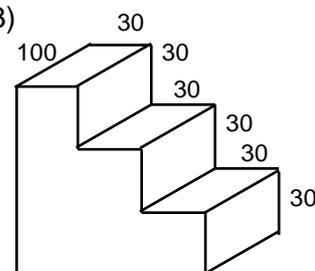
(1)



(2)



(3)



(Die Abbildungen sind nicht maßstäblich.)

3.2 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 8

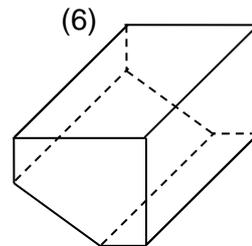
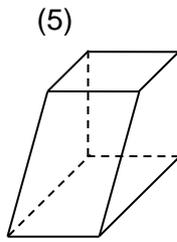
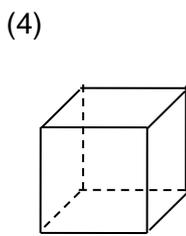
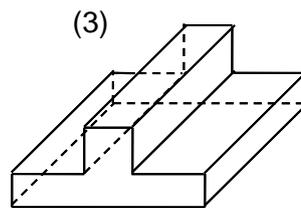
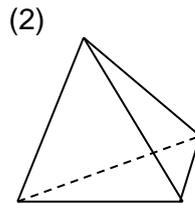
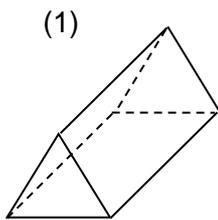
3.2.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

1. a) Untersuche, welche Körper kongruente Grund- und Deckflächen besitzen und markiere bei diesen Körpern jeweils eine der Grund- bzw. Deckflächen.

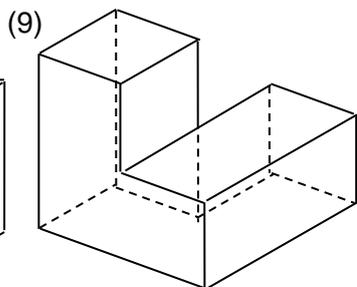
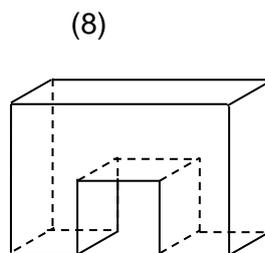
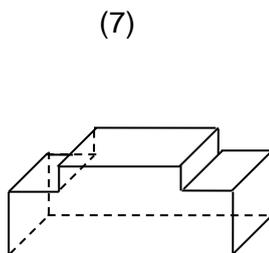
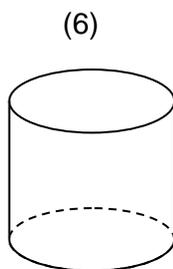
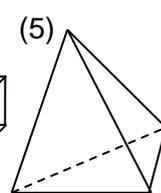
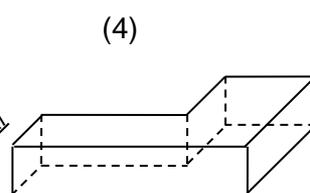
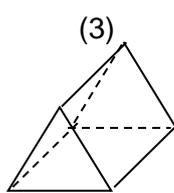
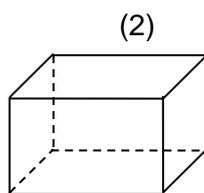
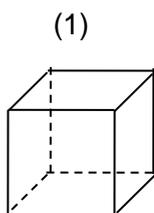
b) Gib an:

Körper, die auf der Grundfläche stehen: _____

Körper, die auf einer Seitenfläche liegen: _____

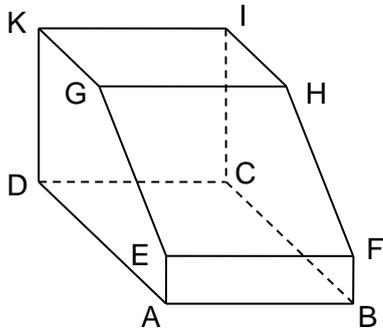


2. Untersuche, bei welchen der folgenden Körper das Volumen mit der Formel $V = A_G \cdot h$ berechnet werden kann. Schraffiere bei diesen Körpern eine Fläche, die als Grundfläche verwendet werden kann und färbe eine Strecke, die eine Höhe des Körpers ist.



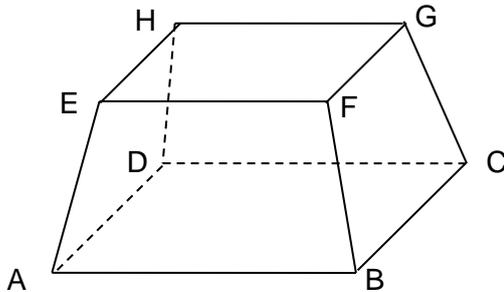
3. Gib mit Hilfe der Eckpunkte alle Begrenzungsflächen und ihre Namen an. Entscheide, ob diese Fläche bei einer Volumenberechnung als Grundflächen (A_G) angesehen werden kann, wenn die Formel $V = A_G \cdot h$ verwendet werden soll. Kreuze an.

(1)



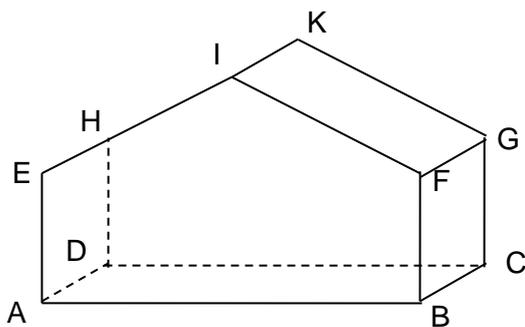
Fläche	Name	A_G
ABFE	Rechteck	

(2)



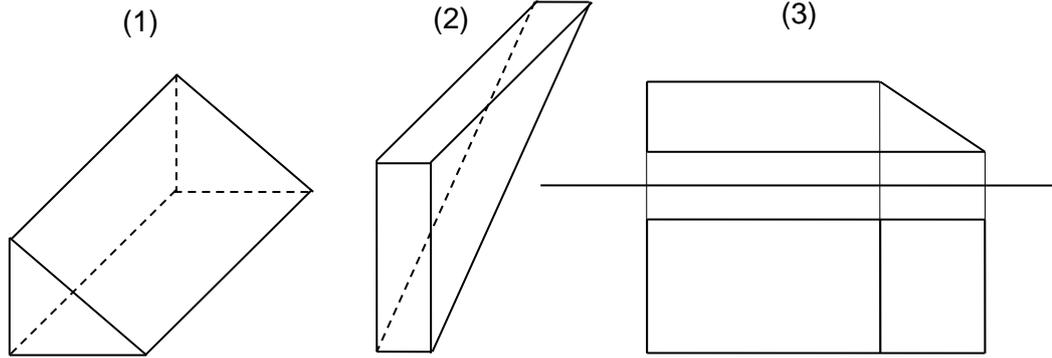
Fläche	Name	A_G

(3)



Fläche	Name	A_G

4. Kennzeichne jeweils eine mögliche Grundfläche und eine Höhe der dargestellten Körper.



5. Folgende Körper sollen zu einem Quader ergänzt werden.

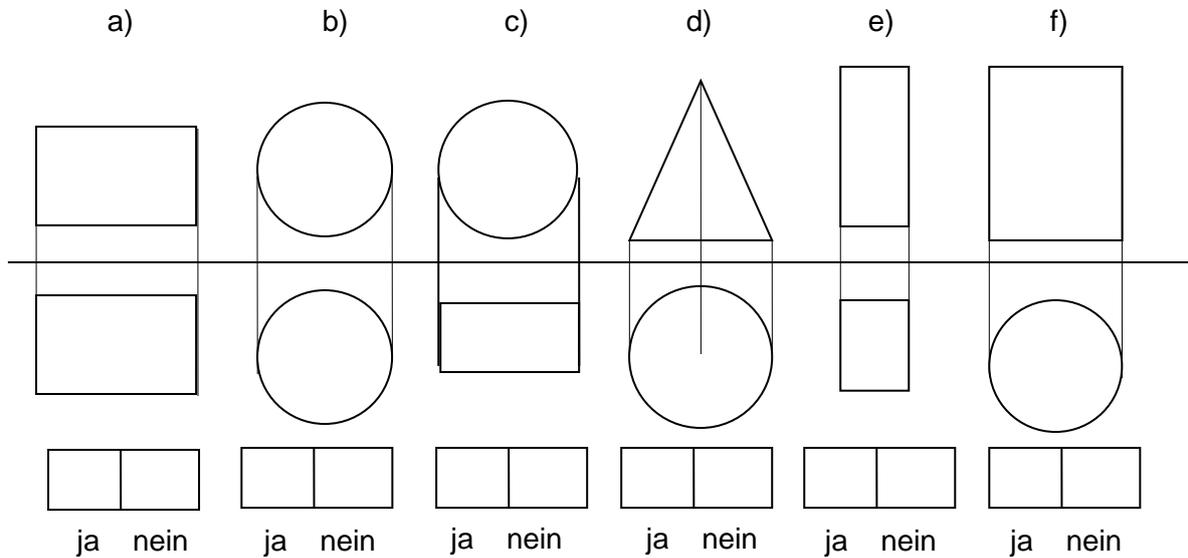
a) Skizziere die Ergänzungskörper.

b) Benenne die Begrenzungsflächen der Ergänzungskörper und gib ihre Anzahl an.

Körper	Ergänzungskörper	Name der Begrenzungsflächen des Ergänzungskörpers	Anzahl

3.2.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

1. Im folgenden Bild sind Körper in Zweitafelprojektion dargestellt.
Entscheide, ob es sich jeweils um Zylinder handeln kann.



2. Lisa sagt: „Ich denke an einen Körper, der einen Kreis als Grundfläche besitzt.“
Paul sagt: „Ich denke an einen Körper, der rollen kann.“
An welche Körper könnten sie denken?

Lisa: _____

Paul: _____

3. Gib an, welche Körper entstehen:

a) Ein Rechteck rotiert um eine seiner Seiten.

b) Ein Zylinder wird durch eine Ebene parallel zur Grundfläche geschnitten.

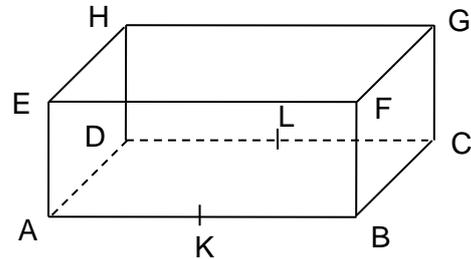
c) Ein Zylinder wird durch eine Ebene senkrecht zur Grundfläche geschnitten.
Die Ebene schneidet die Grundfläche in einem Durchmesser.

4. Ein Quader wird jeweils durch eine Ebene in der angegebenen Weise geschnitten.
- Zeichne die Schnittebenen ein.
 - Gib mit Hilfe der Eckpunkte eine mögliche Grundfläche für jeden der beiden Körper an.

(1) Ebene durch ABGH

Grundfläche: _____

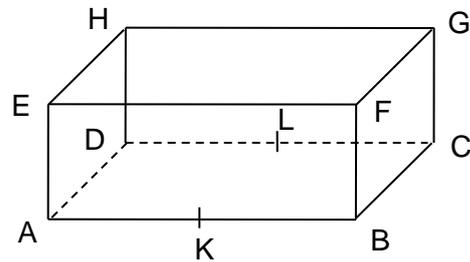
Grundfläche: _____



(2) Ebene durch ACEG

Grundfläche: _____

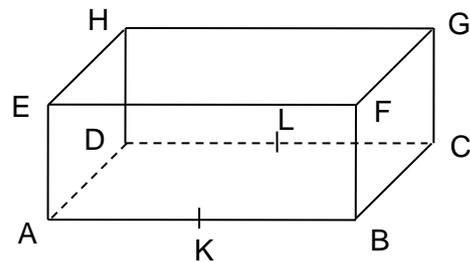
Grundfläche: _____



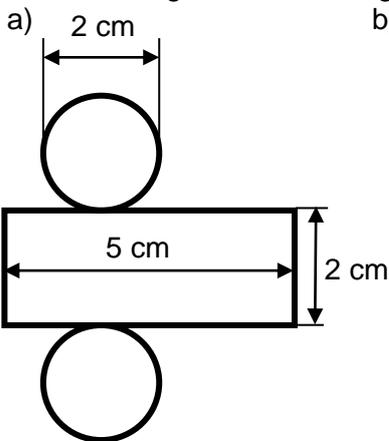
(3) Ebene durch EKLH

Grundfläche: _____

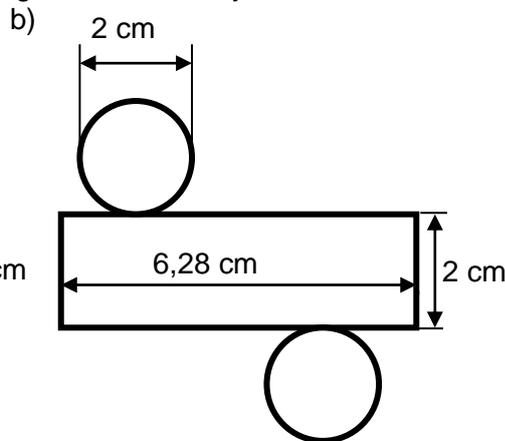
Grundfläche: _____



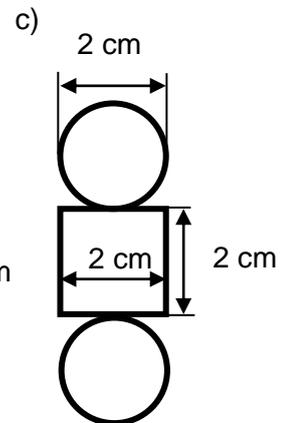
5. Prüfe, ob folgende Zeichnungen Netze von Zylindern sein können.



ja	nein



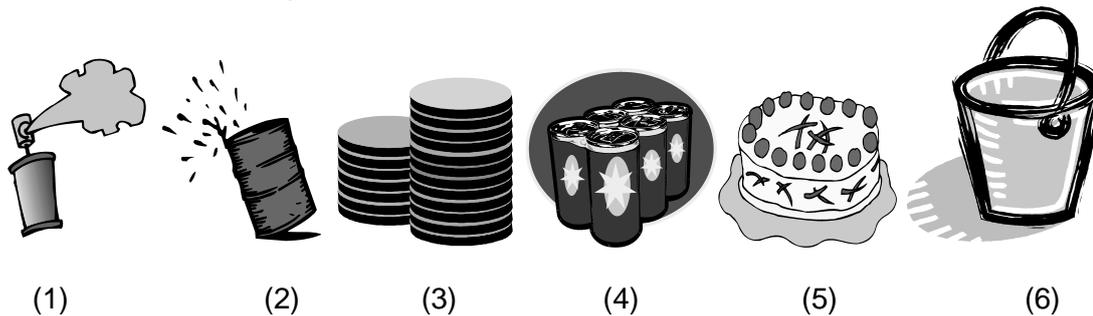
ja	nein



Ja	Nein

3.2.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

1. Gib die Nummern der Gegenstände an, die die Form eines Zylinders haben.



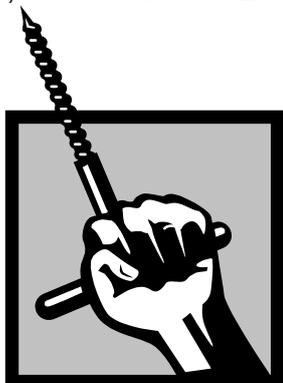
2. Nenne 3 Beispiele für Gegenstände, die eine zylindrische Form haben.

3. Vergleiche die Form einer Getränkedose mit der Form eines mathematischen Zylinders. Finde Gemeinsamkeiten und Unterschiede.
Gemeinsamkeiten: _____

Unterschiede: _____



4. Um Bilder an eine gemauerte Wand in seinem Internatzimmer zu hängen, möchte Karsten Löcher in die Wand bohren.



A



B



C

a) Welche Bohrer sind dazu nicht geeignet? _____

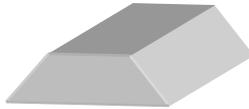
b) Mit welchen mathematischen Körpern kann man die Form des Bohrloches der geeigneten Bohrer vergleichen? _____

c) Gib einen Unterschied der Form der Bohrlöcher von dem mathematischen Körper an, den du in b) genannt hast.

5. Ein gerades Prisma ist in der Mathematik ein Körper, der zwei zueinander parallele und deckungsgleiche Flächen (Grund- und Deckfläche), sowie weiterhin nur Rechtecke als Seitenflächen besitzt. Welche der schematisch dargestellten Gegenstände haben die Form eines Prismas? Schraffiere in diesen Fällen die Grund- bzw. Deckfläche.



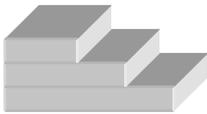
(1) Pralinenschachtel



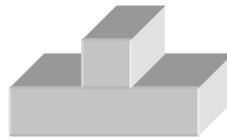
(2) Bahndamm



(3) Holzkeil



(4) Treppe

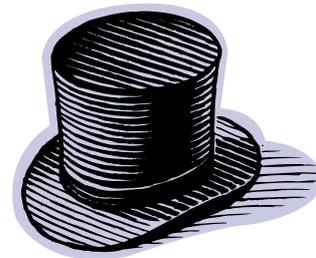
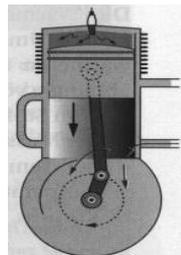


(5) Podest



(6) Stahlträger

6. Mit dem Wort Zylinder wird sowohl ein mathematischer Körper als auch ein Bauteil eines Verbrennungsmotors sowie eine bestimmte Hutform bezeichnet. Gib jeweils eine gemeinsame und eine unterschiedliche Eigenschaft folgender Paare von Objekten an.



	gemeinsame Eigenschaft	unterschiedliche Eigenschaft
Zylinder in der Mathematik und Zylinderhut		
Zylinder in der Mathematik und Zylinder als Teil des Motors		

3.2.4 Ermitteln von Rauminhalten

1. Was muss ich messen, um das Volumen dieser Dose zu ermitteln?
 Kennzeichne die Strecken durch Maßpfeile (| \longleftrightarrow |)



2. Entscheide jeweils, ob man mit der Formel das Volumen eines Zylinders berechnen kann. Kreuze das Zutreffende an.

a) $V = A_g \cdot h$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b) $V = \pi \cdot h$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

c) $V = \pi \cdot d \cdot h$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

d) $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

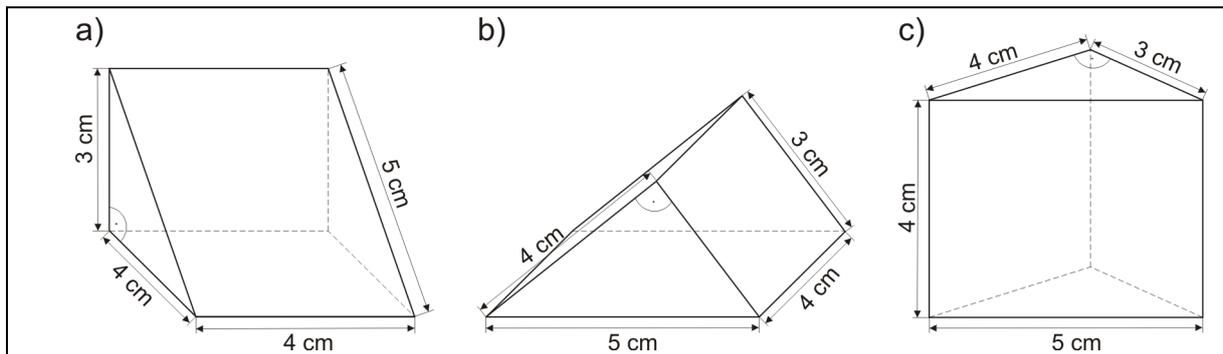
e) $V = \pi \cdot r^3 \cdot h$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

f) $V = \pi \cdot h^2$

ja	nein
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

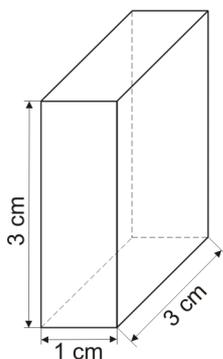
3. Berechne das Volumen der Körper. Gib zunächst eine allgemeine Formeln an, setze



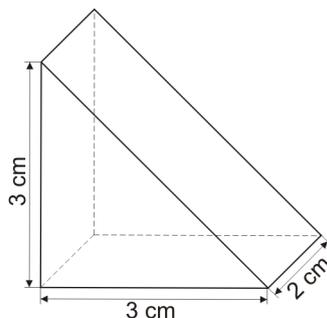
dann die konkreten Werte ein und berechne das Ergebnis.

4. Die folgenden Abbildungen zeigen Schrägbilder dreier Körper.

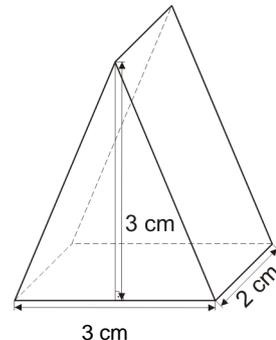
(1)



(2)



(3)

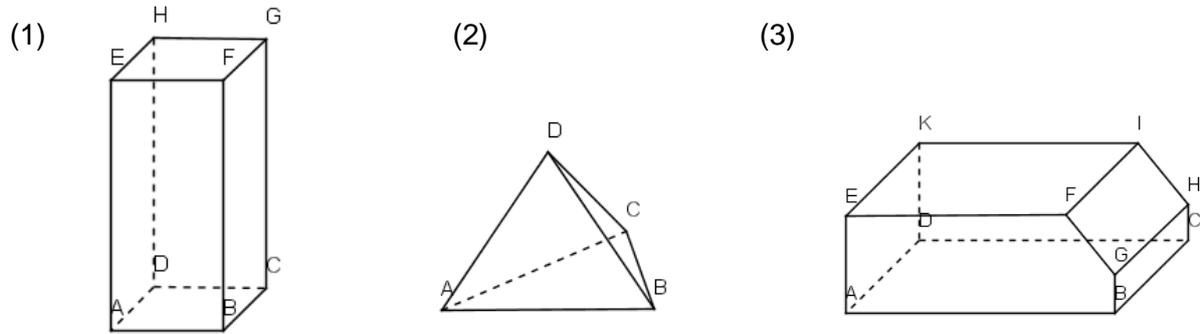


- a) Berechne jeweils die Größe einer möglichen Grundfläche.
 b) Berechne jeweils das Volumen der Körper.

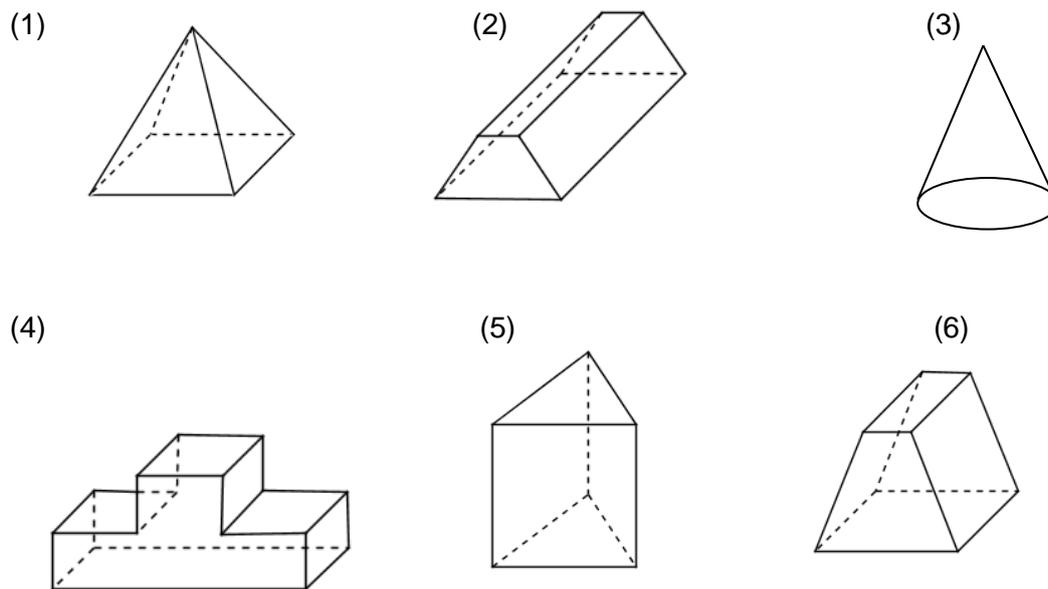
3.3 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 10

3.3.1 Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

1. Die folgenden Zeichnungen stellen Körper dar.
 - a) Gib mithilfe der Eckpunkte alle Begrenzungsflächen an.
 - b) Unterstreiche jeweils alle Begrenzungsflächen, die bei einer Volumenberechnung als Grundfläche gewählt werden können.



2. Nenne 2 verschiedene Eigenschaften von Körpern, die mindestens zwei der Körper haben. Gib dann die Nummer der Körper an, die diese Eigenschaft haben bzw. nicht haben.

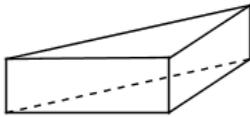


Übertrage die Tabelle ins Heft und fülle sie aus.

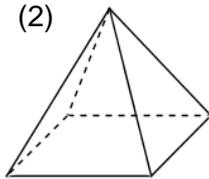
Eigenschaften	Körper, die die Eigenschaften haben	Körper, die die Eigenschaften nicht haben

3. Finde mindestens 3 verschiedene Merkmale, die einige der 6 dargestellten Körper gemeinsam haben. Gib das gemeinsame Merkmal und die betreffenden Körper an.

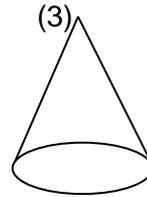
(1)



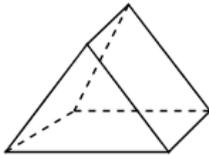
(2)



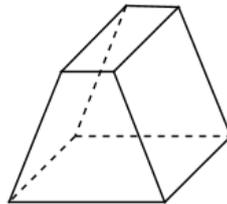
(3)



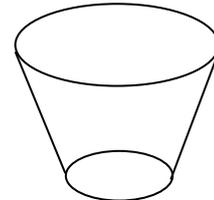
(4)



(5)



(6)

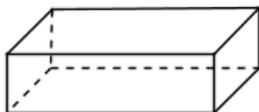


Übertrage die Tabelle ins Heft und fülle sie aus.

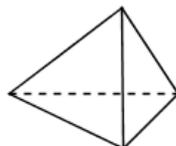
Gemeinsame Eigenschaft	Körper

4. Finde zu jedem der 6 Körper eine Eigenschaft, die er mit einem oder mehreren der übrigen Körper gemeinsam hat. Gib die Eigenschaft und die Nummer der Körper an.

(1)



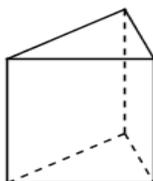
(2)



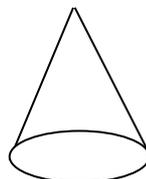
(3)



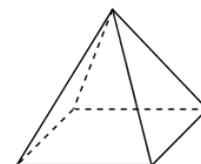
(4)



(5)



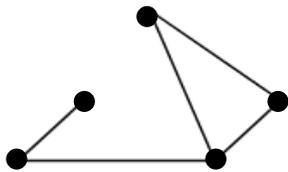
(6)



Übertrage die Tabelle in dein Heft und fülle sie aus.

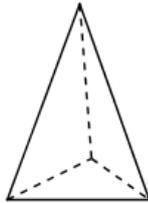
Körper	Eigenschaft	weitere Körper mit dieser Eigenschaft
(1)		
(2)		

5. Chris will mit Strohhalmen und Knetkugeln eine Pyramide bauen. Wie viele fehlen mindestens noch?

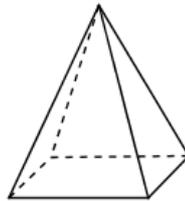


Es fehlen noch _____ Strohhalme und
_____ Knetkugeln.

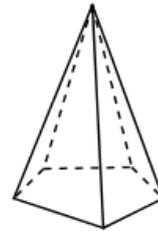
6. Fülle die Lücken aus.



(1)



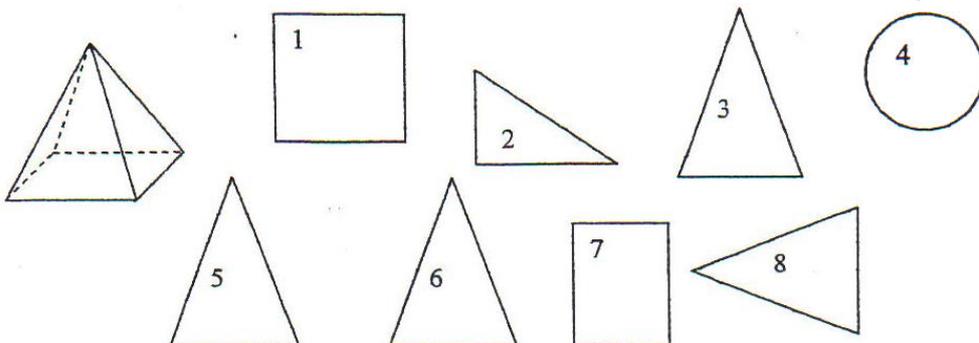
(2)



(3)

- a) Die Körper heißen _____.
- b) Die Grundfläche des Körpers (1) ist ein _____. Er hat _____ Kanten und _____ Flächen.
- c) Die Grundfläche des Körpers (2) ist ein _____. Er hat _____ Kanten und _____ Flächen.
- d) Die Grundfläche des Körpers (3) ist ein _____. Er hat _____ Kanten und _____ Flächen.
- e) Alle Seitenflächen der Körper sind _____.
- f) Der Abstand der Spitzen von der Grundfläche heißt _____.

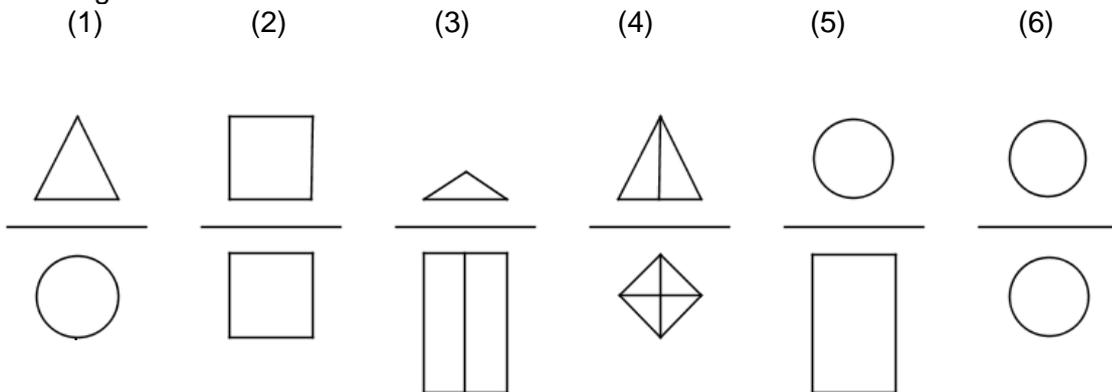
7. Alle Flächen der dargestellten Pyramide sollen mit Papier beklebt werden. Gib an welche Flächen dazu benutzt werden.



Ich brauche die Flächen _____.

3.3.2 Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

1. Bei welcher der Zweitafelbilder handelt es sich um einen Kegel, eine Pyramide bzw. eine Kugel?

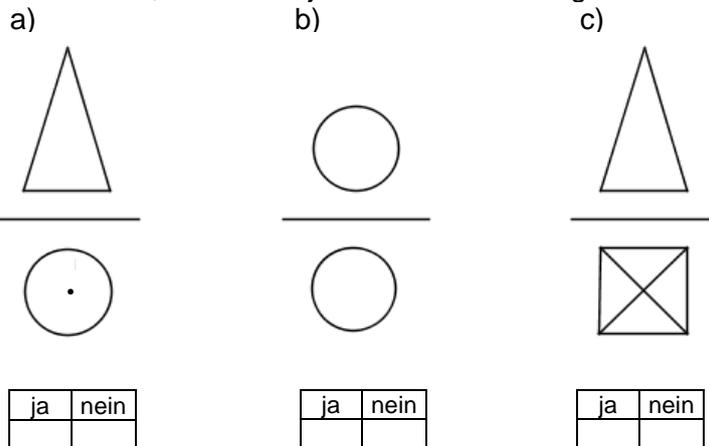


Kegel: _____ Pyramide: _____ Kugel: _____

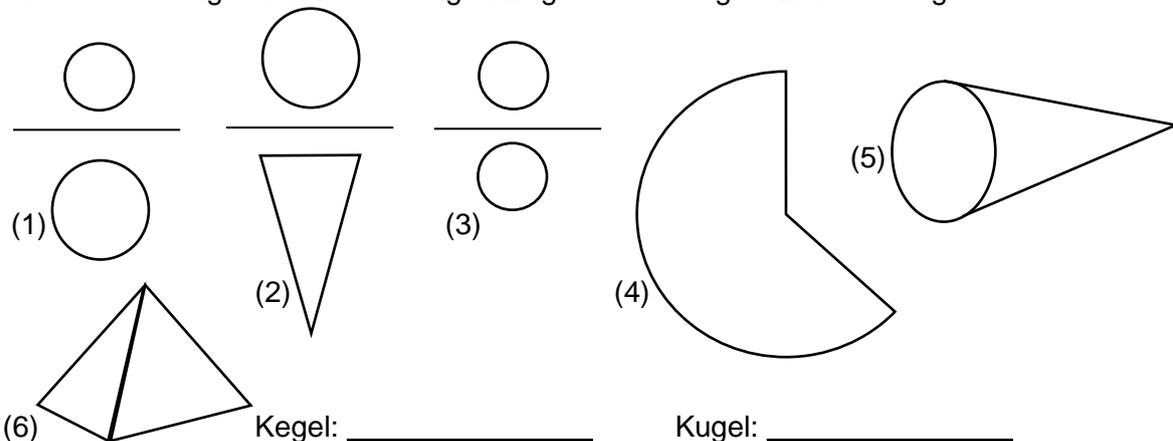
2. Lisa sagt: „Ich denke an einen Körper. Er hat eine Grundfläche und alle Seitenflächen sind Dreiecke.“

An welchen Körper denkt sie? Sie denkt an _____ .

3. In den folgenden Abbildungen sind Körper in Zweitafelprojektion dargestellt. Entscheide, ob es sich jeweils um einen Kegel handeln kann. Kreuze an.



4. Welche der folgenden Darstellungen zeigen einen Kegel bzw. eine Kugel?



Kegel: _____ Kugel: _____

3.3.3 Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

1. Beschreibe die Form folgender Gegenstände annähernd durch geometrische Figuren.

a) Buch



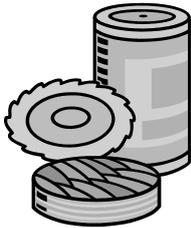
b) Zaunpfostenspitze



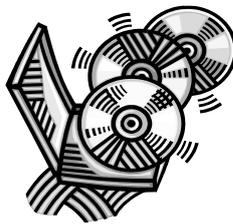
c) Spielwürfel



d) Konservendose



e) Musik-CD



f) Eistüte



2. Gib jeweils zwei Gegenstände aus deiner Umgebung an, deren Form durch folgende geometrische Figuren beschrieben werden kann.

a) Würfel
d) Kegel

b) Quader
e) Zylinder

c) Pyramide
f) Kugel

3. Beschreibe die Form der Gegenstände mit mathematischen Begriffen.

a) Ziegelstein
d) Kirchturm

b) Besenstiel
e) Trichter

c) Indianerzelt
f) Globus

4. Ordne die Gegenstände den geometrischen Grundformen zu.

Quader

Kegel

Pyramide

Zylinder

Kugel



5. Durch welche geometrischen Körper kann die Form der folgenden Gegenstände beschrieben werden?

- | | | | |
|---------------|-------|---------------------------------|-------|
| Konservendose | _____ | Schultüte | _____ |
| Spraydose | _____ | Versandkatalog | _____ |
| Blitzknaller | _____ | Korken | _____ |
| Wasserrohr | _____ | Turmspitze vom runden Kirchturm | _____ |
| Eistüte | _____ | Ziegelstein | _____ |
| Fußball | _____ | Zuckerhut | _____ |
| Filmschachtel | _____ | CD-Hülle | _____ |

6. Gib mindestens je zwei Beispiele für Körper an, die in der Mathematik, der Biologie und der Physik untersucht werden.

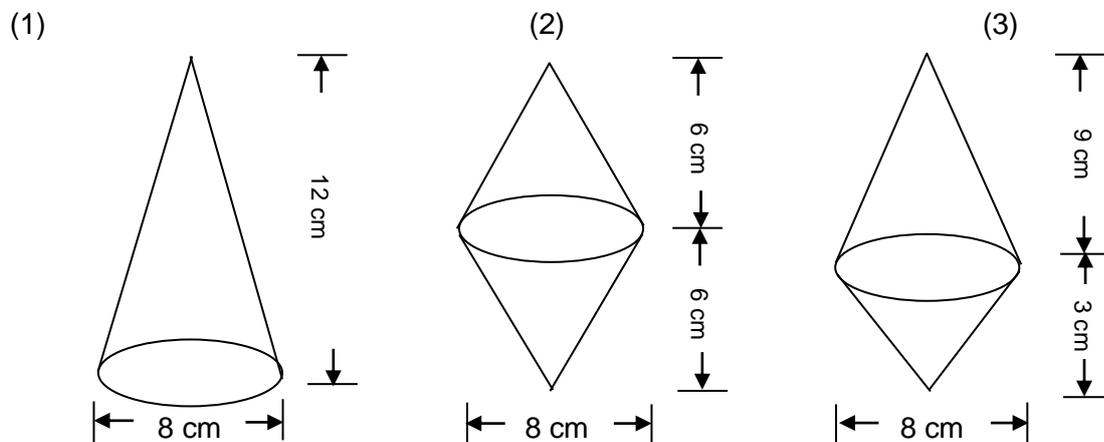
Körper in der Mathematik	Körper in der Biologie	Körper in der Physik

7. Gib ein gemeinsames und ein unterschiedliches Merkmal der folgenden Wörter mit dem Begriff Kegel in der Mathematik an.

- | | | |
|---------------|----------------|--------------|
| a) Lichtkegel | b) Vulkankegel | c) Kegelbahn |
| d) Leitkegel | e) Kegelrobbe | f) Kegelbahn |

3.3.4 Ermitteln von Rauminhalten

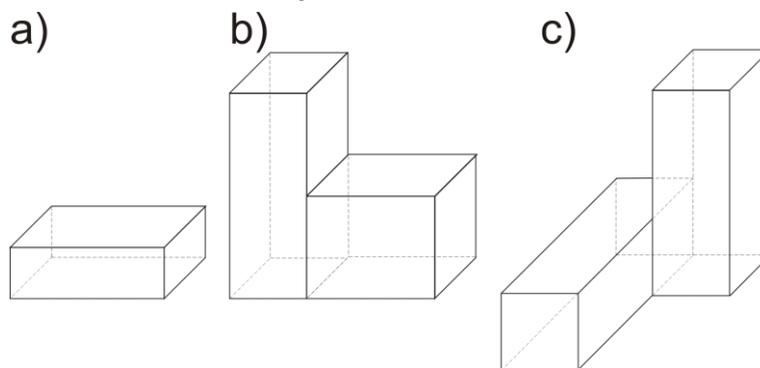
1. Vergleiche die Rauminhalte der drei Körper.



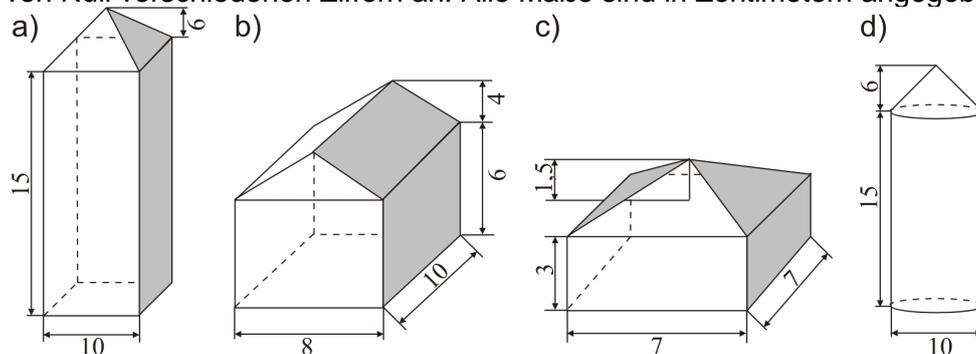
2. Gib an, ob man mit den folgenden Formeln ein Volumen, einen Flächeninhalt oder keins von beiden berechnen kann, wenn a, b, c, r, s und h Strecken sind. Kreuze an.

	Formel für eine Größe X	Volumen	Flächeninhalt	keins von beiden
a)	$X = a \cdot b \cdot c$			
b)	$X = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$			
c)	$X = 4 \pi r^2$			
d)	$X = \pi r^2 h$			
e)	$X = \pi r^2 \cdot s \cdot h$			
f)	$X = \pi \cdot r \cdot s$			

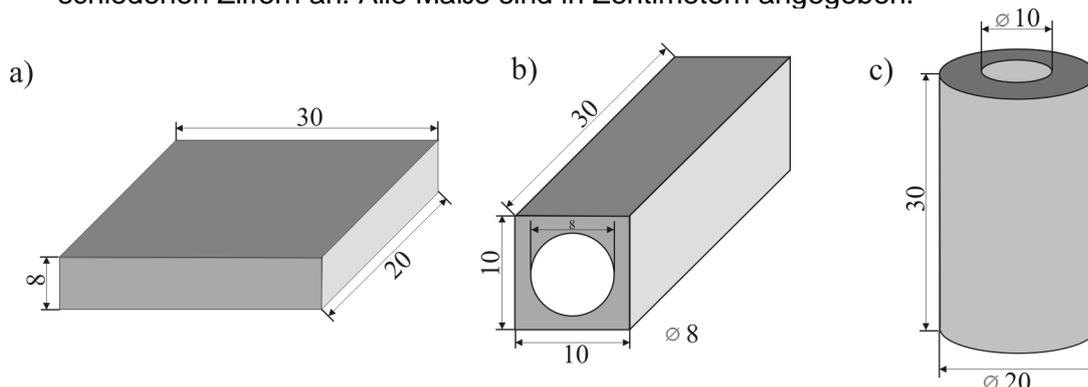
3. Berechne das Volumen folgender Körper.
- Pyramide mit quadratischer Grundfläche ($a = 4 \text{ cm}$) und der Höhe 6 cm
 - Pyramide, deren Grundfläche ein Rechteck mit den Maßen 4 cm und 6 cm ist und deren Höhe 5 cm beträgt
 - Kegel mit einem Grundkreisradius von 3 cm und einer Höhe von 5 cm
4. Susanne möchte das Volumen folgender Körper berechnen, die aus Quadern zusammengesetzt sind. Sie möchte möglichst wenig Kantenlängen messen. Markiere jeweils die Kanten, die zur Berechnung des Volumens ausreichen.



5. Berechne das Volumen der Modelle von Häusern bzw. Türmen. Gib das Ergebnis mit zwei von Null verschiedenen Ziffern an. Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.



6. Berechne das Volumen folgender Bausteine. Gib das Ergebnis mit zwei von Null verschiedenen Ziffern an. Alle Maße sind in Zentimetern angegeben.



4 Sicheres Wissen und Können zur Körperdarstellung und sichere Fähigkeiten zur räumlichen Wahrnehmung und räumlichen Vorstellung

4.1 Allgemeine Begriffe und Verfahren zur Darstellung von Körpern

Zur räumlichen Darstellung von Körpern ist es nicht erforderlich, die Darstellungen als Projektionen im mathematischen Sinne zu erfassen. Kenntnisse zu Projektionen sollten deshalb im Mathematikunterricht nur mit einem geringen Grad der Qualität vermittelt werden und nicht zum sicheren Wissen und Können gehören. Die Schüler sollten mindestens eine Vorschrift zur Anfertigung einer räumlichen Darstellung sicher kennen und anwenden können. Für diese Vorschrift sollte keine spezielle Bezeichnung eingeführt werden.

Bild, Schrägbild, Normalbild, Grundriss, Aufriss, Zweitafelbild, Ansicht, Perspektive

Wegen dem meist eingeeengten Verständnis des Wortes „Schrägbild“ und der schwierigen Unterscheidung von Bildern bei schrägen und senkrechten Projektionen, sollte das Wort „Schrägbild“ nicht zum sicheren Wissen und Können gehören. Es wird als ausreichend angesehen, nur vor einer „räumlichen Darstellung“ eines Körpers zu sprechen. Darunter sollten alle Bilder bei Projektionen verstanden werden, die zu anschaulichen Darstellungen führen, also alle Kanten enthalten und einer bestimmten Sicht auf den Körper entsprechen.

Die Schüler sollten sicher wissen, dass es 6 Ansichten eines Körpers gibt, die einer senkrechten Sicht aus 6 Richtungen entsprechen, wobei die Begrenzungsflächen des Körpers möglich senkrecht zur Blickrichtung sind. Dadurch entstehen in der Regel keine räumlichen Darstellungen, da einige Eckpunkte und Kanten zusammenfallen. Sie sollten die Bezeichnungen Ansicht von vorn (Vorderansicht), Ansicht von oben (Draufsicht) und Ansicht von links bzw. rechts sicher kennen. Die sichere Kenntnis der Wörter Grundriss und Aufriss wird nicht erwartet, da sie in ihrer mathematischen Bedeutung im Alltag eine geringe Rolle spielen.

Verfahren zur Herstellung von räumlichen Darstellungen und Ansichten

Die Schüler können Schrägbilder von Würfeln, Würfelbauten, Quadern und Pyramiden mit quadratischer oder rechteckiger Grundfläche auf Gitterpapier skizzieren und zeichnen. Sie verwenden dabei eine feste Vorschrift zur Bestimmung des Endpunktes einer Tiefenlinie. Die Schüler haben folgende Kenntnisse über die Anfertigung räumlicher Darstellungen auf weißem Papier und können diese zum Skizzieren oder Zeichnen von Darstellungen elementarer Körpern und einfachen Zusammensetzungen und Zerlegungen anwenden.

- Die Vorderfläche des Körpers wird in wahrer Größe dargestellt.
- Die nach hinten verlaufenden Kanten werden unter einem Winkel von 45° nach rechts oder nach links und um die Hälfte verkürzt angetragen.
- Die nicht sichtbaren Kanten werden gestrichelt oder dünn gezeichnet. Sie können auch weggelassen werden.

Die Schüler können Ansichten von oben und von vorne von elementarer Körpern und einfachen Zusammensetzungen und Zerlegungen anfertigen. Sie verwenden dabei die gegebenen Maße. Die nicht sichtbaren Kanten werden gestrichelt gezeichnet. Eine Rissachse muss nicht gezeichnet werden. Die Eckpunkte werden in der Regel nicht beschriftet.

Bei allen Darstellungen sind die Schüler daran gewöhnt, sich zuerst die betreffende Ansicht des Körpers vorzustellen und dann mit der Skizze oder Zeichnung zu beginnen.

4.2 Zur Anlage der Aufgabensammlung und Standpunkte zu sicheren Fähigkeiten in der räumlichen Vorstellung

Zu den verwendeten Körpern und ihrer Darstellung

Als Körperbeispiele wurden *nur* folgende verwendet:

- A) Elementare Körper: Würfel, Quader, gerader Zylinder, gerade Pyramide (maximal sechsseitig), gerader Kreiskegel, Kugel
- B) Einfache gerade Prismen, die in der Praxis auftreten und als Ganzes betrachtet werden sollten: dreiseitiges Prisma (Hausdach), Prisma mit trapezförmiger Grundfläche (Graben, Deich)
- C) Einfache, aus elementaren Körpern und einfachen Prismen zusammengesetzte bzw. in solche zerlegbare Körper mit möglichst praktischem Bezug: Winkel, Treppenstufe, Haus mit Dach, Stahlträger (T-, U-förmig)

Bei den verwendeten Darstellungen wurde folgendes beachtet:

- Bei Körpern, die nur ebene Begrenzungsflächen haben (z. B. Würfel, Quader, Prismen) sowie bei liegenden Zylindern ist stets eine Fläche (Vorderfläche) parallel zur Projektionsebene.
- Pyramiden und Kegel werden stets stehend auf der Grundfläche dargestellt. Bei Pyramiden ist stets eine Grundkante parallel zur Projektionsebene.
- In den Schrägbildern sind die Kanten bzw. Linien in Breitenrichtung stets parallel zur unteren Kante des Buches bzw. des Zeichenblattes der Schüler.

Aufgabentypen

1. Lesen und Herstellen von räumlichen Darstellungen³

Die Schüler können sicher

- sich den durch eine räumliche Darstellung gegebenen Körper vorstellen,
- die Blickrichtung identifizieren und durch entsprechendes Nachzeichnen von Kanten realisieren,
- sich die wahre Form der verzerrt dargestellten Seitenflächen vorstellen,
- erkennen, welche Kanten des Körpers (wahrscheinlich) gleich lang und welche Flächen (wahrscheinlich) deckungsgleich sind,
- Würfel, Quader und Würfelbauten mit geeigneten Kantenlängen auf Kästchenpapier räumlich darstellen
- sich räumliche Darstellungen zu gegebenen Ansichten (Grundrissen und Zweitafelbildern) vorstellen um sie zu zeichnen oder zu skizzieren⁴.

2. Lesen und Herstellen von Ansichten

Die Schüler können sicher

- zu einer gegebenen räumlichen Darstellung eines Körpers seine Ansicht von oben, von vorn oder von einer Seite identifizieren, vervollständigen, skizzieren oder zeichnen,
- Ansichten von zwei zusammengesetzten Quadern skizzieren,
- eine zweite Ansicht zu einer gegebenen Ansicht eines elementaren Körpers skizzieren.

3. Arbeiten mit Körpernetzen und Faltungen

Die Schüler können sicher

- einfache Würfelnetze identifizieren, vervollständigen oder zeichnen

³ Es werden nur die Komponenten angegeben, die das räumliche Vorstellungsvermögen betreffen, da die Standpunkte zur Körperdarstellung bereits unter 4.1 aufgeführt wurden.

⁴ Dazu müssen allerdings sichere Fähigkeiten im Lesen von Ansichten vorhanden sein, zu denen die Aufgaben erst im nächsten Abschnitt der Aufgabensammlung enthalten sind.

- gegenüberliegende Flächen in Würfel- und Quadernetzen identifizieren,
- Netze als Körpernetze identifizieren (nur Quader, Pyramiden, Kegel, dreiseitige Prismen),
- die Form eines einmal gefalteten und dann höchstens dreimal ausgeschnittenen Papierbogens nach dem Auseinanderfalten skizzieren.

4. Zerlegen und Zusammensetzen von Körpern

Die Schüler können sicher

- einfache Würfelbauten in der Vorstellung zu Quadern vervollständigen,
- zwei zusammengehörende Teile eines Würfels oder Quaders erkennen,
- gefärbte Würfel oder Quader in Gedanken in Teilwürfel zerlegen und die Anzahl bestimmter Arten von Teilwürfel bestimmen.

5. Erkennen und Herstellen von Rotationen

Die Schüler können sicher

- eine Drehung eines Würfels um eine Achse identifizieren und realisieren,
- einen Würfel zweimal kippen und die oben liegende Augenzahl bestimmen,
- verschiedene, durch eine Rotation entstandene Lagen eines Körper, der aus zwei elementaren Körpern zusammengesetzt ist, identifizieren und realisieren.

6. Räumliche Orientierung

Die Schüler können sicher

- die rechte und linke Seite von bis zu zwei kreuzenden Straße identifizieren,
- sich zu einer gegebenen Draufsicht oder Vorderansicht von bis zu drei elementaren Körpern die jeweils andere Ansicht vorstellen und skizzieren,
- Zuordnungen bestimmen zwischen der Darstellung eines Objektes, eines Geländes oder eines Raumes auf einer Zeichnung oder Fotografie auch einer Sicht von oben und einer Sicht von vorn.

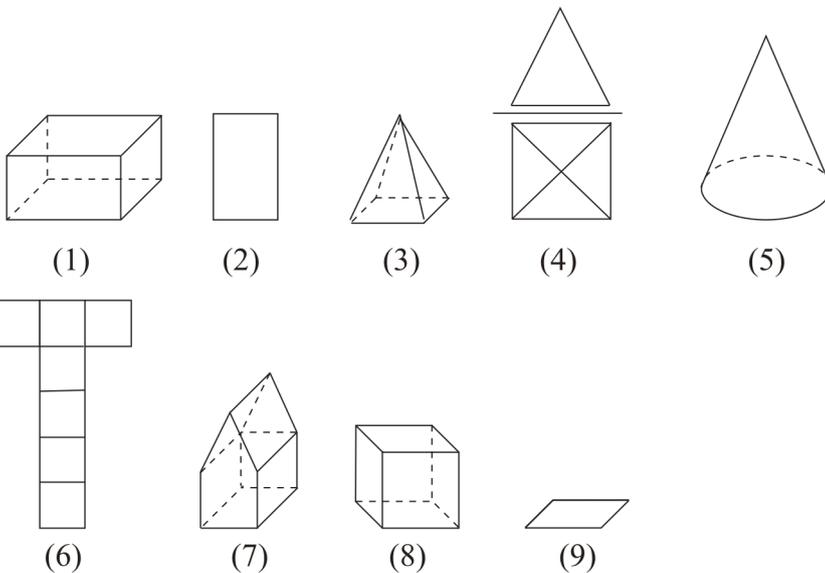
5 Aufgaben zur Körperdarstellung und zum Raumvorstellungsvermögen

5.1 Lesen und Anfertigen räumlicher Darstellungen

1. Untersuche, ob es sich bei den Zeichnungen um räumliche Darstellungen von Körpern handelt und trage die entsprechenden Nummern ein.

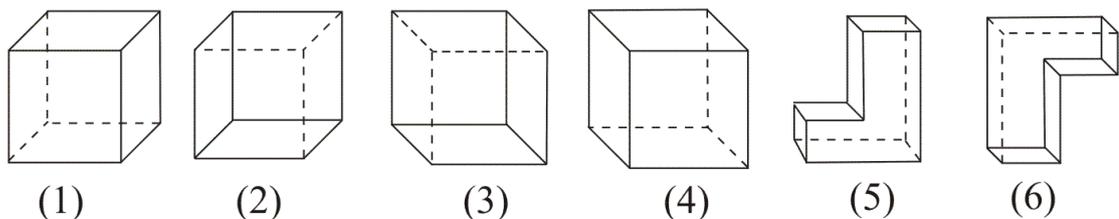
Es ist eine räumliche Darstellung: _____

Es ist keine räumliche Darstellung: _____



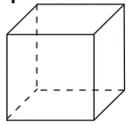
2. Untersuche bei den räumlichen Darstellungen, welcher Blickrichtung auf den Körper sie entsprechen. Trage in die Tabelle die Nummern ein.

Blickrichtung	Darstellungen
schräg von rechts oben	
schräg von links oben	
schräg von rechts unten	
schräg von links unten	



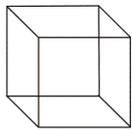
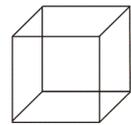
3. Zeichne in den Würfeldarstellungen entsprechend der angegebenen Blickrichtung die sichtbaren Kanten mit durchgehenden Linien und unsichtbare Kanten mit gestrichelten Linien nach.

Beispiel:



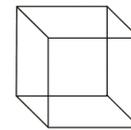
Würfel von oben rechts betrachtet

a) Würfel von links unten betrachtet



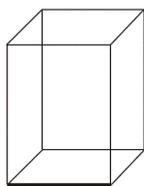
b) Würfel von rechts unten betrachtet

c) Würfel von links oben betrachtet

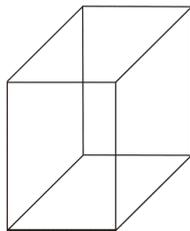


Hinweis: Zeichnungen, wie in den Aufgaben a) bis c) sind so genannte „Kippbilder“. Sie erlauben zwei räumliche Deutungen. Wenn man längere Zeit auf die Zeichnung schaut, wechselt die räumliche Vorstellung unwillkürlich zwischen beiden Deutungen.

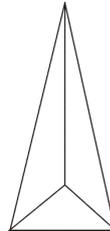
4. In den räumlichen Darstellungen ist eine Kante bereits stark oder gestrichelt gezeichnet. Bestimme die dadurch gegebene Blickrichtung und vervollständige die Darstellungen entsprechend. Zeichne sichtbare Kanten stark, unsichtbare gestrichelt nach.



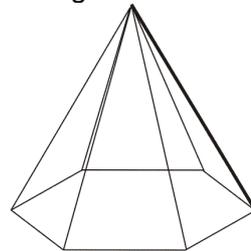
(1)



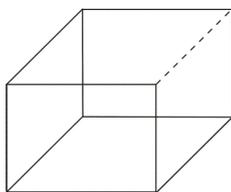
(2)



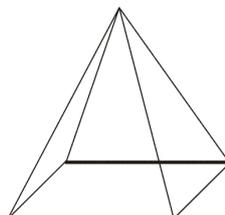
(3)



(4)

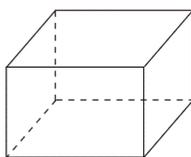


(6)

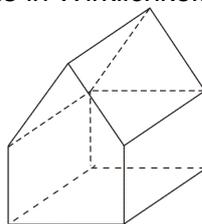


(5)

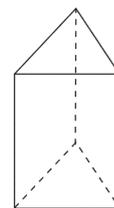
5. Markiere in den folgenden räumlichen Darstellungen alle Kanten mit einem farbigen Stift, die in der Zeichnung kürzer als in Wirklichkeit sind.



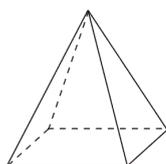
(1)



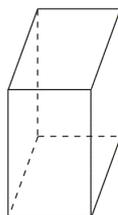
(2)



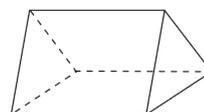
(3)



(4)

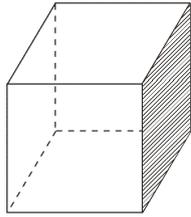


(5)

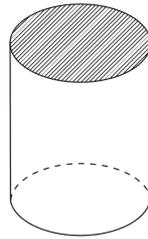


(6)

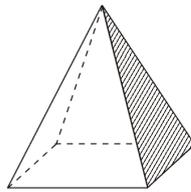
6. Skizziere neben den Körper die jeweils schraffierte Fläche so, wie sie in Wirklichkeit aussieht.



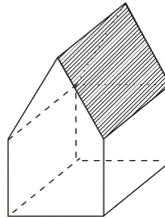
(1)



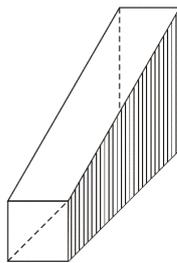
(2)



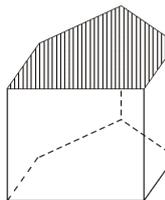
(3)



(4)



(5)



(6)

7. Zeichne räumliche Darstellungen folgender Körper auf dem Kästchenpapier. Eine Kästchenlänge soll 0,5 cm entsprechen. Verwende für 1,5 cm in Tiefenrichtung eine Kästchendiagonalen.

Zeichne die sichtbaren Kanten stark und die nicht sichtbaren dünn oder gestrichelt

- a) Würfel, Kantenlänge: 3 cm
- b) Quader, Breite: 4 cm, Tiefe: 1,5 cm, Höhe: 3 cm
- c) Quader, Breite: 2 cm, Tiefe: 4,5 cm, Höhe: 2 cm

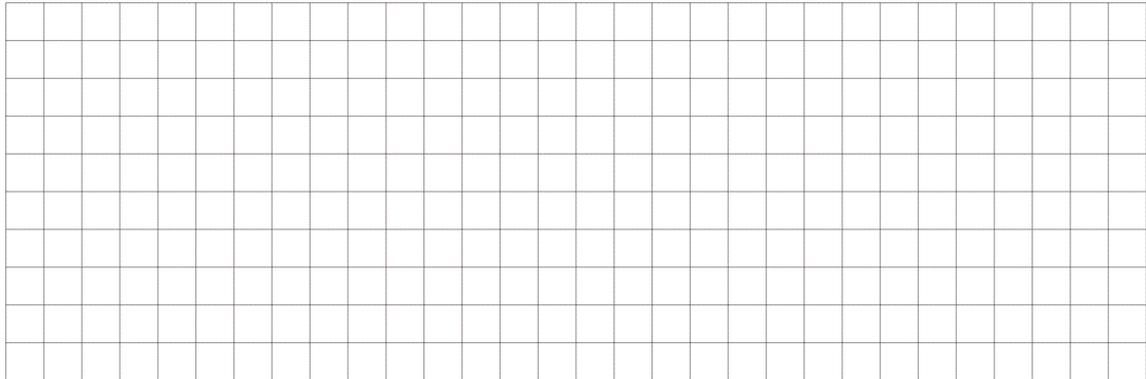
a)

b)

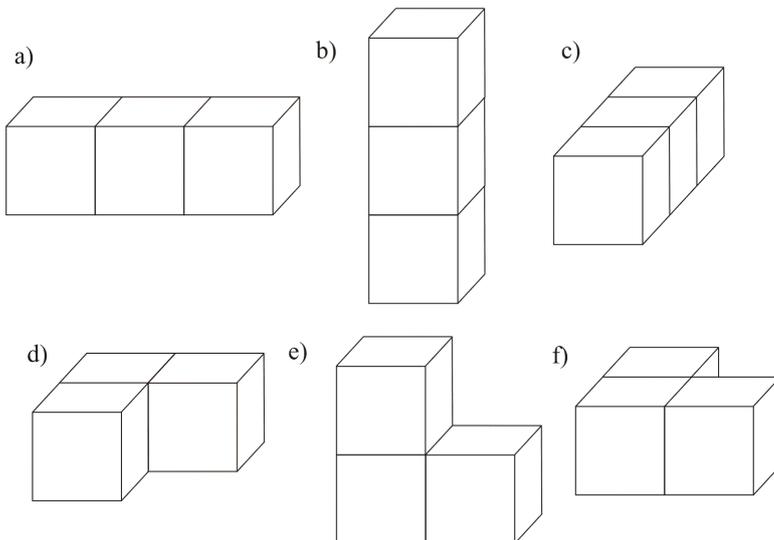
c)



8. Skizziere eine räumliche Darstellung eines Würfels bei den angegebenen Blickrichtungen. Verwende als Kantenlänge 3 Kästchen und für die Tiefenlinien eine Kästchendiagonale. Zeichne die sichtbaren Kanten stark und die nicht sichtbaren dünn oder gestrichelt.
- a) von rechts oben b) von links oben c) von links unten d) von rechts unten



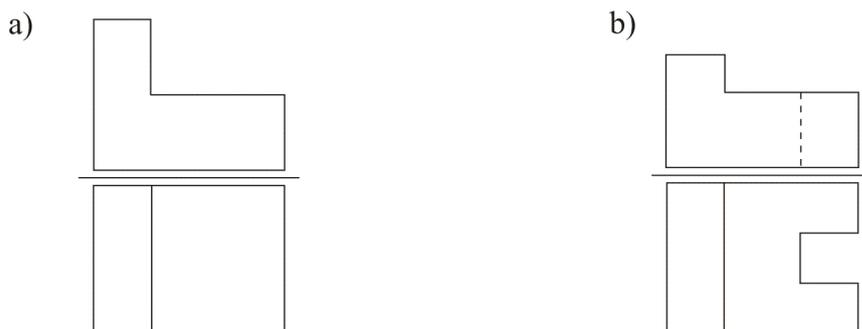
9. Zeichne die Würfelbauten auf Kästchenpapier in der angegebenen Lage. Verwende für jeden Würfel als Kantenlänge 3 Kästchen und für die Tiefenkanten eine Kästchendiagonale. Zeichne alle Kanten dünn vor und die sichtbaren Kanten stärker nach.



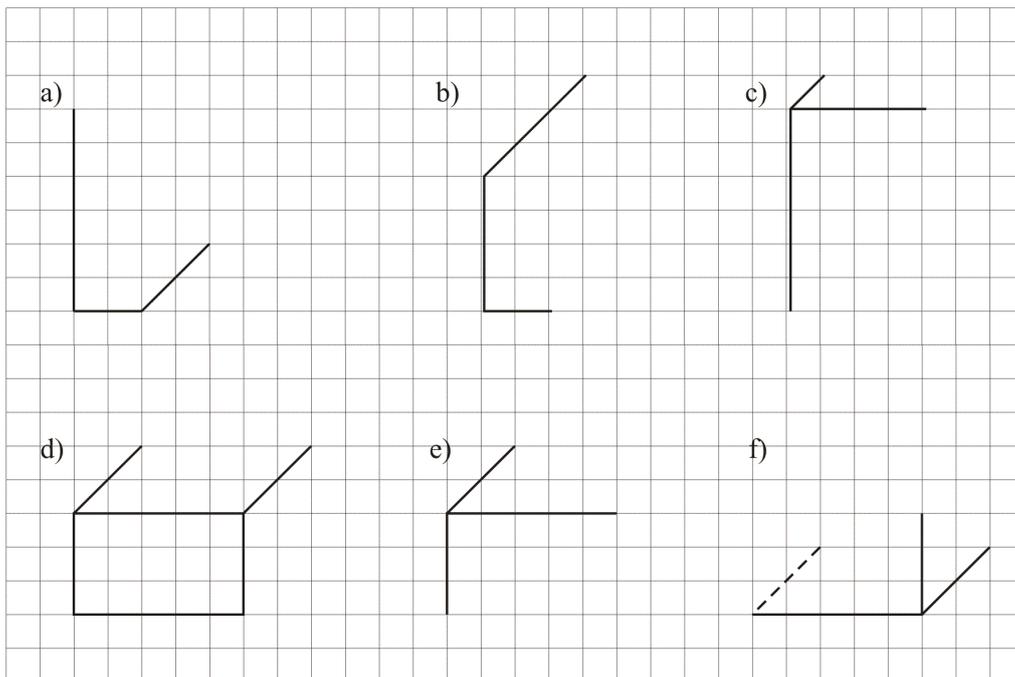
10. Skizziere räumliche Darstellungen zu folgenden Körpern auf weißem Papier.

- a) Würfel b) Quader c) quadratische Pyramide
d) Zylinder e) Kegel f) dreiseitige Pyramide

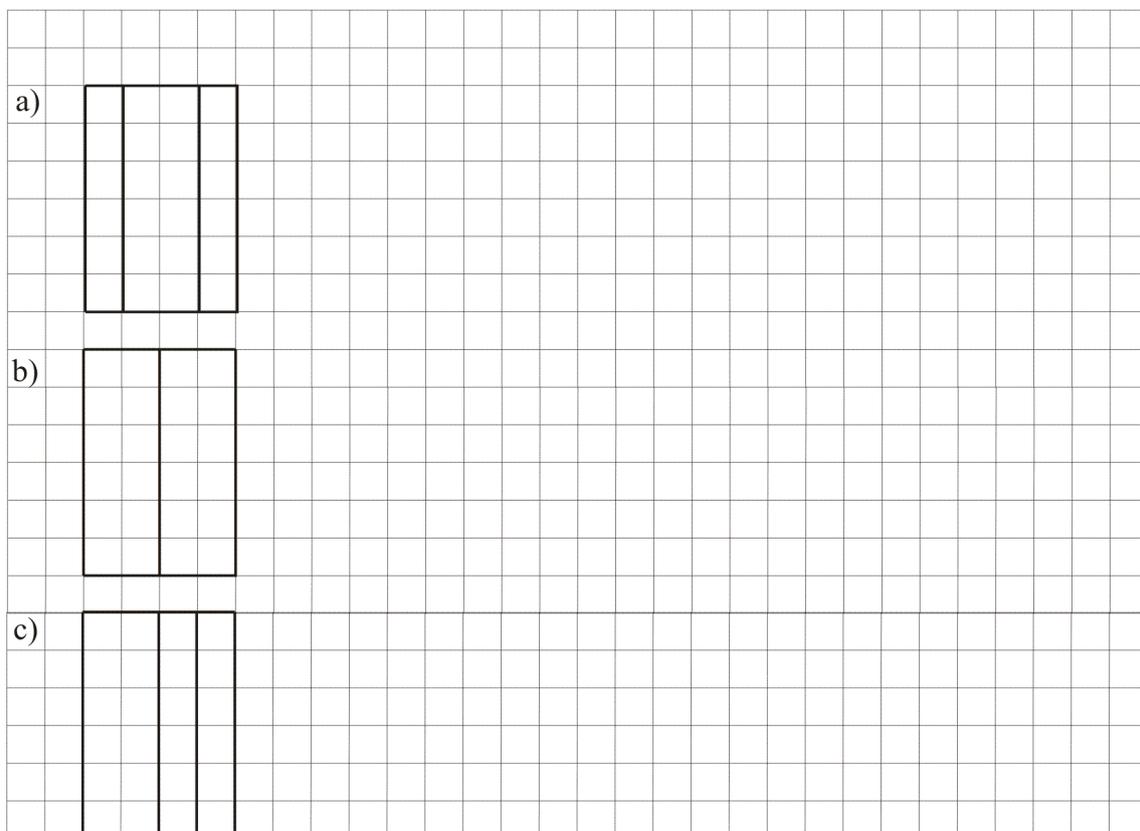
11. Die Zeichnungen zeigen die Ansicht eines Körpers von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil). Skizziere eine räumliche Darstellung des Körpers neben die Ansichten.



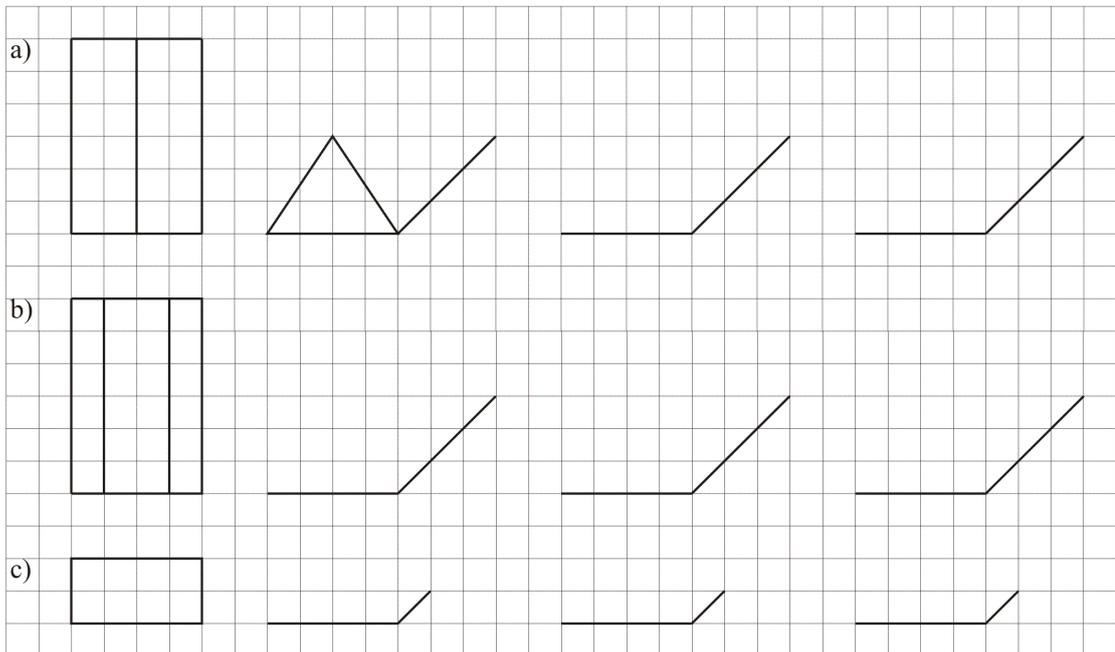
12. In den unten stehenden Zeichnungen ist damit begonnen worden, verschiedene räumliche Darstellungen eines Quaders zu zeichnen. Vervollständige die Zeichnungen.



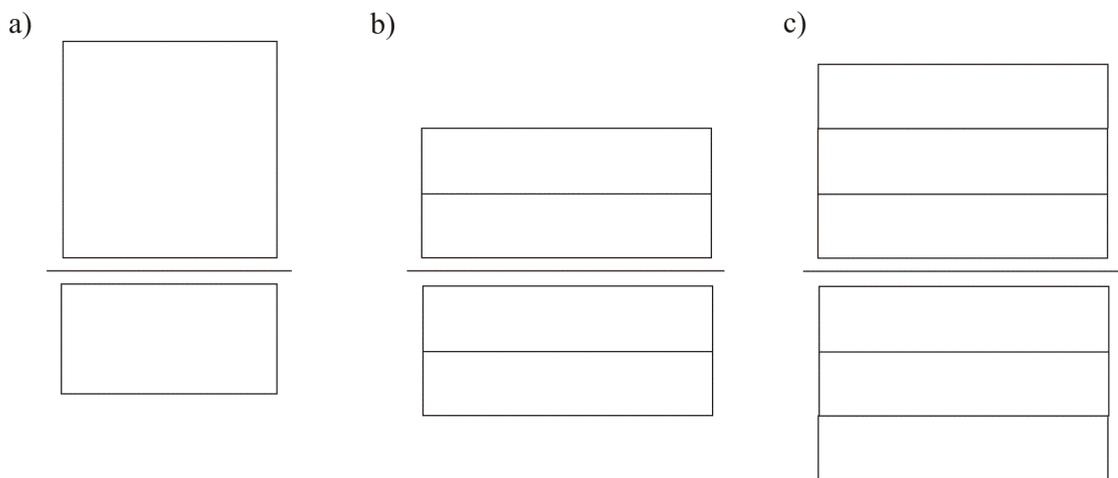
13. Die Figur stellt die Ansicht eines Körpers von oben dar. Skizziere daneben jeweils räumliche Darstellungen von zwei verschiedenen Körpern, die diese Ansicht von oben haben.



14. Vervollständige die räumlichen Darstellungen zu drei verschiedenen Körpern, die die links angegebene Ansicht von oben haben.

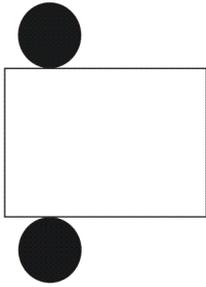


15. Skizziere eine räumliche Darstellung eines Körpers, der die angegebene Ansicht von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil) hat.

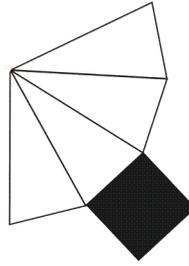


16. Skizziere eine räumliche Darstellung der Körper mit folgenden Netzen.

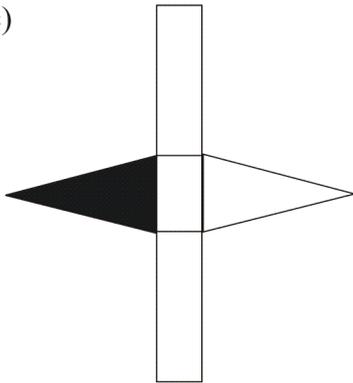
a)



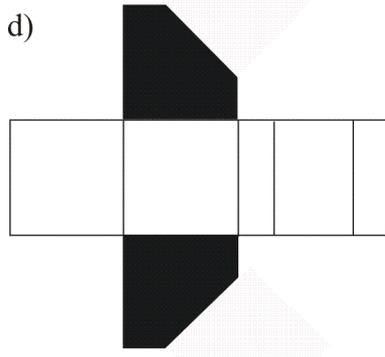
b)



c)

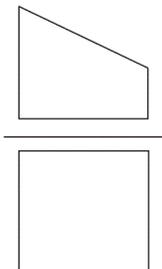


d)

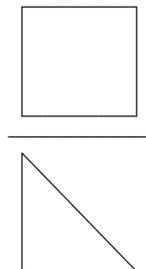


17. Skizziere von den durch die Ansicht von vorn (oberer Teil) und von oben (unterer Teil) gegebenen Körpern eine passende räumliche Darstellung.

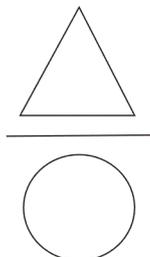
a)



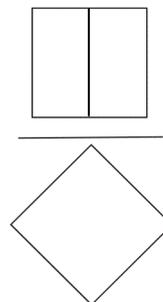
b)



c)



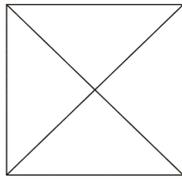
d)



5.2 Lesen und Herstellen von Ansichten

1. Schreibe den Buchstaben der passenden Ansicht von oben an die räumliche Darstellung.

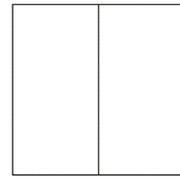
A



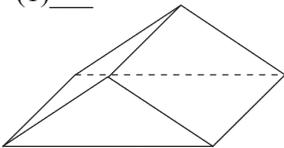
B



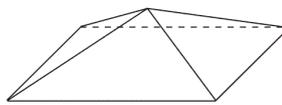
C



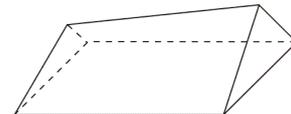
(1) ___



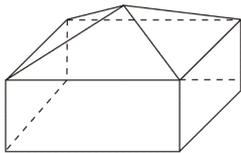
(2) ___



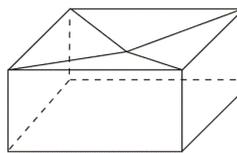
(3) ___



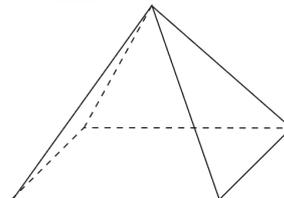
(4) ___



(5) ___

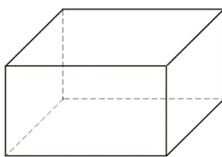


(6) ___

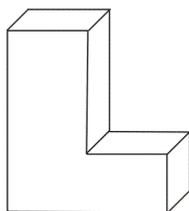


2. Vervollständige die Skizzen der Ansichten von oben der dargestellten Körper.

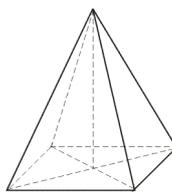
a)



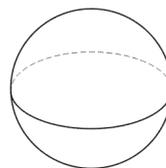
b)



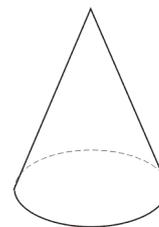
c)



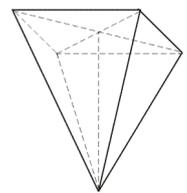
d)



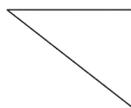
e)



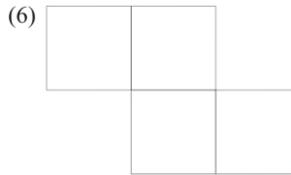
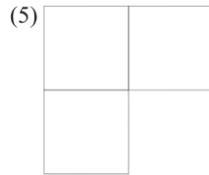
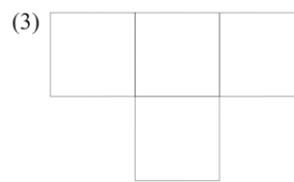
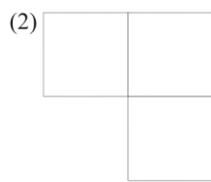
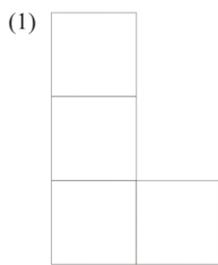
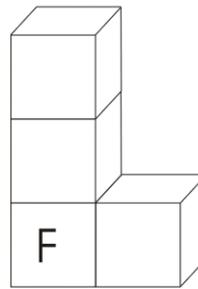
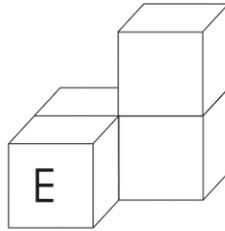
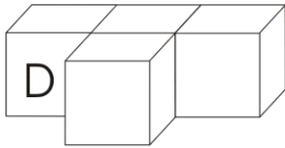
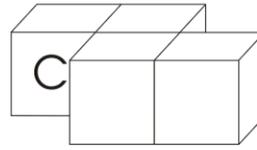
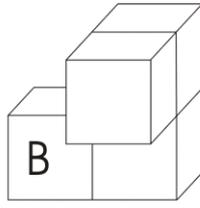
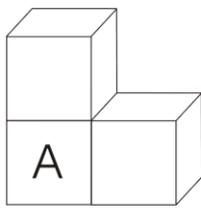
f)



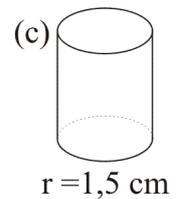
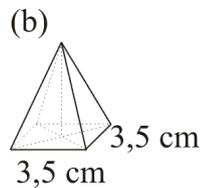
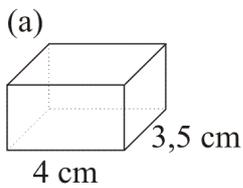
Ansicht von oben:



3. Welcher der Körper A bis G (bestehend aus mehreren kleinen Würfeln) kann ohne Veränderung der Lage die Figuren (1) bis (9) als Ansicht von oben haben? Schreibe die Nummer an die betreffende räumliche Darstellung.



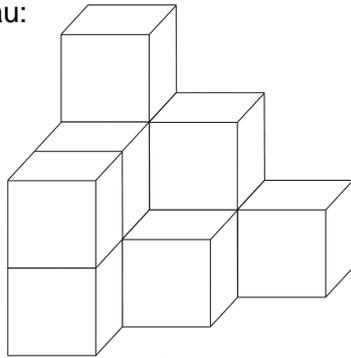
4. Zeichne die Ansicht der Körper von oben. Eine Kästchenlänge entspricht 0,5 cm.



5. Zeichne zu den Würfelbauten in die vorbereiteten Gitternetze die Ansicht von oben. Trage die Anzahl der „Stockwerke“ ein.

Beispiel:

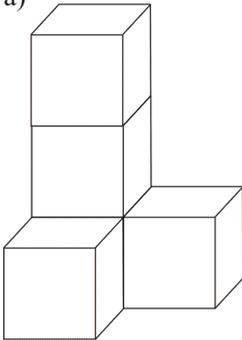
Würfelbau:



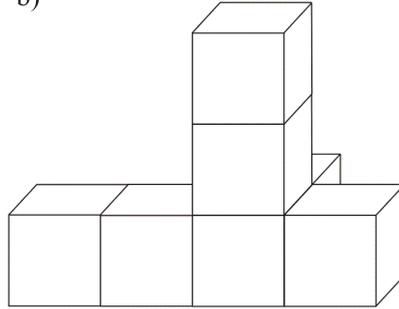
Grundriss mit „Stockwerken“:

3	2	1
2	1	
2		

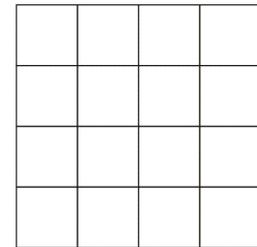
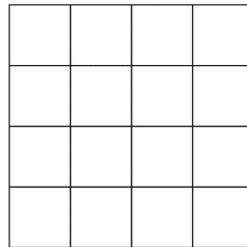
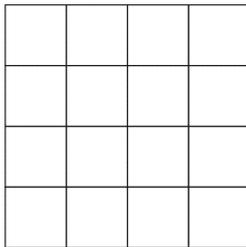
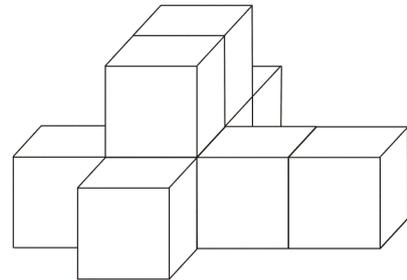
a)



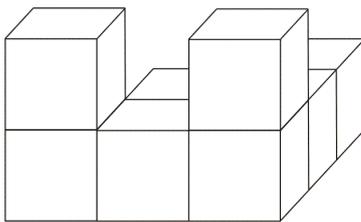
b)



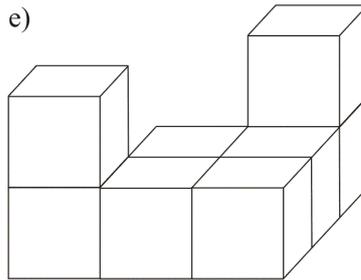
c)



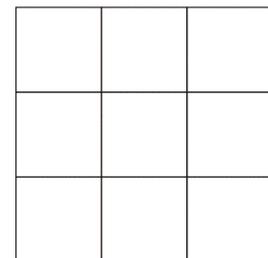
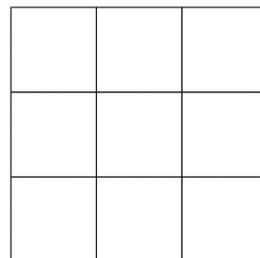
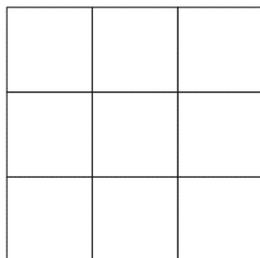
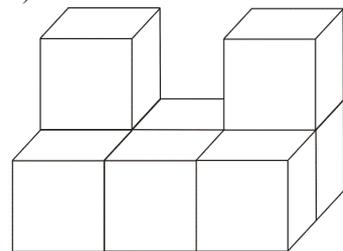
d)



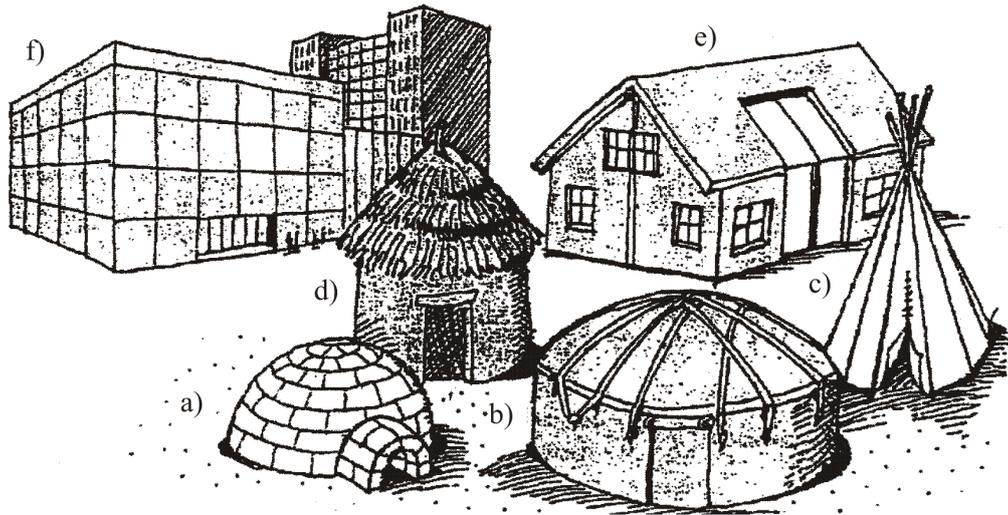
e)



f)



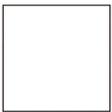
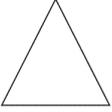
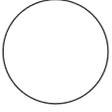
6. Skizziere zu den abgebildeten Bauten die Ansicht von oben.



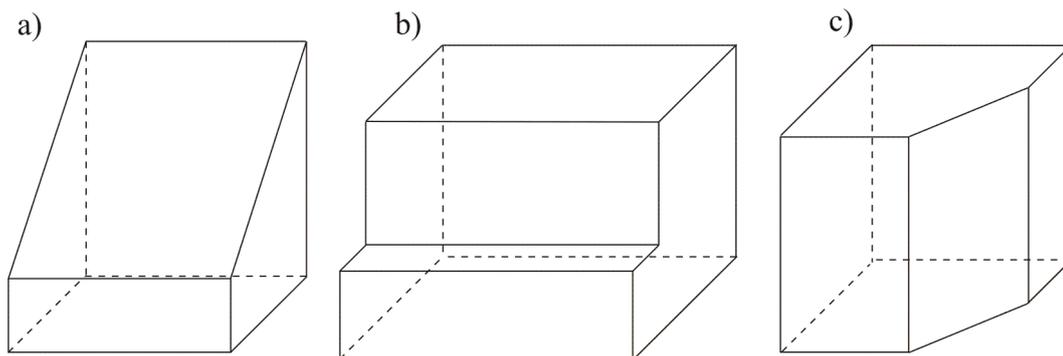
7. Stelle dir jeweils zwei gleichgroße Schachteln in der Anordnung vor, wie es die folgenden Abbildungen zeigen. Skizziere dann die Ansichten von vorn, von oben und rechts.

	von vorn	von oben	von rechts
a)			
b)			
c)			

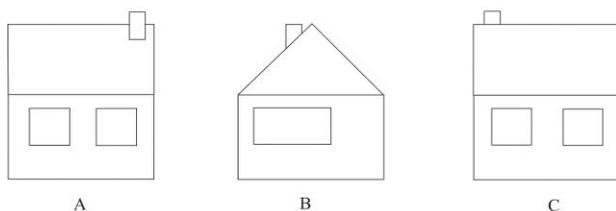
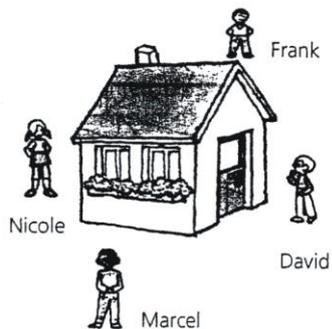
8. Die Tabelle enthält eine Ansicht eines Körpers von vorn oder von oben. Skizziere dort, wo möglich, in die Felder jeweils die fehlende Ansicht von vorn bzw. oben, so dass dadurch zwei Ansichten des angegebenen Körpers entstehen.

Ansicht	Zylinder	Pyramide	Kegel
a) 			
b) 			
c) 			

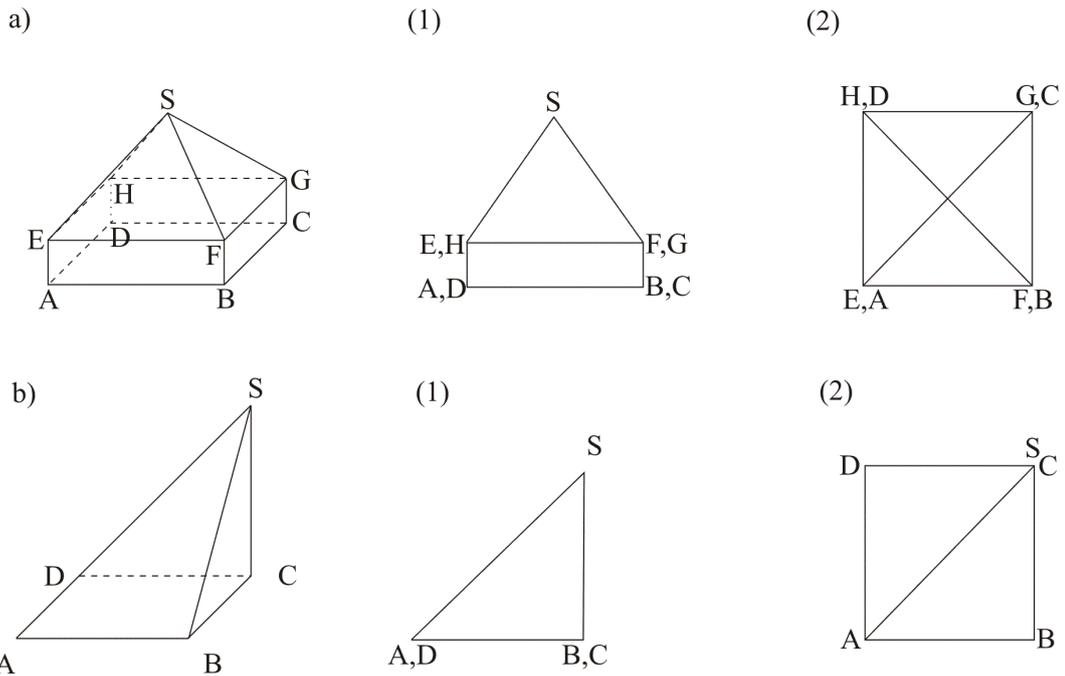
9. Skizziere die Ansicht von oben und von vorn der dargestellten Körper.
Hinweis: Beachte, dass die Tiefenlinien um die Hälfte verkürzt sind.



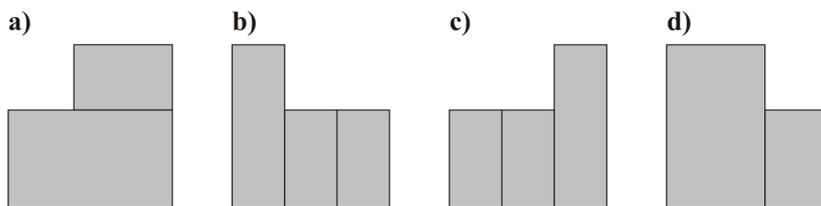
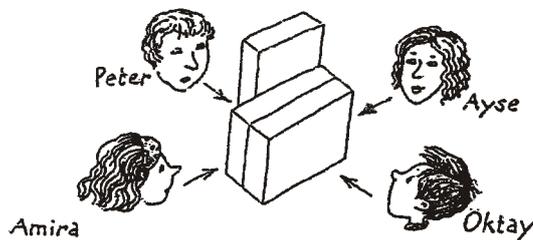
10. Welches Kind sieht das Haus so, wie es abgebildet ist?



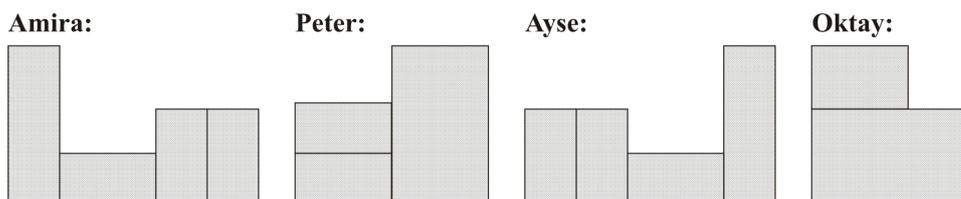
11. Gib möglichst viele Kanten und Flächen (auch Schnittflächen) des räumlich dargestellten Körpers an, die in den Ansichten (1) und (2) in wahrer Größe erscheinen.



12. Die Kinder Amira, Ayse, Peter und Oktay haben 3 gleiche Schachteln zusammengeklebt. Jeder schaut sich das „Kunstwerk“ von einer anderen Seite an. Welches Kind sieht welches Bild?

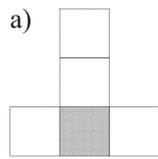
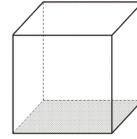


Zusatz: Die Kinder von Aufgabe 12 haben jetzt 4 gleiche Schachteln zusammengeklebt, Sie sehen folgende Bilder. Wie sieht das neue „Kunstwerk“ aus? Baue es nach und kontrolliere die Seitenansichten.

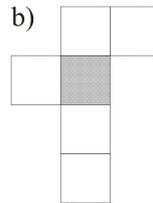


5.3 Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen

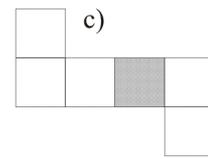
1. Welche der folgenden Abbildungen sind Netze von Würfeln? Zur besseren Orientierung ist eine Fläche gefärbt. Kreise die richtige Antwort ein!



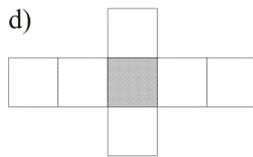
ja / nein



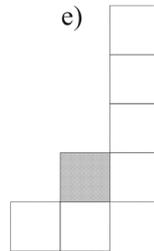
ja / nein



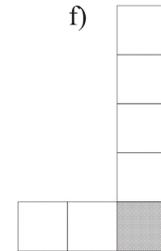
ja / nein



ja / nein

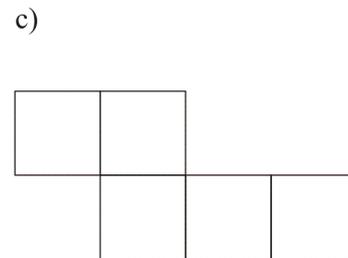
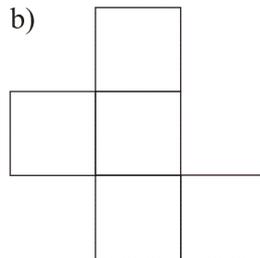
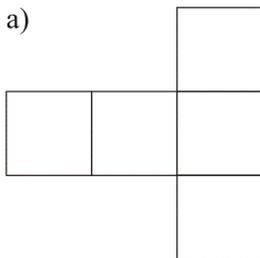


ja / nein

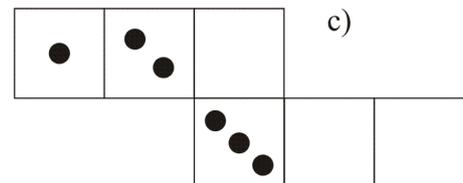
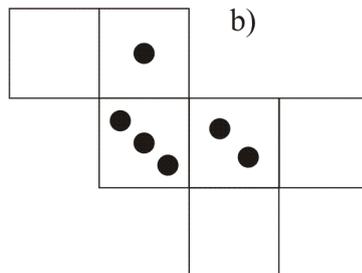
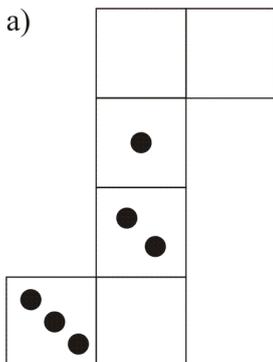


ja / nein

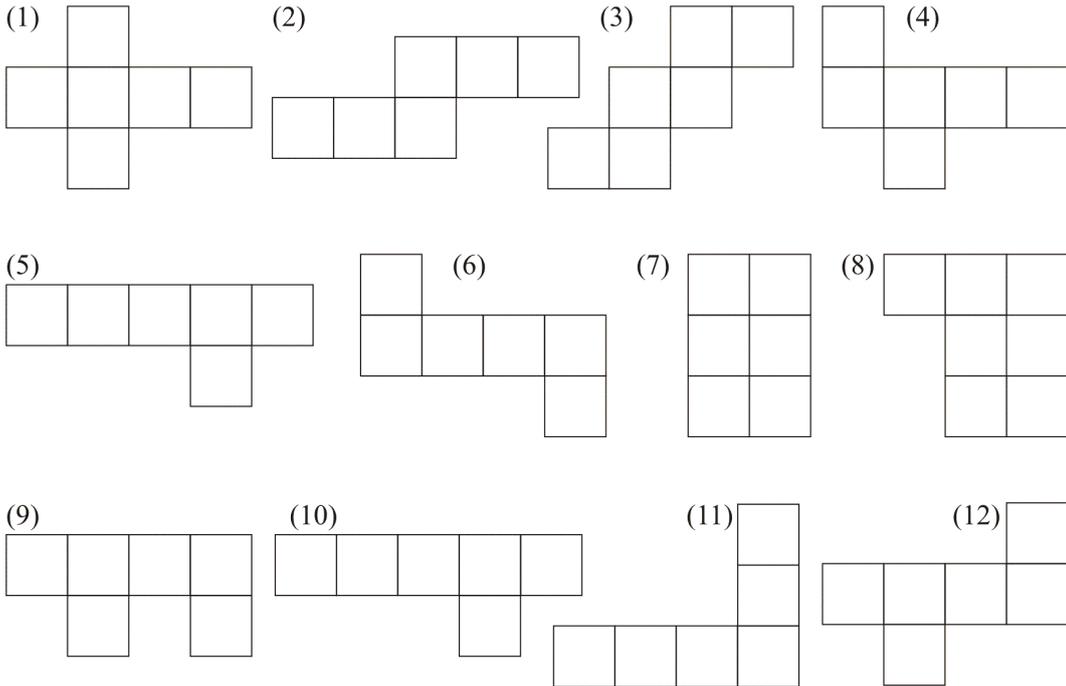
2. Die Würfelnetze sind unvollständig. Ergänze sie!



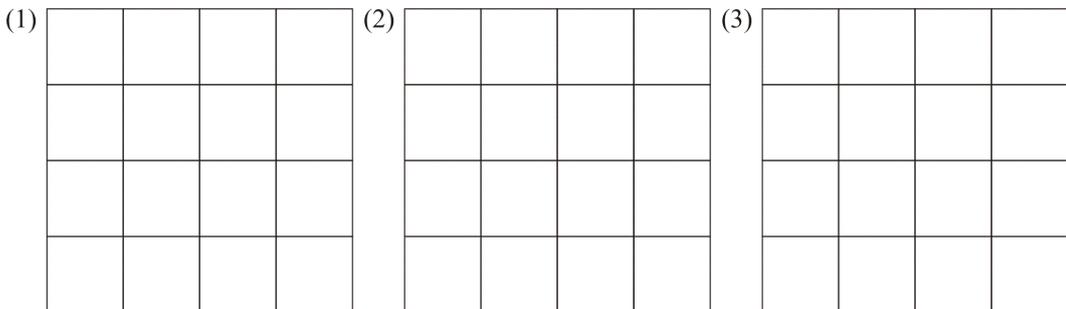
3. Falte in Gedanken das Würfelnetz. Gib die fehlenden Augenzahlen an. Die Summe der Augenzahlen von gegenüberliegenden Seiten ist immer 7.



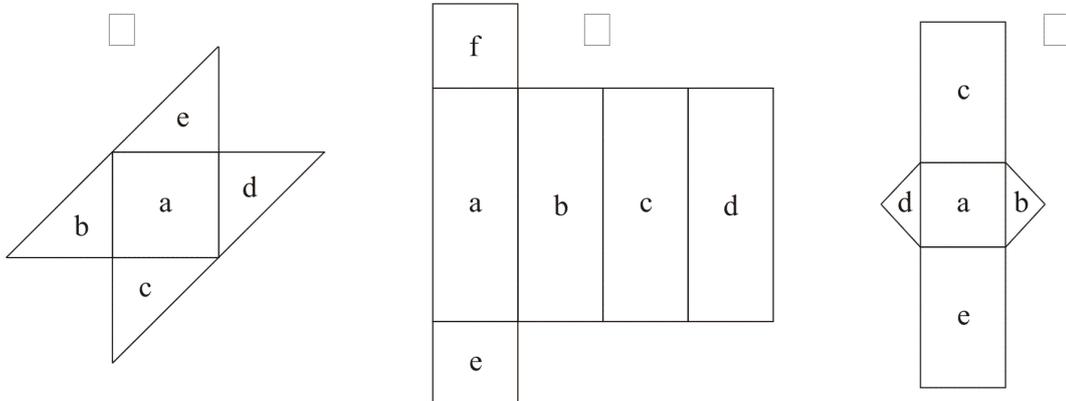
4. Gib die Nummern der Netze an, die keine Würfelnetze sind!



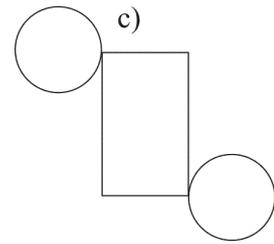
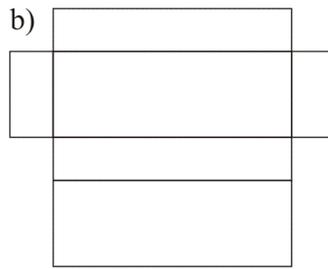
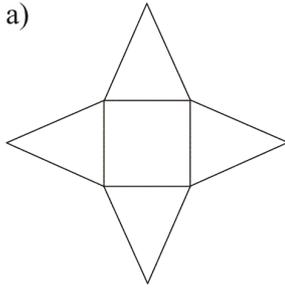
5. Aus dem unten dargestellten Kästchenpapier sollen Kästchen so herausgeschnitten werden, dass ein Würfelnetz erhalten bleibt. Gib drei unterschiedliche Lösungsmöglichkeiten an!



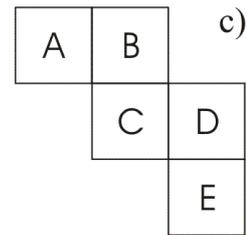
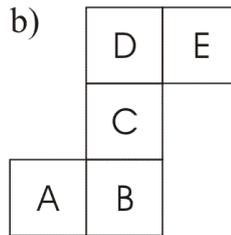
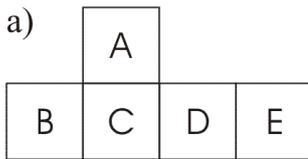
6. Welche Abbildung stellt ein Netz eines Körpers dar? Kreuze an!



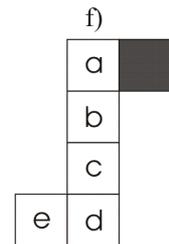
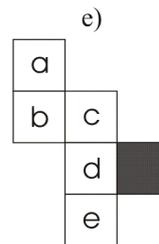
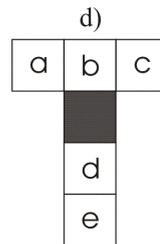
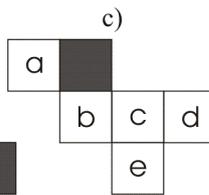
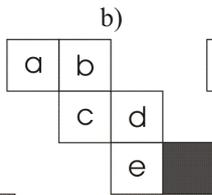
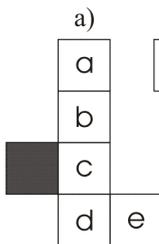
7. Welche Körper lassen sich aus den folgenden Netzen herstellen?



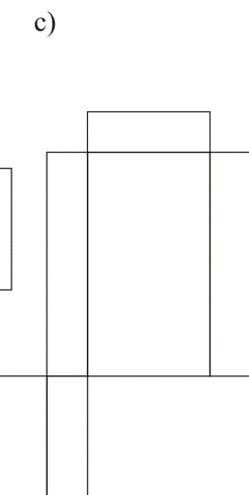
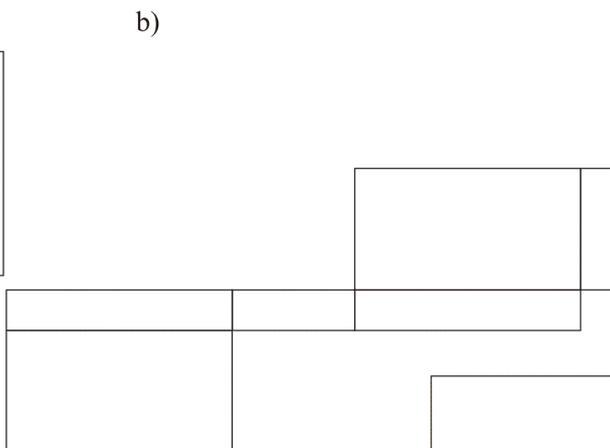
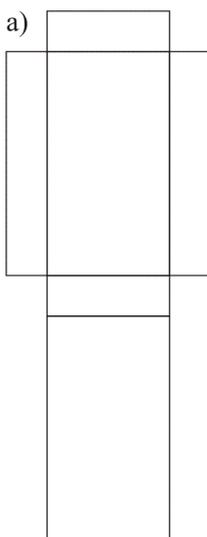
8. Eine offene Schachtel wird gefaltet. Welche Fläche liegt gegenüber der Öffnung?



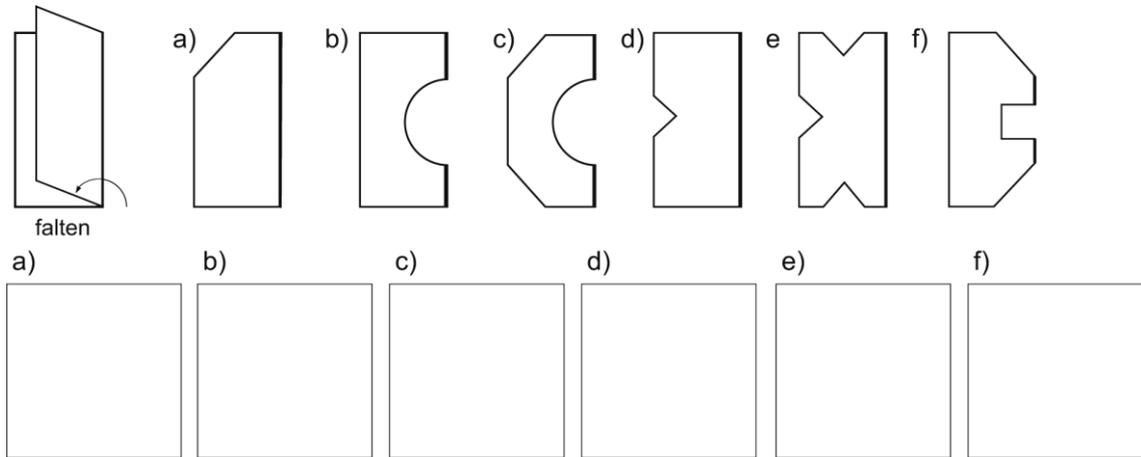
9. Gib die Fläche an, die nach dem Zusammenfalten des Würfelnetzes der markierten Fläche gegenüber liegt!



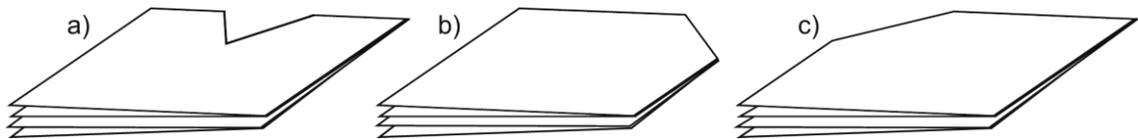
10. Färbe in den Netzen die gegenüberliegenden Flächen des Körpers gleichfarbig!



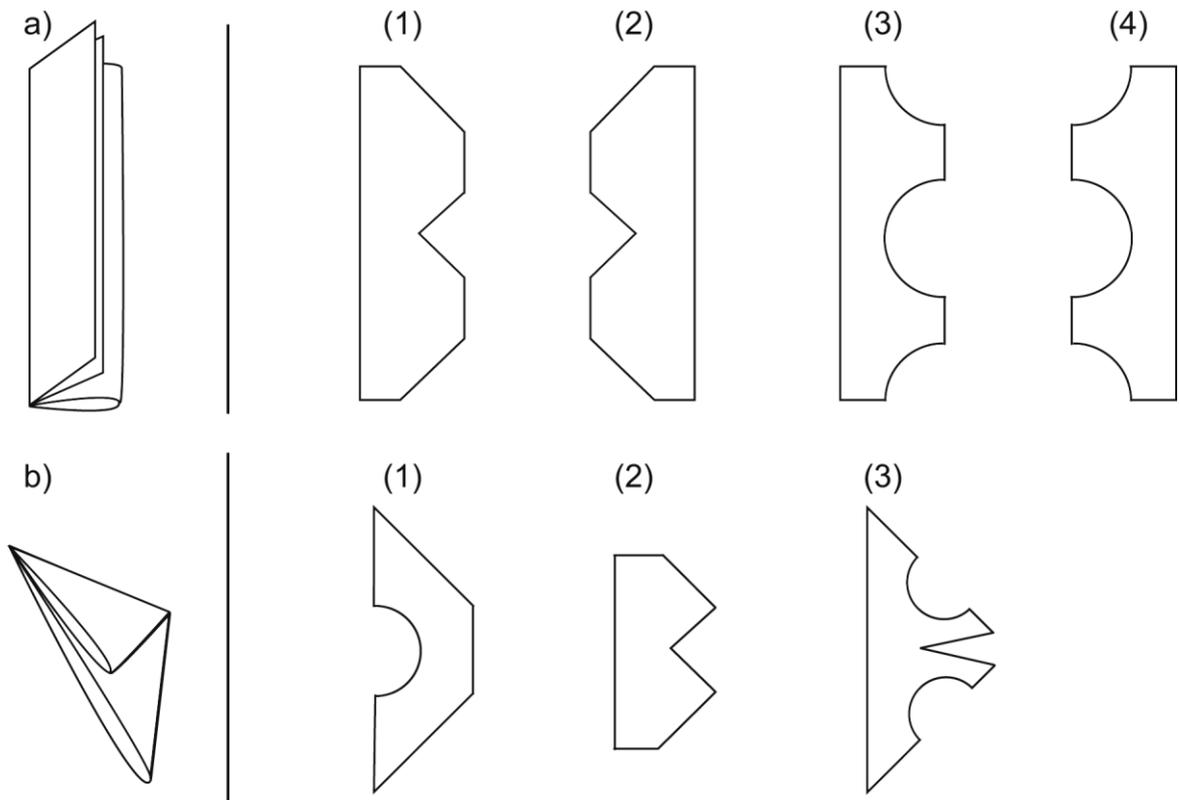
11. Ein Papierbogen wird gefaltet und eingeschnitten. Skizziere in die vorbereiteten Umriss der Papierbögen die nach dem Ausschneiden und dem Auseinanderfalten entstandenen Formen farbig ein.



- *12. Ein quadratischer Papierbogen wurde zweimal gefaltet, danach wurde ein Dreieck ausgeschnitten (s. Skizze). Skizziere den Bogen, nachdem er wieder aufgeklappt wurde.

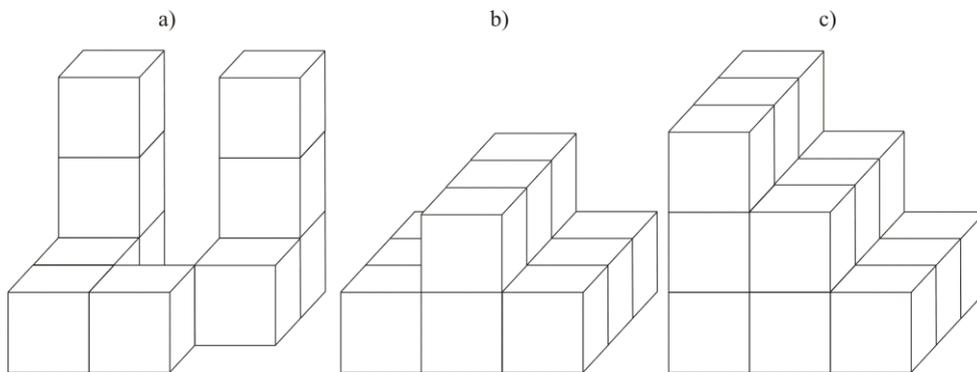


- *13. Ein quadratischer Papierbogen wurde wie angegeben gefaltet. Danach wurden Teile herausgeschnitten. Skizziere den Bogen, nachdem er wieder aufgeklappt wurde.

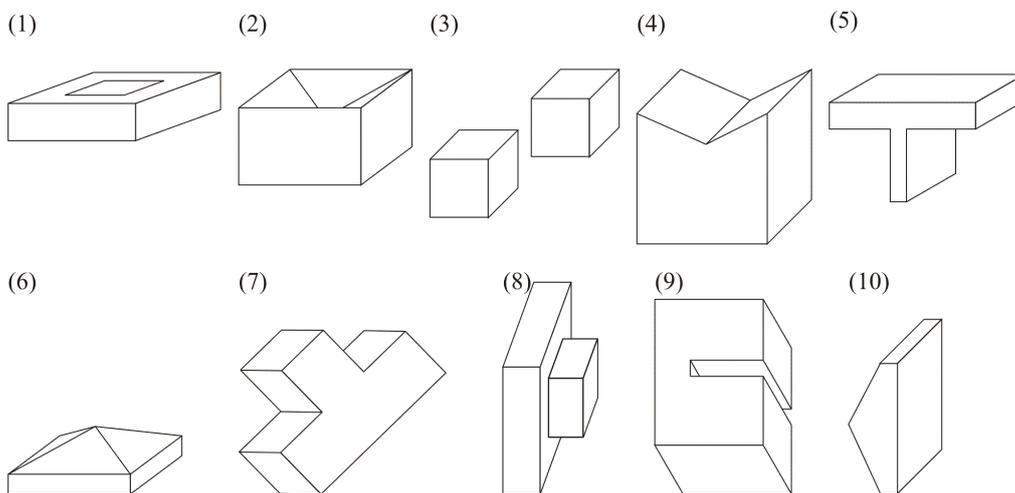


5.4 Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern

1. Wie viele kleine Würfel brauchst du mindestens, um das Würfelbauwerk zu einem großen Würfel zu ergänzen?



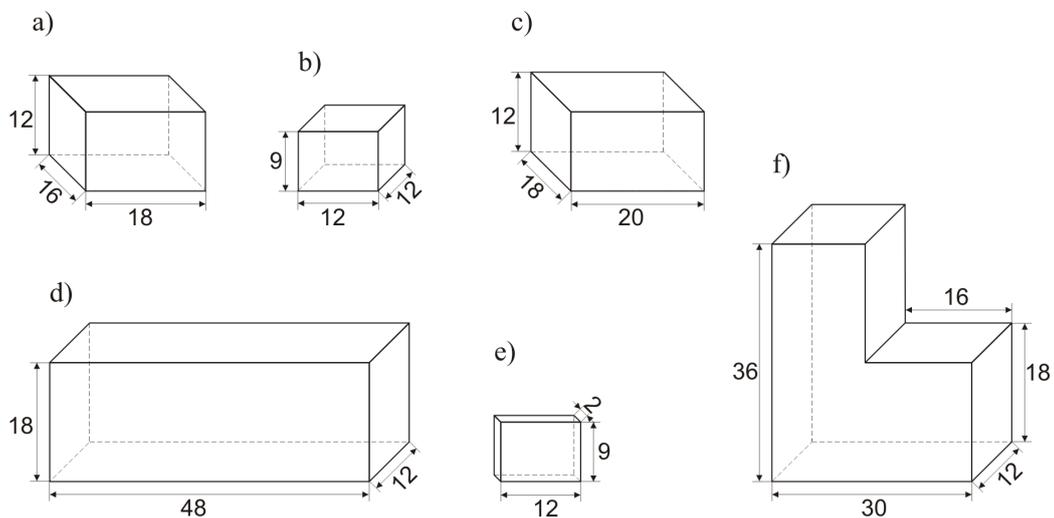
2. Je zwei der skizzierten Körperteile ergeben zusammengesetzt einen Quader. Welche sind das jeweils? Gib mindestens 5 Paare an.



3. Kannst du aus den abgebildeten Körpern neue Quader zusammensetzen?

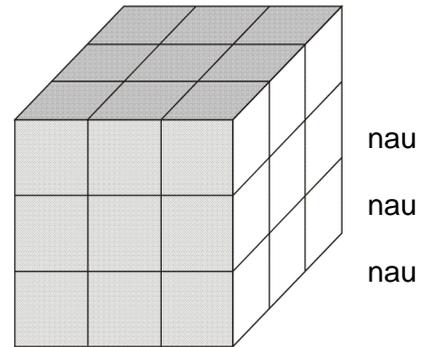
a) Gib drei Möglichkeiten an.

b) Welche Kantenlängen haben die neuen Quader jeweils?



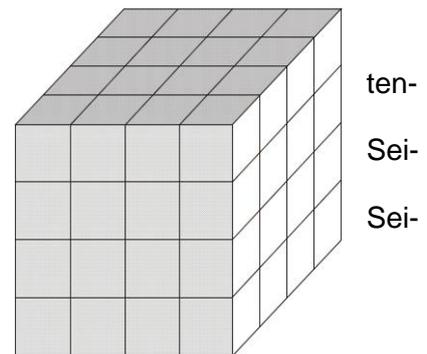
4. Fünf Seiten eines Würfels von 3 cm Kantenlänge werden rot angestrichen, die sechste Fläche bleibt ohne Anstrich. Danach wird dieser Würfel in genau 27 Teilwürfel von 1 cm Kantenlänge zerlegt.

- Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau eine rot angestrichene Fläche?
- Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau zwei rot angestrichene Flächen?
- Wie viele der entstandenen Teilwürfel haben genau drei rot angestrichene Flächen?



5. Ein auf allen Seiten blau angestrichener Würfel wird in 64 kleine Würfel zerschnitten.

- Wie viele der Teilwürfel haben keine blaue Seitenfläche?
- Wie viele der Teilwürfel haben genau eine blaue Seitenfläche?
- Wie viele der Teilwürfel haben genau zwei blaue Seitenflächen?

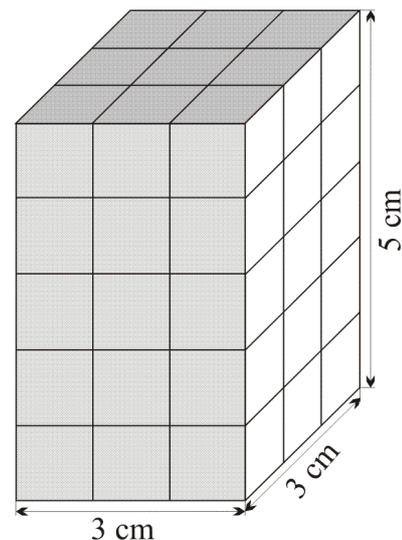


6. Ein Quader, der aus 45 Einheitswürfeln besteht soll grün angestrichen werden. Es werden die Varianten A und B untersucht.

- Die Deckfläche und alle vier Seitenflächen werden grün gestrichen.
- Die Deckfläche und zwei benachbarte Seitenflächen werden grün gestrichen.

Beantworte die Fragen für beide Varianten.

- Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann drei grün angestrichene Seitenflächen?
- Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann zwei grün angestrichene Seitenflächen?
- Wie viele der 45 Einheitswürfel haben dann eine grün angestrichene Seitenfläche?



7. Susi setzt aus 27 kleinen einen großen Würfel zusammen.

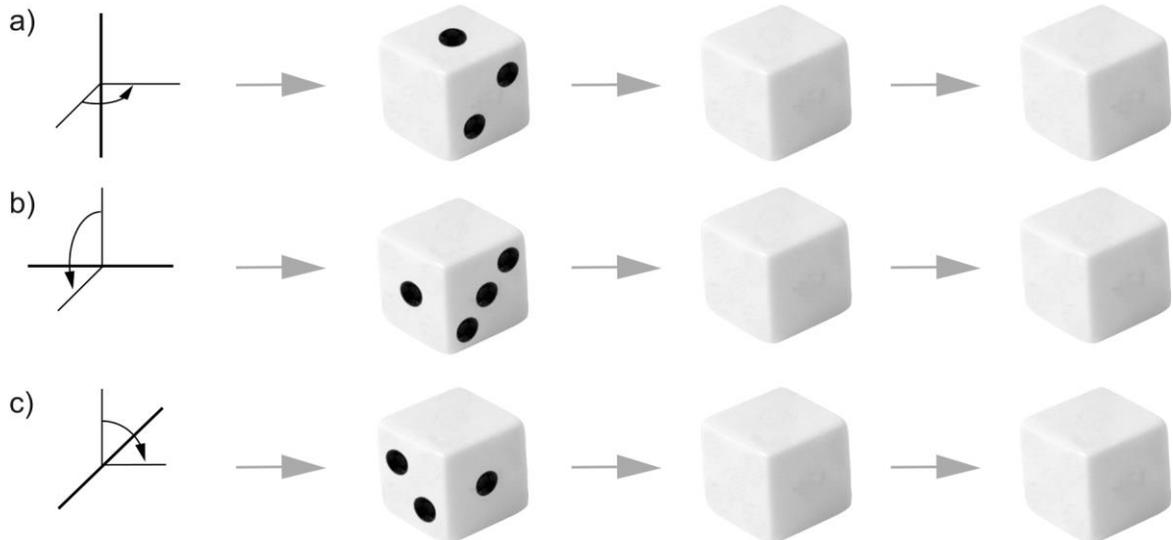
- Sie malt eine Seitenfläche grün an und nimmt den Würfel wieder auseinander. Vorher überlegt sie sich, wie viele einfarbige und wie viele zweifarbige Würfel sie dann hat. Zu welchem Ergebnis kommt sie?
- Kann sie den großen Würfel wieder so zusammensetzen, dass er ganz und gar einfarbig ist und von der grünen Farbe nichts mehr zu sehen ist? Wie muss sie das machen?

5.5 Erkennen und Herstellen von Rotationen

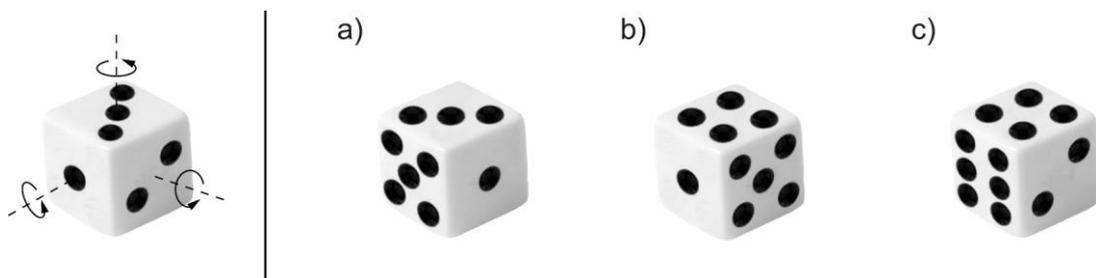
1.



Stelle dir einen Würfel entsprechend der nebenstehenden Abbildung vor. Dieser Würfel soll Ausgangspunkt für alle folgenden Drehungen sein. Der Würfel wird dreimal nacheinander um die jeweils angegebene Achse um 90° gedreht. Zeichne die jeweils sichtbaren Augenzahlen.



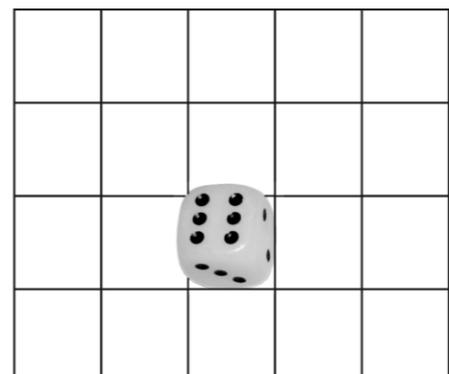
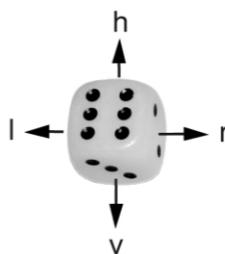
2. Um welche der Achsen durch die Seitenflächen 1, 2, bzw. 3 und um wie viel Grad muss man den Würfel in der angegebenen Richtung drehen, damit sich die Lagen a), b) bzw. c) ergeben?



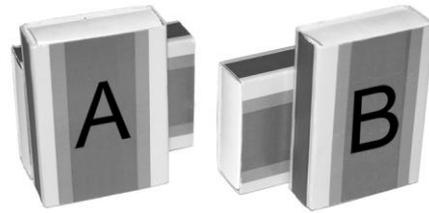
3. Kippe einen Würfel in Gedanken auf dem dargestellten Feld, so wie angegeben. Gib an, welche Augenzahl dann oben liegt.

h: nach hinten
v: nach vorn
l: nach links
r: nach rechts

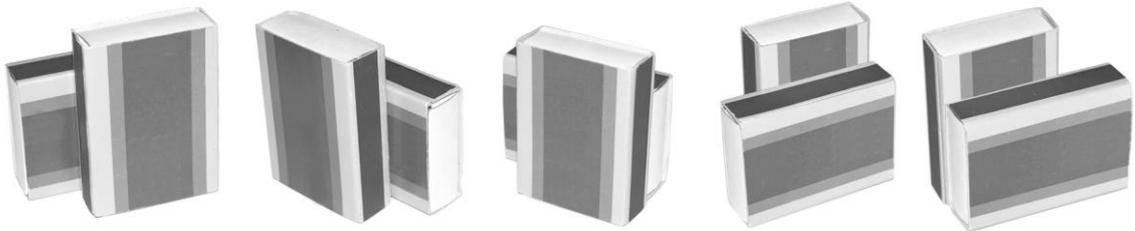
- a) h h
- b) l h
- c) l l
- d) r r
- e) r h
- f) v l



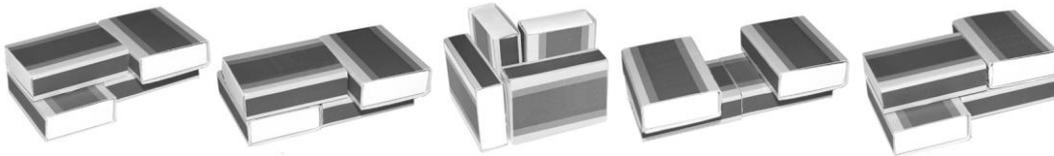
4. Zwei Schachteln wurden in der abgebildeten Weise zusammengeklebt.



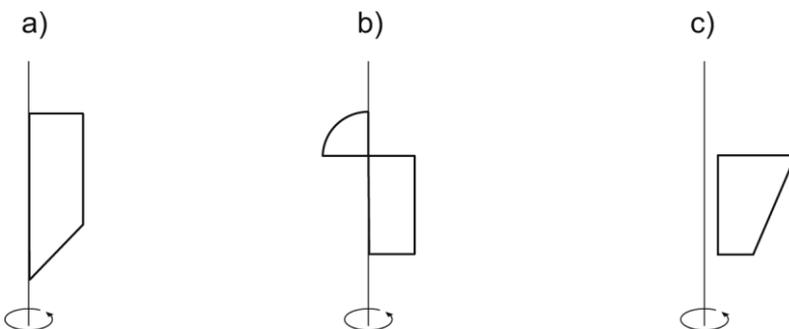
- a) Schreibe unter die folgende Abbildung, ob es sich um die Kombination A oder B handelt.



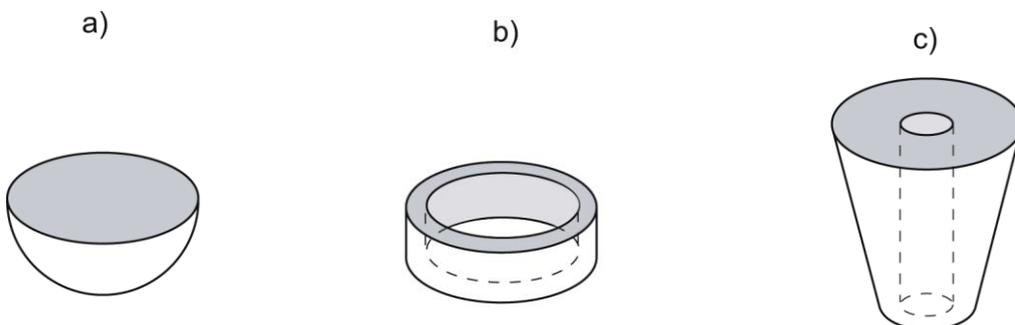
- b) Schreibe in die folgenden Zusammenstellungen hinein, welcher Teil A und welcher Teil B ist. Es können auch zwei gleiche Kombinationen A bzw. B zusammengestellt sein.



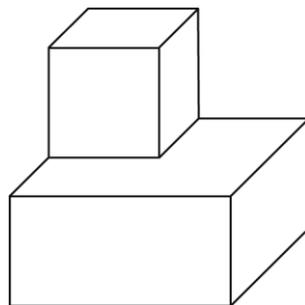
5. Skizziere eine räumliche Darstellung der Körper, die bei Rotation der Flächen um die Achse entstehen.



6. Skizziere zu den Rotationskörpern je ein Flächenstück und eine Drehachse, welche den Körper beim Rotieren erzeugen.



7. Drehe den nebenstehenden Körper und skizziere ihn dann auf Kästchenpapier.
 a) Drehung um 90° links herum
 b) Drehung um 90° rechts herum

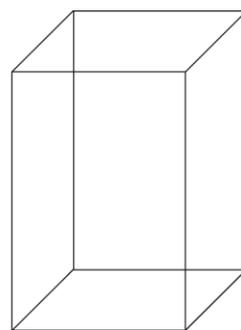
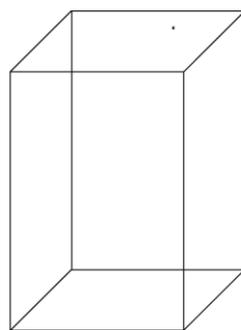
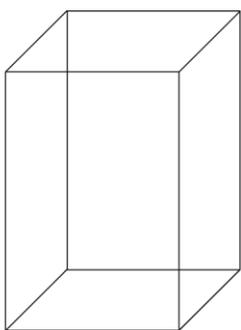
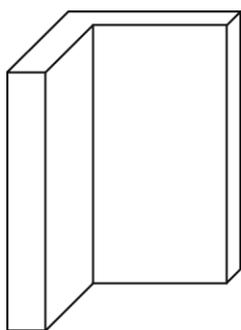


8. Skizziere in die vorbereiteten Umrissse eine räumliche Darstellung des Profilstabes nach den jeweiligen Drehungen ein. (Drehungen im Uhrzeigersinn)

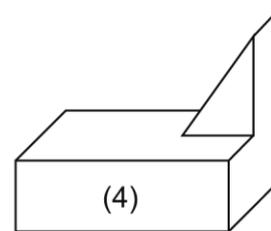
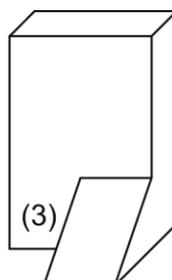
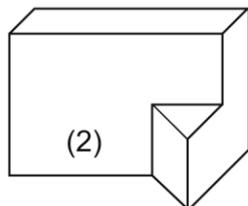
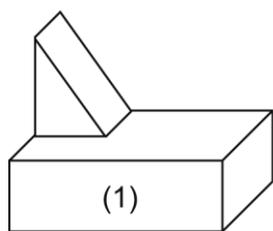
a) um 90°

b) um 180°

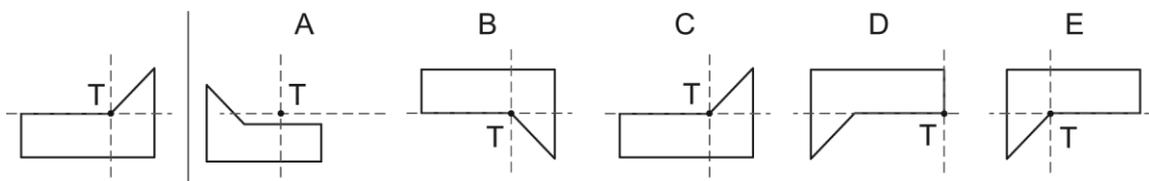
c) um 270°



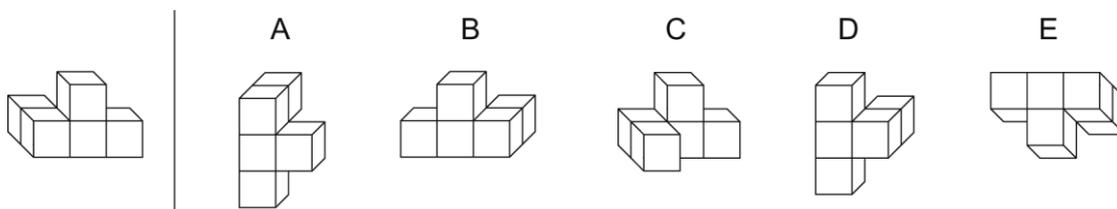
9. Von den vier Zeichnungen stellen zwei den gleichen Körper dar. Finde diese Körper heraus.



10. Die Figur links vom Strich wurde um T um 180° gedreht. Welche der Abbildungen rechts vom Strich stellt das Ergebnis der Drehung dar?



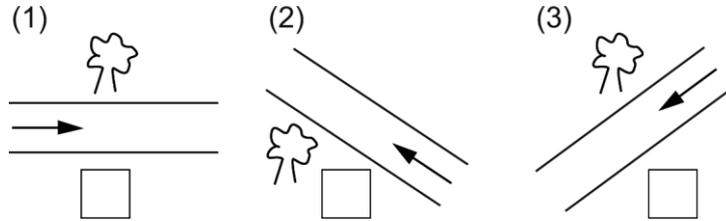
11. Der Körper links vom Strich soll in eine andere Lage gedreht werden. Welche Körper rechts vom Strich kann man nach der Drehung erhalten?



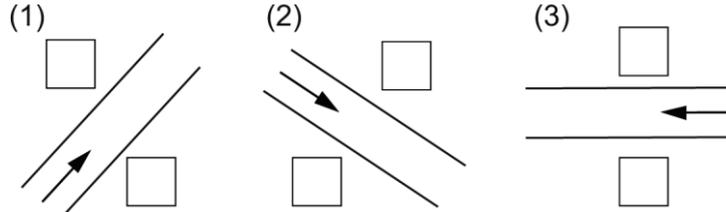
5.6 Räumliche Orientierung

1. Schreibe in die Kästchen „r“ für rechts oder „l“ für links. Der Pfeil gibt die Richtung an, in die du dich bewegst.

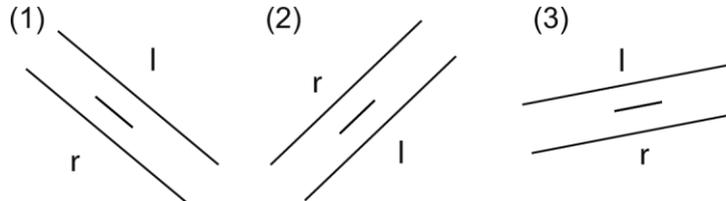
a) Auf welcher Seite der Straße steht der Baum?



b) Bezeichne die Straßenseiten.

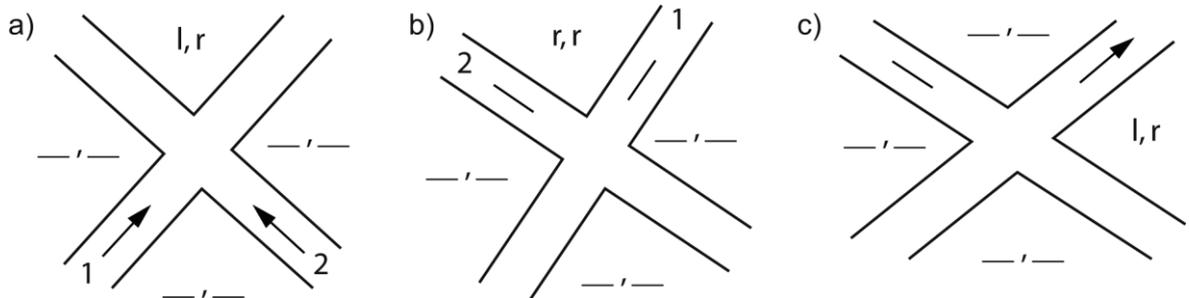


c) Kennzeichne die Bewegungsrichtung, damit r und l stimmen.



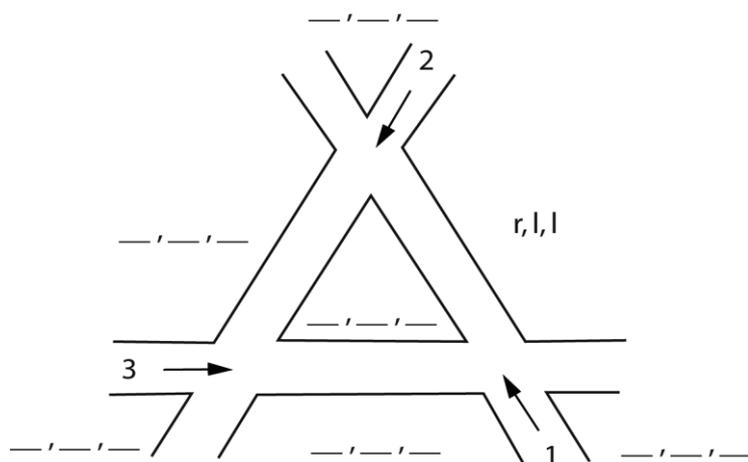
2. Zwei Straßen kreuzen sich. Beschrifte alle vier Gebiete bei der angegebenen Bewegungsrichtung auf der Straße. Die Bezeichnung l, r soll bedeuten, dass das Gebiet links von der Straße 1 und rechts von der Straße 2 liegt.

Trage die fehlenden Bewegungsrichtungen bzw. Straßenbezeichnungen ein.

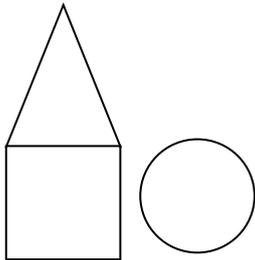
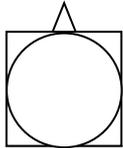
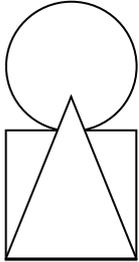


3. Beschrifte die Gebiete bei den angegebenen Bewegungsrichtungen auf den drei Straßen.

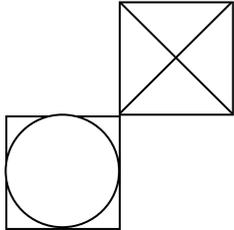
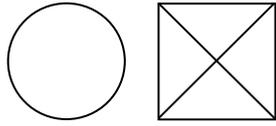
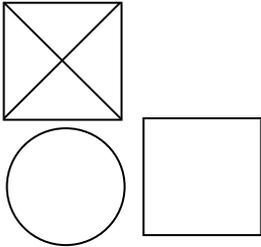
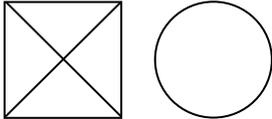
Die Bezeichnung r, l, l bedeutet, dass sich das Gebiet rechts von der Straße 1, links von der Straße 2 und links von der Straße 3 befindet.



4. Stelle einen Würfel, eine Kugel und eine Pyramide in Gedanken so wie auf den dargestellten Ansichten auf.
 a) Skizziere jeweils eine mögliche Ansicht von oben.

<p style="text-align: center;">von vorn</p> 	<p style="text-align: center;">von vorn</p> 
<p style="text-align: center;">von vorn</p> 	<p style="text-align: center;">von vorn</p> 

- b) Skizziere jeweils die Ansicht von oben.

<p style="text-align: center;">von oben</p> 	<p style="text-align: center;">von oben</p> 
<p style="text-align: center;">von oben</p> 	<p style="text-align: center;">von oben</p> 

5. Matthis ist in der Stadt unterwegs und sieht das linke Bild. Gib die Koordinaten seines Standortes auf dem rechten Bild⁵ an.



6
5
4
3
2
1

A B C D E F G H

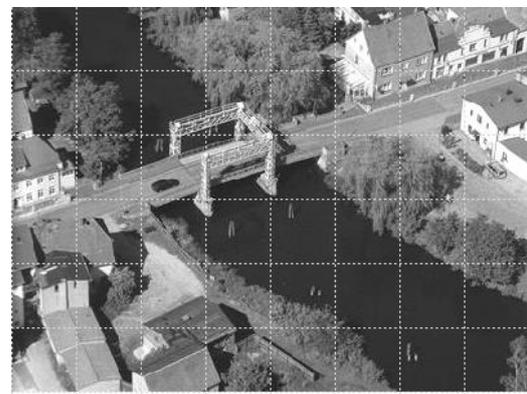
6. Auf dem linken Bild links siehst du die Produktionshallen der Schwaaner Fischwaren GmbH. In diesem Jahr konnte eine Halle neu angebaut werden. Wo ist der Betrieb auf der Luftaufnahme aus dem Vorjahr zu finden? Gib die Koordinaten an.



6
5
4
3
2
1

A B C D E F G H

7. Die Luftaufnahme zeigt die Schwaaner Warnowbrücke, über die Annelie auf dem Weg zur Schule gehen muss. Wo befindet sie sich, wenn sie die Brücke wie auf dem linken Bild sieht? Gib die Koordinaten an.



6
5
4
3
2
1

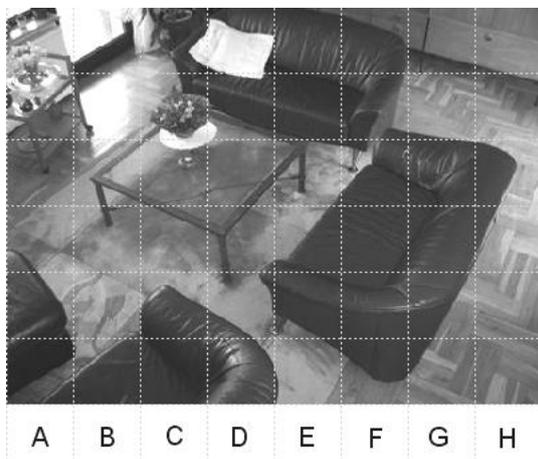
A B C D E F G H

⁵ Bildquellen: Luftaufnahmen: Sywan, Fischwaren GmbH, Schwaan; Torsten Schlutow, Schwaan; alle andere Bilder: Hedwig Sabelus, Schwaan

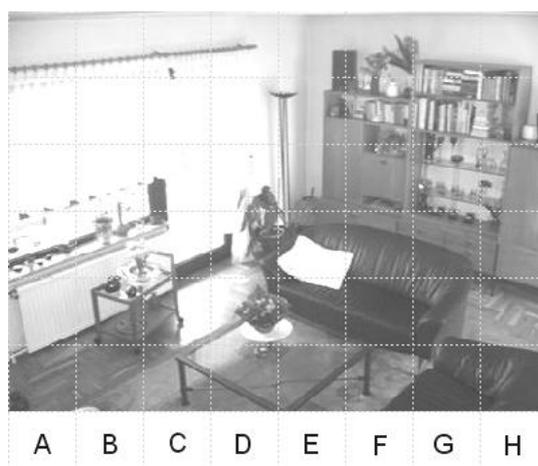
8. Auf dem linken Bild siehst du einen Teil des Wohnzimmers. Dackel Waldemar sieht das, was auf dem rechten Bild zu sehen ist. Wo müsste er sich dazu jeweils auf dem linken Bild befinden? Gib die Koordinaten an.
a)



b)



c)



9. Gerrit fährt mit seinem Fahrrad zur Kunstmühle. Wo ist sein Standort auf der Luftaufnahme? Gib die Koordinaten an.



A B C D E F G H

10. Die Bilder zeigen jeweils den Teil einer Klasse, darunter ist der Klassenspiegel.



Toni	Jan
------	-----

Christian	Danny
-----------	-------

--	--

Thomas	Rico
--------	------

Ronny	
-------	--

Andre	Maik
-------	------

Christina	Melanie
-----------	---------

Jennifer	Romy
----------	------

Juliane	Manuel
---------	--------

Andre	
-------	--

	Corinna
--	---------

	Kevin
--	-------

	Tony
--	------

Andreas	Alex
---------	------

Sebastian	Jaqueline
-----------	-----------

Lehrtisch

Beantworte die Fragen.

- Wer fehlt in der Mittelreihe?
- Wer fehlt offensichtlich in der Wandreihe?
- Wer stützt auf beiden Bildern seinen Kopf in der Hand?
- Wer sitzt links von Juliane (von ihr aus gesehen)?
- Schaut der rechte Nachbar von Maik in die Kamera?
- Ist der Schüler anwesend, der rechts hinter Melanie sitzt (von ihr aus gesehen)?

11. Herr Prächter sieht die Kreuzung so wie auf dem Bild. Welche Zeichnung könnte dazu passen?



<p>A</p>	<p>B</p>
<p>C</p>	<p>D</p>

6 Ausgewählte Lösungen

6.1 Aufgaben zu Merkmalen und Eigenschaften von Körpern

6.1.1 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 6

Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

Seite 11

1.

	(1)	(2)	(3)
Anzahl der Kanten	12	12	18
Anzahl der Ecken und Spitzen	8	7	12
Anzahl der Begrenzungsflächen	6	7	8

2.

- | | |
|---------------------------------|-------------|
| a) 1, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12 | b) 1, 4, 11 |
| c) 1, 4, 8, 11 | d) 5, 10 |
| e) 2, 5, 7, 8 | f) 2, 3, 6 |

Seite 12

3. a) 240 cm b) 152 cm c) 100 cm

4.

Körper	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
Anzahl der Begrenzungsflächen	6	7	8	7	8	5
Anzahl der Ecken	8	10	12	10	12	6
Anzahl der Kanten	12	15	18	15	18	9

5. a) 140 cm b) 20 cm hoch

Seite 13

6.

				
a)	nein	ja	nein	nein
b)	nein	nein	nein	nein
c)	ja	nein	ja	nein
d)	ja/ nein (nicht eindeutig)	ja/ nein (nicht eindeutig)	nein	ja
e)	ja/ nein (nicht eindeutig)	ja/ nein (nicht eindeutig)	nein	nein
f)	nein	nein	ja	nein

7. (1) a) AB, CD, EF, GH | AD, BC, EH, FG | AE, BF, CG, DH
 b) AB, CD, EF, GH | AD, BC, EH, FG | AE, BF, CG, DH
 c) ABCD, EFGH | BCGF, ADHE | ABFE, DCGH

(2), (3) analog

8. a) 8 b) 12 c) 6

Seite 31

9. a) 9 b) 8 Ecken, 1 Spitze c) 16

10. a) Würfel, Quader, Zylinder b) Kegel, Pyramide c) Kugel, Zylinder, Kegel

Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

Seite 14

1. Würfel, Kegel, Quader, Pyramide, Zylinder

Seite 15

2. (1) Rechteck (2) Quader (3) Trapez (4) Pyramide
(5) Würfel (6) Quadrat (7) Kegel (8) Dreieck
(9) Pyramide, Tetraeder (10) Zylinder (11) Kreis (12) Kugel

3. a) 8 b) 2, 3, 4, 6, 9, 8

4. Lisa: Quader Erik: Würfel

5. 8

Seite 16

6. Nr. 1, 3, 6

7.

- | | |
|-----------------------|-------------|
| a) Würfel oder Quader | b) Kegel |
| c) Pyramide | d) Zylinder |
| e) Quader | f) Kugel |

8. Quader

9. Quader

Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

Seite 16

1. Kugel, Quader, Würfel, Zylinder, Kegel, Pyramide

Seite 17

2. a) Quader b) Pyramide c) Zylinder d) Kegel e) Kugel f) Würfel

3.

- | | | |
|-------------|-------------------------|-----------|
| a) Quader | b) Quader oder Zylinder | c) Quader |
| d) Zylinder | e) Quader | f) Quader |
| g) Quader | h) Quader | i) Quader |

4. a) Würfel oder Quader, Kegel, Kugel, Quader, Pyramide, Zylinder

- b) Kugel, Zylinder und Kegel, Quader, Zylinder, Pyramide, Würfel

5. Streichholzschachtel, Saftverpackungen, Waschpulververpackungen, Häuser, Computer

6. a) Gemeinsamkeit: haben Grund- und Deckfläche, können stehen, sind gerade
Unterschied: eckige bzw. runde Grund- und Deckflächen, nur ebene bzw. auch gekrümmte Flächen

- b) Gemeinsamkeit: 6 Begrenzungsflächen, jeweils 2 davon parallel zueinander
Unterschied: alle Kanten gleich bzw. jeweils gegenüberliegende Kanten gleich

Seite 18

7. Unterschiede: Begrenzungsflächen Quadrate bzw. Dreiecke, Zahl der Kanten und Ecken, Gemeinsamkeit: ebene Begrenzungsflächen

Ermitteln von Rauminhalten

Seite 18

1.

	Volumen	Flächeninhalt
a)		x
b)	x	
c)		x
d)	x	
e)		x
f)		x

2. Beispiele

	1. Möglichkeit	2. Möglichkeit	3. Möglichkeit
Länge:	5 m	5 m	3 m
Breite:	4 m	6 m	2 m
Höhe:	3 m	2 m	10 m

3. (1) 300 l (2) 200 l (3) 1200 l
4. a) individuell, mehrere Möglichkeiten bei (1) bis (3)
 b) 3000 cm³, 8000 cm³, 540 dm³

6.1.2 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 8

Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

Seite 19

1. a) 1, 3, 4, 5, 6
 b) Grundfläche: 2, 4, Seitenfläche: 1, 3, 5, 6 (2 und 4 auch möglich)
2. 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8

Seite 20

3.

(1)			(2)			(3)		
Fläche	Name	A _G	Fläche	Name	A _G	Fläche	Name	A _G
ABFE	Rechteck		ABFE	Trapez		ABCD	Rechteck	
EFHG	Rechteck		DCGH	Trapez		FGKI	Rechteck	
GHIK	Rechteck		BCGF	Trapez		IKHE	Rechteck	
CDIK	Rechteck		DHEA	Trapez		BCGF	Rechteck	
ABCD	Rechteck		ABCD	Rechteck		ADHE	Rechteck	
DAEGK	Fünfeck	x	EFGH	Rechteck		ABFIE	Fünfeck	x
BFHIC	Fünfeck	x				DCGKH	Fünfeck	x

Seite 21

4. (1) mögliche Grundflächen: vorn und hinten, Höhen: alle Tiefenlinie
 (2) mögliche Grundflächen: rechts und links, Höhen: alle waagerechte Linien
 (3) mögliche Grundflächen: Aufriss, Höhen: alle vertikalen Linien im Grundriss
- 5.

Ergänzungskörper	Name der Begrenzungsflächen	Anzahl
Skizze eines Quaders	Rechteck	6
Skizze eines Zylinders	Kreis	2
	Rechteck	1
Skizze eines dreiseitigen Prismas	Rechteck	3
	Dreieck	2

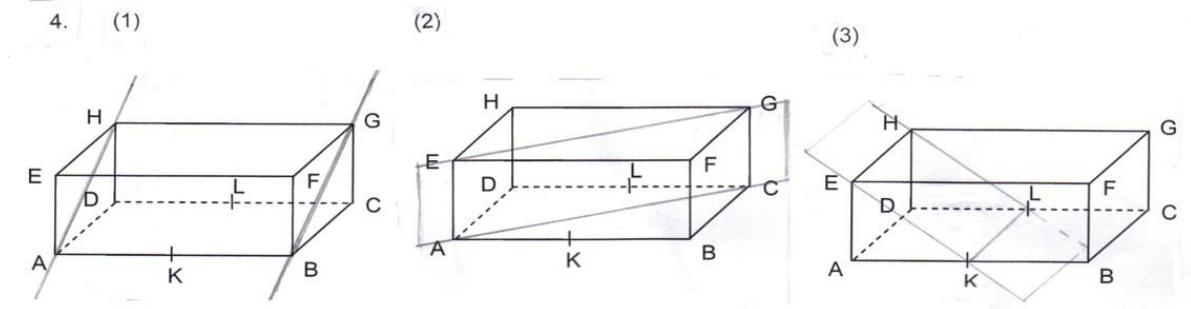
Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

Seite 22

- a) ja b) nein c) ja d) nein e) nein f) ja
- Lisa : Kegel, Zylinder Paul: Zylinder, Kegel
- a) Zylinder b) 2 Zylinder c) 2 halbe Zylinder

Seite 23

4. a)



- b) (1) Körper 1: BCG oder ADH , Körper 2: BGF oder AHE
 (2) Körper 1: ABC oder EFG , Körper 2: ACD oder EGH
 (3) Körper 1: AKE oder DLH , Körper 2: KBF E oder LCGH

5.) a) nein b) ja c) nein

Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

Seite 24

- (1) (2) (3) (4) (5)
- Dosen, Walzen, Rohre, Bohrungen, Brunnen
- Gemeinsamkeiten: z. B. Grund- und Deckfläche sind Kreise, Mantelfläche ist Rechteck
 Unterschiede: z.B. Getränkedose hat eine Öffnung und Ränder
- a) A und C
 b) Zylinder
 c) Bohrloch kann eine Spitze haben, Bohrloch hat keine Grund- bzw. Deckfläche

Seite 25

- Alle Gegenstände haben die Form eines Prismas. Grund- bzw. Deckfläche sind stets die vorderen bzw. hinteren Flächen in der Abbildung
- Die folgenden Lösungen sind Beispiele

	gemeinsame Eigenschaft	unterschiedliche Eigenschaft
Zylinder in der Mathematik und Zylinderhut	Mantelfläche ist ein Rechteck	Grund- und Deckfläche sind bei dem Hut Ellipsen, Hut hat Krempe
Zylinder in der Mathematik und Zylinder als Teil des Motors	Mantelfläche ist ein Rechteck	Nur ein Teil des Motorzylinders ist ein mathematischer Zylinder

Ermitteln von Rauminhalten

Seite 26

- Höhe und Durchmesser
- a) ja b) nein c) nein d) ja e) nein f) nein
- a) - c) $V = \frac{1}{2} abh$, $V = 24 \text{ cm}^3$

4. (1) $A = 3 \text{ cm}^2$ oder $A = 9 \text{ cm}^2$, $V = 9 \text{ cm}^3$,
 (2) $A = 4,5 \text{ cm}^2$, $V = 9 \text{ cm}^3$
 (3) $A = 4,5 \text{ cm}^2$, $V = 9 \text{ cm}^3$

6.1.3 Sicheres Wissen und Können am Ende der Klasse 10

Allgemeine Merkmale vergleichen und beschreiben

Seite 27

1. (1) ABCD, EFGH; BCGF, ADHE, ABFE, DCGH
 (2) ABD, ACD, ABD, BCD
 (3) ABGFE, DCHIK, BCHG, GHIF, EFIK, ADKE, ABCD,
2. Die folgenden Lösungen sind Beispiele

Eigenschaften	Körper, die die Eigenschaften haben	Körper, die die Eigenschaften nicht haben
Die Körper haben eine Spitze.	1, 3	2, 4, 5, 6
Grund- und Deckfläche sind kongruent.	2, 4, 5, 6	1, 3
Die Grundfläche ist ein Rechteck.	1	2, 3, 4, 5

Seite 28

3.

Gemeinsame Eigenschaft	Körper
Die Körper haben eine Spitze.	2, 3
Grund- und Deckfläche sind kongruent.	1, 4, 5
Grund- und Deckfläche sind Dreiecke.	1, 4
Die Grundfläche ist ein Kreis.	3, 6
Die Körper haben gekrümmte Begrenzungsflächen.	3, 6
Bei Schnitten parallel zur Grundfläche sind alle Schnittflächen gleich groß.	1, 4, 5

4. Die folgenden Lösungen sind Beispiele

Körper	Eigenschaft	weitere Körper mit dieser Eigenschaft
(1)	Die Grundfläche ist ein Rechteck.	6
(2)	Der Körper hat eine Spitze.	5, 6
(3)	Der Körper hat 4 Eckpunkte.	2
(4)	Die Grundfläche ist ein Dreieck.	2
(5)	Eine Begrenzungsfläche ist gekrümmt.	3
(6)	4 Begrenzungsflächen sind Dreiecke.	2

Seite 29

5. 3 Strohhalme und keine Knetkügelchen.

6.

- Pyramiden
- Grundfläche: Dreieck, 6 Kanten und 4 Flächen.
- Grundfläche: Rechteck, 8 Kanten und 5 Flächen.
- Grundfläche: Fünfeck, 10 Kanten und 6 Flächen.
- Dreiecke
- Höhe

7. 1, 3, 5, 6, 8

Erkennen und Beschreiben von mathematischen Objekten

Seite 30

1. Kegel: 1, Pyramide: 4, Kugel: 6
2. Pyramide
3. a) ja b) nein c) nein
4. Kegel: 2, 4, 5, bzw. Kugel: 3

Erkennen und Beschreiben von außermathematischen Objekten

Seite 31

1. a) Quader b) Pyramide c) Würfel d) Zylinder e) Zylinder f) Kegel
2. viele Lösungen möglich
3. a) Quader b) Zylinder c) Pyramide d) Pyramide oder Kegel und Quader e) Kegel f) Kugel
4. Quader – Truhe, Kegel – Leitkegel, Pyramide – Pyramide, Zylinder – Kochtopf, Kugel – Globus

Seite 32

5. Konservendose – Zylinder, Schultüte – Kegel, Spraydose – Zylinder, Versandkatalog – Quader, Blitzknaller – Zylinder, Korken – Zylinder, Rohr – Zylinder, Turmspitze von runden Kirchtürmen – Kegel, Eistüte – Kegel, Ziegelstein – Quader, Fußball – Kugel, Zuckerhut – Kegel, Filmschachtel – Zylinder, CD-Hülle – Quader

6. Die Lösungen sind Beispiele

Körper in der Mathematik	Körper in der Biologie	Körper in der Physik
Zylinder	Rumpf des Saurier	Massestück
Kugel	Fischskelett	Stein
Kegel	Frauenkörper	Holzklötz

7. Bis auf e) ist allen Gegenständen und dem mathematischen Kegel gemeinsam, dass sie einen Kreis als Grundfläche haben und sich verengen, wobei ein unterschiedliches Merkmal die fehlende Spitze im Vergleich zum mathematischen Kegel ist.
e) : Kopf und Rumpf haben entfernte Ähnlichkeit mit dem mathematischen Kegel.

Ermitteln von Rauminhalten

1. Die die Rauminhalte der drei Körper sind gleich $64\pi \text{ cm}^3$.

Seite 33

- 2.

	Formel für eine Größe X	Volumen	Flächeninhalt	keins von beiden
a)	$X = a \cdot b \cdot c$	x		
b)	$X = 2(a \cdot b + a \cdot c + b \cdot c)$		x	
c)	$X = 4 \pi r^2$		x	
d)	$X = \pi r^2 h$	x		
e)	$X = \pi r^2 \cdot s \cdot h$			x
f)	$X = \pi \cdot r \cdot s$		x	

3. a) 32 cm^3 b) 40 cm^3 c) $15\pi \text{ cm}^3$.
4. a) eine Breite, Tiefe, Höhe b) vom linken Quader eine Breite, Tiefe, Höhe, vom rechten Quader eine Breite und eine Höhe c) von beiden Quadern je eine Breite, Tiefe, Höhe
5. a) $1700 \text{ cm}^3 = 1,7 \text{ l}$ b) $640 \text{ cm}^3 = 0,64 \text{ l}$ c) $170 \text{ cm}^3 = 0,17 \text{ l}$ d) $1300 \text{ cm}^3 = 1,3 \text{ l}$
6. a) $480 \text{ cm}^3 = 4,8 \text{ l}$ b) $150 \text{ cm}^3 = 1,5 \text{ l}$ c) $710 \text{ cm}^3 = 7,1 \text{ l}$

6.2 Aufgaben zur Körperdarstellung und zum Raumvorstellungsvermögen

6.2.1 Lesen und Anfertigen räumlicher Darstellungen

Seite 37

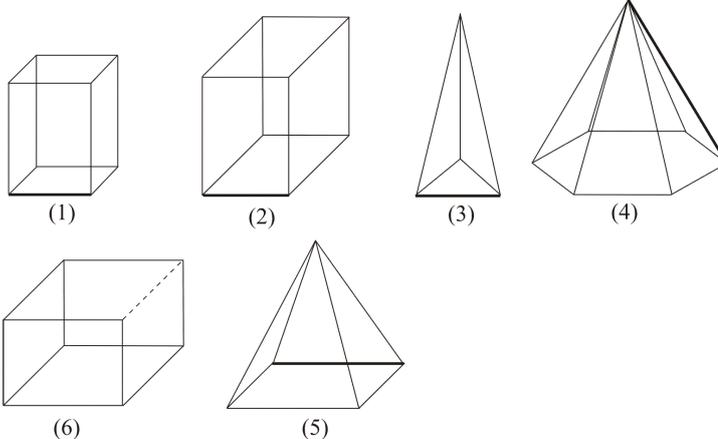
1.

Räumliche Darstellung	Keine räumliche Darstellung
1, 3, 5, 7, 8	2, 4, 6, 9, 4

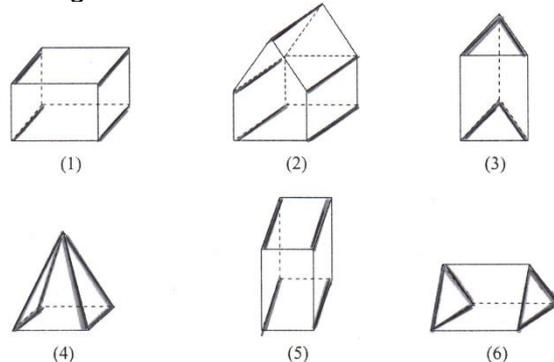
2. schräg von rechts oben : 1 schräg von links oben: 4, 5
 schräg von rechts unten: 3, 6, schräg von links unten: 2

Seite 38

3. a) siehe Aufgabe 2, (2) b) siehe Aufgabe 2, (3) c) siehe Aufgabe 2, (4)
 4. Die Schrägbilder 1 - 4 können, 5 und 6 müssen schräg von unten gezeichnet werden:

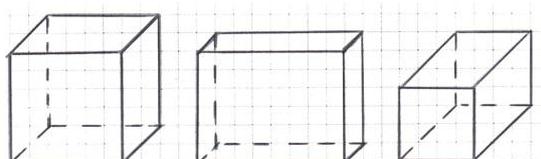


5. Alle nachgezeichneten Kanten sind verkürzt dargestellt.



Seite 39

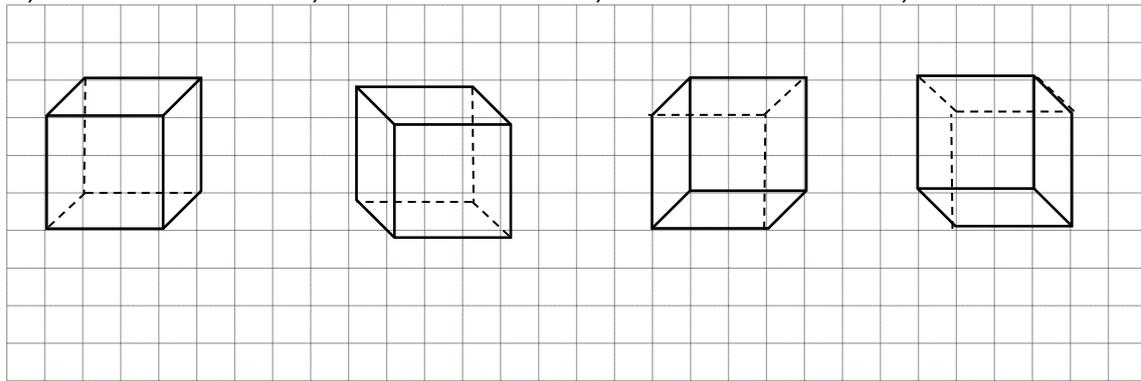
6. (1) Rechteck (2) Kreis (3) gleichschenkliges Dreieck (4) Rechteck (5) Trapez (6) Fünfeck
 7. Räumliche Darstellung:



Seite 40

8. Siehe Zeichnungen in Aufgabe S. 53 Nr. 2 a) (1) b) (4) c) (2) d) (3)

a) von rechts oben b) von links oben c) von links unten d) von rechts unten



9. Zeichnung gleicher Würfelbauten auf Kästchenpapier.

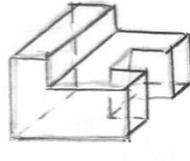
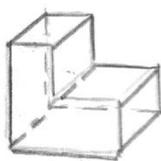
10. Individuelle Lösungen

11.

Skizzen

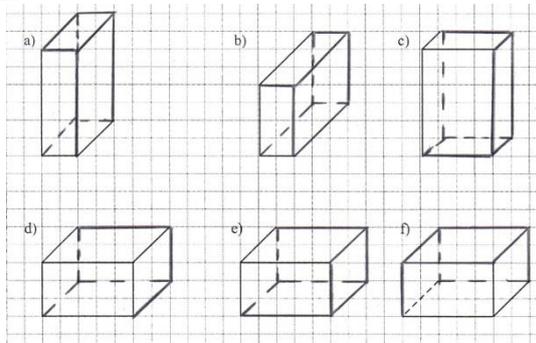
a)

b)

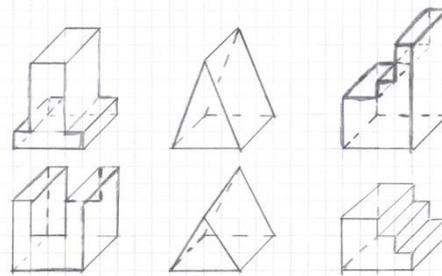


Seite 41

12.

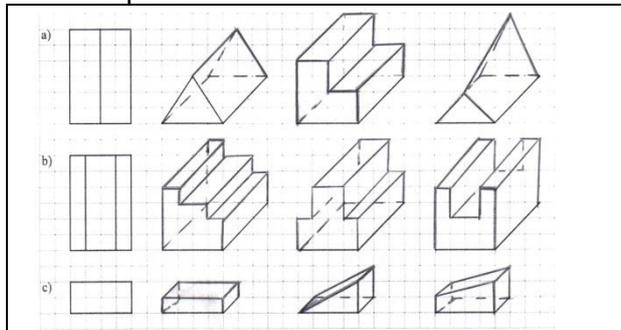


13.

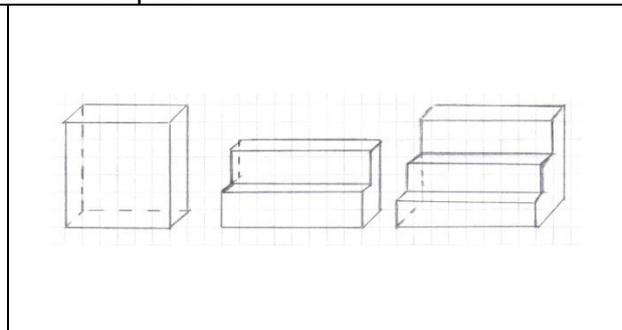


Seite 42

14. Beispiele



15. Beispiele

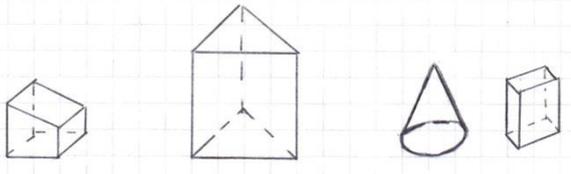


Seite 43

16. Skizzen



17. Skizzen:



6.2.2 Lesen und Herstellen von Ansichten

Seite 44

1. (1) C (2) A (3) (4) A (5) A (6) A

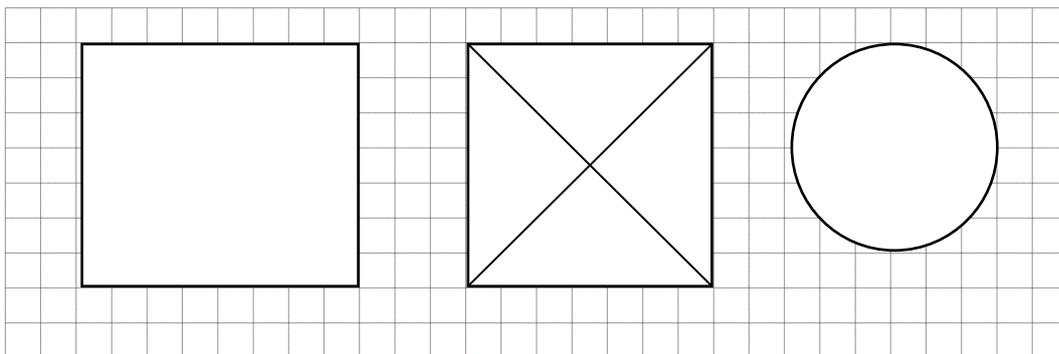
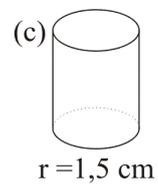
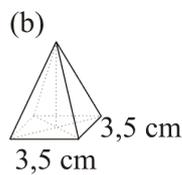
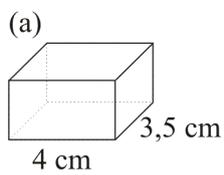
2. Grundriss

a) 	b) 	c) 
d) 	e) 	f) 

Seite 45

3. A-4 B-2 C-6 D-3 E-5 F-4

4.



Seite 46

5.

a)

3	1		
1			

b)

		1	
1	1	3	1

c)

	1		
	2		
1	2	1	1
	1		

d)

		1
	1	1
2	1	2

e)

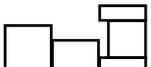
		2
	1	1
2	1	1

f)

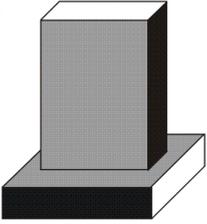
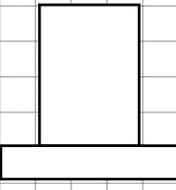
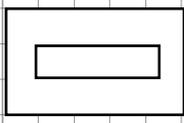
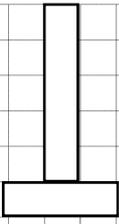
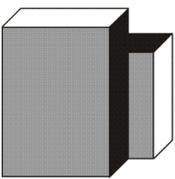
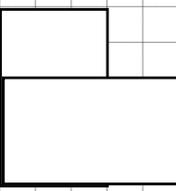
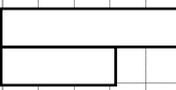
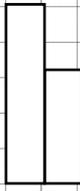
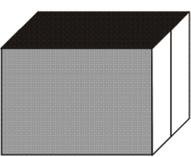
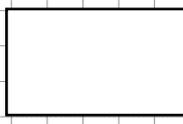
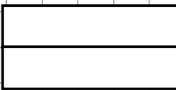
2	1	2
1	1	1

Seite 47

6. Skizzen

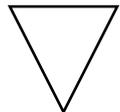
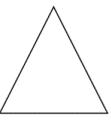
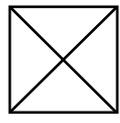
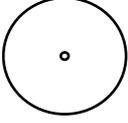
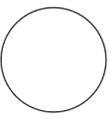
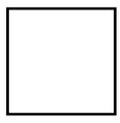
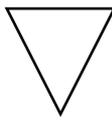
a) 	b) 	c) 
d) 	e) 	f) 

7. Stelle dir jeweils zwei gleichgroße Schachteln in der Anordnung vor, wie es die folgenden Abbildungen zeigen. Skizziere dann die Ansichten von vorn, von oben und rechts.

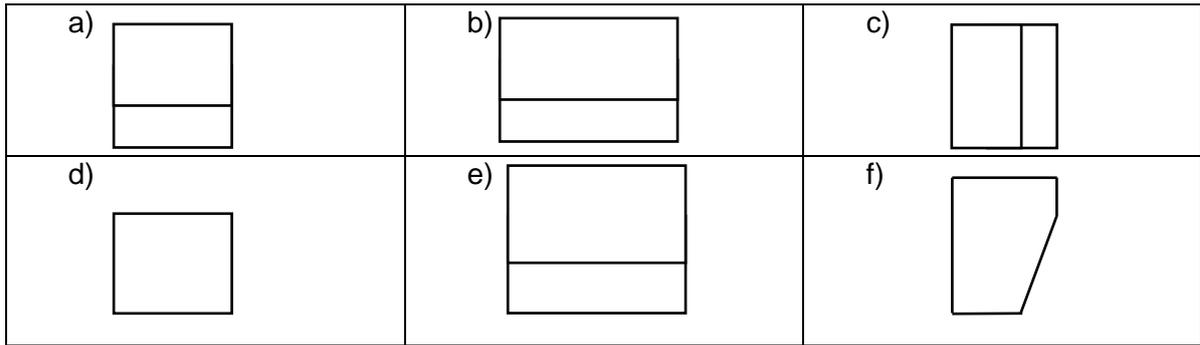
	von vorn	von oben	von rechts
a) 			
b) 			
c) 			

Seite 48

8.

Ansicht	Zylinder	Pyramide	Kegel
a) 			
b) 			
c) 			

9. Skizzen



10. A – Frank, B – Nicole, C – Marcel

Seite 49

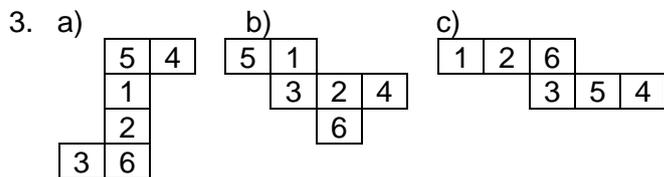
11. a) (1) Kanten: AB, EF, AE, BF, CD, GH, CG, DH, Flächen: ABFE, CGHD
 (2) Kanten: AB, EF, CD, GH, AD, EH, BC, FG Flächen: ABCD, EFGH
 b) (1) Kanten: AB, DC, CS, DS Fläche: DCS
 (2) Kanten: AB, BC, CD, AD Fläche: ABCD

12. a) Oktay b) Amira, b) Ayse, d) Peter
 Zusatz: Die Kunstwerke müssen gebaut werden.

6.2.3 Arbeit mit Körpernetzen und Papierfaltungen

Seite 50

1. a) nein b) ja c) ja d) nein e) nein f) nein
 2. Es gibt mehrere Möglichkeiten, die Würfelnetze zu ergänzen.

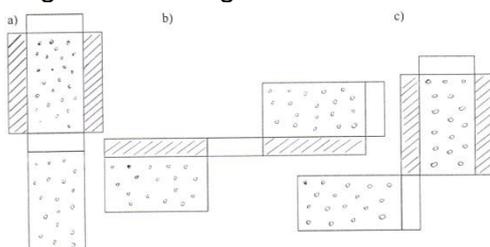


Seite 51

4. 5, 7, 8, 9, 10, 11
 5. möglich wären aus Aufgabe 4, Nr. 1, 3, 4, 6, 12
 6. Abbildung 2

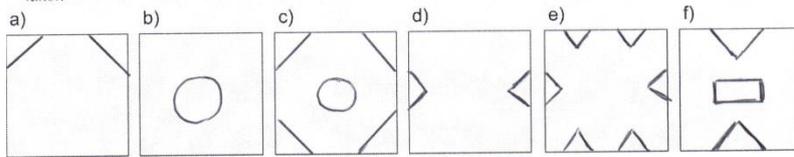
Seite 52

7. a) Pyramide, b) Quader, c) Zylinder
 8. a) A b) C c) C
 9. a) e b) c c) e d) e e) b f) e
 10. Mögliche Färbung.

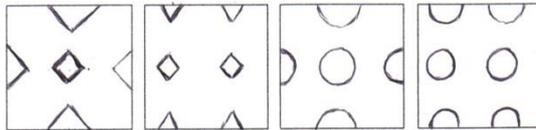


Seite 53

11.

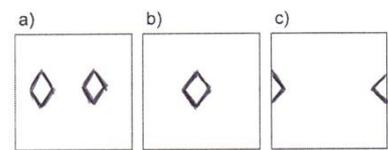


13. a)

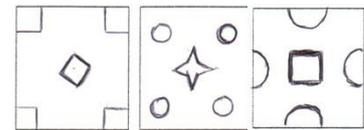


Bei (1) und (3) sind die 4 Ecken schräg bzw. rund ausgeschnitten.

12.



c) (2) (3) (1)



6.2.4 Zusammensetzen und Zerlegen von Körpern

Seite 54

1. a) 17 b) 15 c) 9
2. 1-8, 2-6, 3-7, 4-10, 5-9
3. a-f, Kantenlängen in cm: 30,12, 36 b-e, Kantenlängen in cm: 12, 9, 14
 c-d, Kantenlängen in cm: 68, 12, 18 a-c, Kantenlängen in cm: 36, 18, 12

Seite 55

4. a) 9 b) 12 c) 4
5. a) 8 b) 24 c) 24
6. A: a) 4 b) 20 c) 17 B: a) 1 b) 8 c) 20
7. a) 9 zweifarbige, 18 einfarbige
 b) Das kann sie, wenn man davon ausgeht, dass von der Farbe nichts zu sehen ist, wenn die farbige Fläche eines kleinen Würfels nach innen zeigt. (d.h. eine grüne Kante eines kleinen Würfels ist nicht sichtbar). Dann muss sie die farbigen Flächen der kleinen Würfel nach innen drehen. Sie kann dann sogar den ganzen Würfel grün anmalen und aus den Teilen einen einfarbigen Würfel zusammensetzen. Jeder kleine Würfel hat höchstens 3 farbige Flächen, so dass mindestens 3 einfarbige Flächen bleiben, die nach außen zeigen können.
 Das kann sie nicht, wenn man davon ausgeht, dass grüne Kanten kleiner Würfel zu sehen sind. Dann hat sie 9 Würfel mit je 4 grünen Kanten, jedoch nur 7 Möglichkeiten, sie in den Mitten der 6 Seitenflächen und in der Mitte des Würfels zu verstecken.

6.2.5 Erkennen und Herstellen von Rotationen

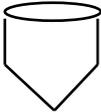
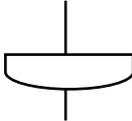
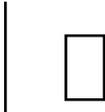
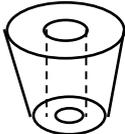
Seite 56

1. a) (1) links: 4 (2) links: 5, rechts: 4, oben: 1 (3) links: 3, rechts: 5, oben: 1
 b) (1) oben: 5 (2) links: 5, rechts: 3, oben: 6 (3) links: 6, rechts: 3, oben: 2
 c) (1) oben: 4 (2) links: 2, rechts: 4, oben: 6 (3) links: 2, rechts: 6, oben: 3
2. Die Achsenbezeichnungen erfolgen entsprechend der Augenzahlen auf dem linken Würfel a) Achse 3, 90° b) Achse 1, 180° c) Achse 2, 180°
3. Lösungen sind in dem Feld, in dem der Würfel nach der Bewegung liegt.

		a) 1		
	b) 3		e) 3	
c) 1				d) 1
	f) 2			

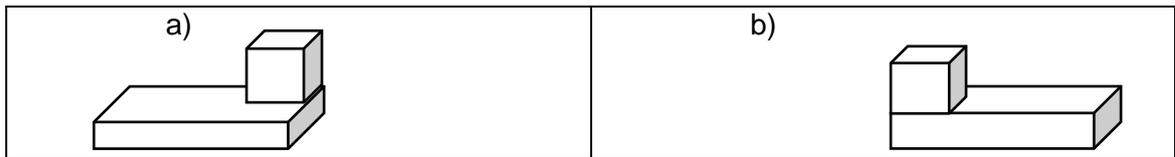
Seite 57

4. a) B, A, B, A, (90° nach links gedreht), B (90° nach rechts gedreht)
 b) A - B, B - A, B - A, B - A, A - B

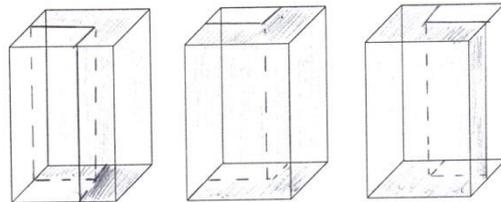
5.	6.
a) 	a) 
b) 	b) 
c) 	c) 

Seite 58

7.



8. a) b) c)



9. Körper 1 – 2, Körper 3 – 4

10. E

11. A oder E

6.2.6 Räumliche Orientierung

Seite 59

1. a) (1) l (2) l (3) r
 b) (1) oben: l, unten: r (2) oben: l, unten: r (3) oben: r, unten: l
 c) (1) Pfeil nach rechts unten (2) Pfeil nach links unten (3) Pfeil nach rechts oben

2. Die Lösung erfolgt im Uhrzeigersinn, beim Gegebenen beginnend:

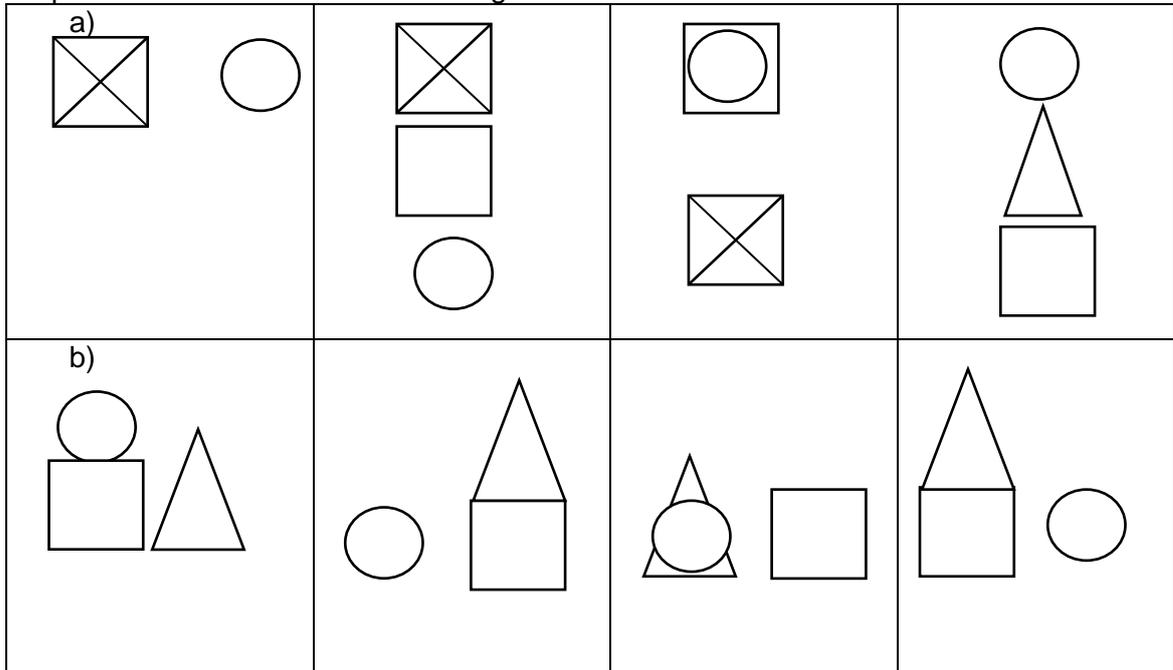
- a) l, r r, r r, l l, l
 b) Pfeil 1 nach unten; Pfeil 2 nach oben: r, r l, r l, l r, l
 c) Pfeil nach: l, r r, r r, l l, l

3.

	r, r, l	
l, r, l	l, l, l	r, l, l
l, r, r	l, l, r	r, l, r

Seite 60

4. Die Lösungen zeigen mögliche Ansichten.
 a) Bei der 4. Anordnung können die Körper in anderer Reihenfolge liegen. Es muss eine quadratische Fläche nach vorn zeigen.



Seite 61

5. D 4
 6. E/F 5
 7. G/H 5

Seite 62

8. a) E 2 b) F 4/ 5 c) D 3

Seite 63

9. G 2
 10. a) Romy b) Andre` c) Danny d) Manuel e) ja, zur Kamera f) ja

Seite 64

11. A