Ergebnisse der Vergleichsarbeiten Mathematik in Mecklenburg-Vorpommern in den Jahren 2001 und 2002

Hans Joachim Grueter
Helga Jepp
Hans-Peter Mangel
Christine Sikora
Hans-Dieter Sill

Inhaltsverzeichnis

1 Einführung und Überblick

Mit den Vergleichsarbeiten in der Klassenstufe 9 in den Schuljahren 2001/01 und 2002/03 wurde der in der Klasse 5 im Schuljahr 1998/99 begonnene Zyklus von Vergleichsarbeiten in Mecklenburg-Vorpommern abgeschlossen. Erstmalig waren in der Klassenstufe 9 auch Gymnasien und Gesamtschulen (nur 2002/03) beteiligt.

Wie in den bisherigen Vergleichsarbeiten stand die Überprüfung sicheren Wissens und Könnens[1] der Schüler im Mittelpunkt. Wir verstehen unter sicherem Wissen und Können solche Bestandteile der mathematischen Bildung eines Schülers bzw. Schulabsolventen, die er jederzeit ohne vorherige Reaktivierung abrufen und sicher anwenden kann. Als Grad der Sicherheit halten wir es für erforderlich, dass in einer Schülerpopulation beim Bewältigen einer einzelnen Anforderung eine durchschnittliche Erfüllungsquote von mindestens 67 % erreicht wird.

Eine Orientierung auf ein so verstandenes sicheres Wissen und Können halten wir aus folgenden Gründen für ein geeignetes Mittel zur Erhöhung der Unterrichtsqualität:

- Alle Schüler nehmen aus dem Mathematikunterricht eine Basis mit, auf die sie sich im weiteren Unterricht bzw. in der Berufsausbildung mit Sicherheit verlassen können.
- Alle Schüler erreichen in einem bestimmten wenn auch kleinen Teilbereich stets gute Ergebnisse. Dies hat insbesondere auf leistungsschwächere Schüler positive Auswirkungen.
- Es erfolgt eine Gewichtung der Ziele des Mathematikunterrichts, die den Lehren bei der Bewältigung des Stoff-Zeit-Problems helfen kann.
- Die nachfolgenden Bildungseinrichtungen wissen, worauf sie sich bei den mathematischen Grundkenntnissen der Schulabsolventen sicher verlassen können und worauf nicht, d.h. was möglicherweise erst nach erneuter Reaktivierung verfügbar ist.

Der von uns verwendete Begriff des sicheren Wissens und Könnens ist nicht gleichzusetzen mit dem Begriff der mathematischen Grundbildung (Mathematical Literacy), wie er im Rahmen von OECD/PISA definiert wurde. „Mathematische Grundbildung ist die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des gegenwärtigen und künftigen Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht.“[2] Der Begriff der mathematischer Grundbildung und die zur Konkretisierung des Begriffs vom PISA-Konsortium definierten allgemeinen mathematischen Kompetenzen bilden die Grundlage für die gegenwärtigen Vergleichsarbeiten im Rahmen von OECD/PISA. Der Schwerpunkt liegt dementsprechend in diesen Arbeiten auf der Anwendung von mathematischen Kenntnissen in verschiedenen Kontexten in einer Weise, die Reflexion und Einsicht erfordert. Die Mitglieder des PISA-Konsortiums betonen aber auch die Voraussetzungen einer so verstandenen mathematischen Grundbildung, was in den gegenwärtigen Diskussionen leider oft übersehen wird. „Eine solche Verwendung von Mathematik ist natürlich nur auf der Basis von umfangreichen mathematischen Grundkenntnissen und –fähigkeiten … möglich.“[3] Diese im Rahmen von OECD/PISA nicht näher betrachteten Grundkenntnisse und Grundfähigkeiten entsprechen in ihrer Funktion etwa dem, was wir unter sicherem Wissen und Können verstehen.

Die Vergleichsarbeiten (s. Anhang) wurden auf der Grundlage der Rahmenpläne durch eine Gruppe erfahrener Lehrer und Studienleiter des L.I.S.A. erarbeitet. Um Vergleiche mit den Arbeiten in der Klassenstufe 7 in den Schuljahren 1999/2000 bzw. 200/2001 vorzunehmen, wurden als inhaltliche Schwerpunkte erneut das Arbeiten mit Größen, das Lösen von Sachaufgaben, das Können im Arbeiten

---

[1] Anstelle des bisher verwendeten Begriffs „grundlegendes Wissen und Können“ haben wir uns für „sicheres Wissen und Können“ entschieden, um die ins Auge gefasste Qualität der Kenntnisse und Fähigkeiten zu betonen.

[2] Deutsches PISA-Konsortium: Schülerleistungen im internationalen Vergleich – eine neue Rahmenkonzeption für die Erfassung von Wissen und Fähigkeiten. – Max-Planck-Institut Berlin, 2000, S. 47

[3] a. a. O. S. 47

mit Zahlen, Termen und Gleichungen, das stochastische Können und das geometrische Können gewählt, wobei die Einzelanforderungen möglichst analog zu denen in der Klasse 7 sind.

Die Arbeiten wurden am 11.10.2001 bzw. am 10.10.2002 jeweils in den 9. Klassen aller Hauptschulen, Realschulen und verbundenen Haupt- und Realschulen des Landes sowie in zufällig ausgewählten Gymnasien und Gesamtschulen (nur 2002) des Landes Mecklenburg-Vorpommern geschrieben. Die Arbeiten wurden den Lehrern erst an den jeweiligen Tagen übergeben. Die reine Arbeitszeit betrug 45 Minuten. Ein Taschenrechner durfte nicht verwendet werden.

Zur Auswertung der Vergleichsarbeiten wurden die Originalarbeiten der Schüler einer zufällig ausgewählten Stichprobe der Hauptschulen, Realschulen und verbundenen Haupt- und Realschulen sowie aller beteiligten Gymnasien und Gesamtschulen über die Schulämter einer Kommission des Ministeriums für Bildung, Wissenschaft und Kultur übergeben. Zur Kommission, die auch diesen Bericht verfasst hat, gehören Hans Joachim Grueter (Studienleiter am Pädagogischen Regionalinstitut Greifswald, Kap. 3, 5, 6), Prof. Dr. Hans-Peter Mangel (Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Kap. 6) und Prof. Dr. Hans-Dieter Sill (Universität Rostock, Kap. 1, 2, 4). Weiterhin haben am Bericht Helga Jepp (Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Kap. 6) und Dr. Christine Sikora (Universität Rostock, Kap. 5) mitgearbeitet. Die Erfassung der Schülereinträge in einer SPSS-Datei erfolgte durch Studenten der Universitäten Greifswald und Rostock.

Eine erste Auswertung der Stichprobenergebnisse erfolgte auf der Grundlage der von den Lehrern vergebenen Punkte, die auch auf dem Bildungsserver veröffentlicht wurde.

Tabelle 1.1: Erfüllungsquoten der Aufgaben der Vergleichsarbeit im Schuljahr 2001/2002 bezogen auf Schüler der einzelnen Bildungsgänge und Verteilung der durchschnittlichen Ergebnisse bezogen auf alle Schulen nach Punkten der Lehrer(in %)

	Bildungsgang[4]			Gesamt	Schulen[5]				
	G	R	H		Min.	25. Per.	Median	75. Per.	Max.
Aufgabe 1	82,2	27,2	13,6	43,9	3,2	19,0	25,5	65,1	90,0
Aufgabe 2	57,5	32,0	15,9	38,2	12,0	20,6	29,3	48,1	70,9
Aufgabe 3	62,3	46,2	39,9	50,7	21,7	40,3	49,2	61,7	70,0
Aufgabe 4	82,1	63,0	47,6	67,1	34,6	53,6	63,8	76,6	85,3
Aufgabe 5	77,3	65,6	50,1	67,1	35,3	54,9	64,9	79,3	86,8
Aufgabe 6	66,0	31,8	15,6	40,9	6,5	17,0	31,1	55,3	77,5
Aufgabe 7	87,5	72,4	56,1	75,0	44,8	60,3	74,3	84,7	94,4
Aufgabe 8	86,0	67,3	52,6	71,3	37,3	58,3	66,8	78,2	89,8
Aufgabe 9	78,8	71,7	55,8	71,6	37,0	64,7	67,8	79,3	95,6
Aufgabe 10	83,6	61,4	33,6	64,5	26,1	45,3	57,3	80,5	88,8
Aufgabe 11	81,7	62,7	42,3	65,9	28,3	49,1	64,7	81,6	88,9
Aufgabe 12	54,9	34,7	18,1	39,0	8,7	25,3	35,0	51,6	70,6
Gesamt	75,9	53,9	37,7	58,9	30,2	44,5	50,5	69,1	80,8

[4] Bei den Bildungsgängen bedeuten die Abkürzungen: G – gymnasialer Bildungsgang (n = 725) , R – Realschulbildungsgang (n = 1036), H – Hauptschulbildungsgang (n = 342)
[5] Es wurden 38 Schulen erfasst, davon 8 Gymnasien.

Tabelle 1.2: Erfüllungsquoten der Aufgaben der Vergleichsarbeit im Schuljahr 2002/2003 bezogen auf Schüler der einzelnen Bildungsgänge und Verteilung der durchschnittlichen Ergebnisse bezogen auf alle Schulen nach Punkten der Lehrer (in %)

	Bildungsgang[1]			Gesamt	Schulen[2]				
	G	R	H		Min.	25. Per.	Median	75. Per.	Max.
Aufgabe 1	94,6	80,7	64,0	82,7	64,5	73,9	79,6	89,6	99,0
Aufgabe 2	56,1	29,1	17,6	36,4	5,7	22,3	32,9	42,7	76,2
Aufgabe 3	70,9	45,3	23,2	50,4	23,8	33,3	46,3	65,3	78,3
Aufgabe 4	72,2	50,9	42,5	56,8	32,3	45,8	51,0	66,0	79,9
Aufgabe 5	77,9	49,2	23,5	54,7	23,5	40,6	48,8	70,3	87,5
Aufgabe 6	74,0	51,7	31,0	55,9	32,5	46,4	52,4	64,7	88,8
Aufgabe 7	66,8	35,8	19,7	43,7	7,8	30,3	36,8	55,3	87,8
Aufgabe 8	77,2	70,9	55,0	70,5	40,4	60,6	73,5	82,8	93,1
Aufgabe 9	77,2	64,6	55,0	67,3	43,0	62,4	65,1	71,3	85,7
Aufgabe 10	87,1	67,6	41,1	69,9	48,1	57,3	64,8	81,1	94,2
Aufgabe 11	91,4	72,6	32,0	72,4	22,6	54,8	69,2	87,0	97,3
Aufgabe 12	72,8	61,7	51,1	63,7	45,9	55,0	62,0	71,6	84,3
Aufgabe 13	85,4	65,7	46,1	69,2	37,9	57,1	68,4	81,1	93,9
Aufgabe 14	53,1	33,2	17,2	37,4	15,2	23,9	32,0	45,9	86,1
Gesamt	74,3	55,5	39,5	59,3	43,4	49,8	55,2	65,0	83,7

Die Darstellung der Ergebnisse der einzelnen Schularten befindet sich im Anhang.

Das Hauptanliegen der Vergleichsarbeiten in Mecklenburg-Vorpommern ist die Initiierung von Entwicklungsprozessen im Mathematikunterricht sowie die Förderung der Zusammenarbeit von Ministerium, L.I.S.A., Universitäten und Schulen im Land. Dazu führen Studienleiter und Didaktiker der Universitäten Rostock und Greifswald seit 1999 Fortbildungsveranstaltungen für die Mathematiklehrer während der MNU-Tage in Rostock, während der gemeinsamen Fortbildungstage der PRI, auf regionalen Veranstaltungen und bei Auswertungen an den Schulen der Zufallsstichprobe durch. Deren Ziel ist es, ausgehend von den konkreten Ergebnissen der Vergleichsarbeiten der eigenen Schule und einer Fehleranalyse die Lehrer zur Diskussion über ihren Unterricht anzuregen.
Alle Schulleiter der Stichprobenschulen wurden bei Schulbesuchen über die Ergebnisse ihrer Schulen informiert und zu den Bedingungen an ihrer Schule befragt. Gleichzeitig wurden Klassenbuchanalysen und Gespräche mit Lehrern durchgeführt. Bei den Gesprächen an den Schulen zeigte sich u. a., dass die Vergleichsarbeiten und ihre Ergebnisse zu Aktivitäten und Veränderungen geführt haben. So wird der Festigung von sicherem Wissen und Können an vielen Schulen seitdem erhöhte Aufmerksamkeit gewidmet, indem wieder verstärkt und zielgerichtet tägliche Übungen durchgeführt werden. Die Zusammenarbeit der Fachkollegen wurde durch die Diskussion über die Ergebnisse angeregt.
Ein weiteres Resultat ist die Entwicklung eines Kataloges über Inhalte und Aufgaben zum sicheren Wissen und Können beim Arbeiten mit Größen, der vom Arbeitskreises Mathematik des PRI Greifswald zusammen mit einem Fachdidaktiker erarbeitet und im Jahre 2004 allen Lehrern des Landes zur Verfügung gestellt werden soll.

[1] Bei den Bildungsgängen bedeuten die Abkürzungen: G – gymnasialer Bildungsgang (n = 847) , R – Realschulbildungsgang (n = 1245), H – Hauptschulbildungsgang (n = 406)
[2] Es wurden 37 Schulen erfasst, darunter 9 Gymnasien und 5 Gesamtschulen.

2 Können im Arbeiten mit Größen

2.1 Kenntnisse und Vorstellungen zu Größen

Anforderungen der Aufgabe 9/2001

- Kenntnis der Größen Masse, Flächeninhalt, Länge und Volumen als Bezeichnung für bestimmte Eigenschaften von Objekten, die quantitativ erfasst werden können
- Kenntnis von Einheiten der Größen und Größenvorstellungen zu den Einheiten

Die Anforderungen der Aufgabe 9/2001 liegen vor allem auf der inhaltlichen Ebene. Zur Lösung kann sich der Schüler ein entsprechendes konkretes Objekt zunächst vorstellen. Dann kann er erkennen, um welche Größenart es sich jeweils handelt, d.h. welches Merkmal an dem konkreten Objekt gefragt ist. Dies wird dadurch erleichtert, dass bereits in der Aufgabenstellung die betreffenden Fachbegriffe (bis auf „Fläche“ anstelle „Flächeninhalt“) genannt werden. Weiterhin muss der Schüler zu den Größenarten Masse, Flächeninhalt, Länge und Volumen die entsprechenden Einheiten kennen.

Er wird dann versuchen, für die jeweilige Größenart eine Einheit zu finden, die man als sinnvoll bezeichnen könnte. Zum Begriff „sinnvolle Einheit“ können Schüler unterschiedliche Vorstellungen haben. Aus der Aufgabenstellung geht nicht hervor, ob der genaue Wert oder nur ein Schätzwert für die Größe in dieser Einheit angegeben werden soll. Wir gehen bei der Auswertung der Vergleichsarbeit davon aus, dass unter „sinnvoller Einheit“ eine solche verstanden wird, bei deren Verwendung man einen möglichst kleinen Zahlenwert erhält, der aber größer als 1 ist.
Dies könnte dann bei den Teilaufgaben zu etwa folgenden Überlegungen führen:

- Die *Masse eines Bleistiftes* mit Ausnahme extremer Fälle, wie Souvenire, Rekordversuche o. ä. beträgt etwa 10 g = 10 000 mg = 0,01 kg. Die Einheiten Milligramm und Kilogramm werden deshalb von uns zur Angabe der Masse des Bleistiftes als nicht sinnvoll angesehen.
- Der *Flächeninhalt einer normalen Briefmarke* beträgt etwa 6 cm^2 = 600 mm^2 = 0,06 dm^2. Die Einheiten Quadratmillimeter und Quadratdezimeter werden deshalb als nicht sinnvoll gewertet.
- Die *Länge einer üblichen Radrennetappe* liegt etwa zwischen 20 km und 250 km und wird in der Praxis in der Regel in Kilometern angegeben.
- Das *Volumen eines Beckens*, in dem man schwimmen kann, beträgt mindestens etwa 8 - 10 m^3. Dafür sind in der Praxis aber auch Angaben wie 8000 l oder 800 hl üblich, d.h. es können auch die Einheiten Liter und Hektoliter als sinnvolle Einheiten angesehen werden.

Schüler können auch andere Vorstellungen vom Begriff der sinnvollen Einheit haben. Orientiert man sich daran, möglichst eine Kommaschreibweise bei der tatsächlichen Größenangabe zu vermeiden, so ist bei der Masse eines Bleistiftes auch die Einheit Milligramm und bei der Fläche einer Briefmarke auch die Quadratmillimeter sinnvoll. Deshalb werden auch diese Antworten bei der Auswertung berücksichtigt.

Die Anforderungen der Aufgabe 9/2001 sind als elementar und grundlegend einzuschätzen. Es sind lediglich Größenvorstellungen zu gebräuchlichen Einheiten bzw. ihren Vielfachen erforderlich. Die Schüler kennen die Größen Masse und Länge bereits aus der Grundschule, die Größen Flächeninhalt und Volumen werden in der 5. Klasse behandelt und in der Klasse 6 entweder explizit in einem Stoffgebiet oder beim Lösen von Sachaufgaben bzw. beim Berechnen von Oberfläche und Volumen von Quadern wiederholt. In den Klassen 7 und 8 muss in zahlreichen Stoffgebieten mit Größen gearbeitet werden, so in der Klasse 8 insbesondere bei der Berechnung des Oberflächeninhalts und des Volumens von Prismen und Zylindern. In allen Zweigen der Berufsausbildung sind sichere Vorstellungen zu den überprüften Größen und ihren Einheiten eine notwendige Voraussetzung.

Probleme bei der Auswertung der Aufgabe 9/2001 traten durch die mehrfache Bedeutung von Eintragungen auf. So kann der Buchstabe „m“ einmal das Formelzeichen für die Masse oder die Einheit

Meter bedeuten, der Buchstabe „l“ kann für die Einheit Liter stehen bzw. als Formelzeichen der Länge angesehen werden. Es wurde jeweils die Bedeutung gewählt, die der Aufgabe am ehesten entspricht.

Anforderungen der Aufgabe 4/2002 (Angabe der Größenart)

- Kenntnis des Begriffes Größe und seiner hier verwendeten Bedeutung
- Kenntnis der Bezeichnungen Masse, Zeit, Volumen, Rauminhalt, Flächeninhalt für die entsprechenden Größenarten
- Zuordnung der Einheiten Kilogramm, Minuten, Liter und Quadratmeter zu den entsprechenden Größenarten

Die Anforderungen der Aufgabe 4/2002 liegen mehr auf der formalen Ebene. Die Schüler können die Aufgabe auf der Grundlage ihrer Kenntnisse über die formale Zuordnung der Größenbegriffe zu ihren Einheiten bzw. umgekehrt lösen. Sie können allerdings auch über ihre inhaltlichen Vorstellungen zu den Einheiten und über ihre inhaltlichen Kenntnisse zu den Größenbegriffen zu einer Antwort kommen.

Zu den Anforderungen der Aufgabe 4/2002 gehört die Unterscheidung der Begriffe Masse und Gewicht. Für die Größe Masse wird in der Umgangssprache oft die Bezeichnung Gewicht verwendet. Da die Schüler bis zur 9. Klasse im Physikunterricht den Unterschied zwischen den physikalischen Größen Masse und Gewicht kennen gelernt haben, wird in dieser Vergleichsarbeit die Angabe Gewicht nicht als richtig gewertet.

Für die Größe Flächeninhalt wird in der Umgangssprache und teilweise auch in der Mathematik der Begriff Fläche verwendet, wenn aus dem Zusammenhang hervorgeht, welche Größenart gemeint ist (z. B. Fläche der Wohnung, Fläche des Landes, Fläche des Kreises). Eine exakte Unterscheidung der beiden Begriffe Fläche und Flächeninhalt ist für das Verständnis entsprechende Aussagen nicht erforderlich. Deshalb wird bei der Aufgabe 4d auch der Eintrag Fläche als richtig gewertet.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 2.1: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen

[1] bei der Aufgabe 9/2001 (in %)

Teilaufgaben	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) Masse eines Bleistiftes	76,7	64,6	57,3	67,6
b) Fläche einer Briefmarke	55,6	39,3	27,8	43,0
c) Länge einer Rennetappe	91,2	84,1	73,1	84,7
d) Volumen eines Schwimmbeckens	92,4	68,4	49,7	73,7
Durchschnitt a) – d)	79,0	64,1	52,0	67,3

Tabelle 2.2: Fehlergruppen bei der Lösung der Aufgabe 9/2001 (Fehler in %)

	a)			b)			c)			d)		
Fehlergruppe	G	R	H	G	R	H	G	R	H	G	R	H
fehlerhafte Eintragungen[2] zur jeweiligen Größe,	16,0	14,4	9,9	33,1	26,8	14,9	7,1	10,5	17,0	2,2	5,7	5,3
davon Nachbareinheiten[3]	15,2	12,0	7,9	31,7	22,4	10,5						
Eintragungen zum Volumen	1,9	3,2	2,3	0,7	1,4	2,0	0,1	0,1	0,3	-	-	-
Eintragungen zur Länge	5,2	12,7	20,2	6,1	23,9	38,6	-	-	-	0,1	3,7	8,2
Eintragungen zum Flächeninhalt	0	1,1	1,2	-	-	-	0,8	1,3	1,8	2,1	13,4	19,6

[1] Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: a) g; b) cm²; c) km; d) m³, l, hl

[2] Eintragungen können sein: konkrete Werte, Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe

[3] Als Nachbareinheiten wurden gezählt: a) mg; b) mm²

Eintragungen zur Masse	-	-	-	4,3	5,2	5,6	0,1	0,3	0,6	0	0,1	0,3
sonstige Fehler	0	0,7	2,0	0,1	0,9	2,6	0,3	0,8	0	2,9	4,9	8,2
Nicht bearbeitet	0,1	3,4	7,0	0,1	2,5	5,6	0,3	3,0	7,3	0,3	3,6	8,8
Anzahl verschiedener Eintragungen	10	34	33	15	38	38	16	27	25	24	45	40

Die durchschnittlichen Ergebnisse der Hauptschüler liegen mit 52 % Erfüllung weit unter dem, was von Absolventen der 9. Klasse zu erwarten ist. Selbst solche Einheiten wie Kilometer werden nur zu 73 % richtig erkannt. Auch die Erfüllungsquote der Realschüler von 64 % liegt unter dem, was von Realschulabsolventen erwartet werden muss. Die Ergebnisse der Schüler im gymnasialen Bildungsgang sind im Schnitt um 15 % besser als die der Realschüler.

Der Schnitt von 67,3 % Erfüllung für alle Schüler liegt nur knapp über dem, was wir als Mindestquote bei Aufgaben zum sicheren Wissen und Können ansehen.

Aus der Tabelle 2.2 ist erkennbar, dass viele Schüler bei den Teilaufgaben a) und b) als sinnvolle Einheiten die Nachbareinheiten Milligramm für die Masse eines Bleistiftes und Quadratmillimeter für die Fläche einer Briefmarke gewählt haben. Zählt man diese Angaben auch zu den sinnvollen Einheiten, so ergeben sich folgende Erfüllungsquoten.

Tabelle 2.3: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen bei den Teilaufgaben 9a) und 9b) der Arbeit 2001 bei Einbeziehung von Nachbareinheiten (in %)

	Bildungsgang			
Teilaufgaben	G	R	H	Gesamt
a) Masse eines Bleistiftes	91,9	76,6	65,2	80,0
b) Fläche einer Briefmarke	87,3	61,7	38,3	66,8

Tabelle 2.4: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 4/2002 (Größen) (in %)

Gegebene Einheiten	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) t, kg	47,5	36,3	31,8	39,2
b) s, min	97,6	95,9	87,2	95,0
c) m^3, Liter	74,5	43,1	31,4	51,5
d) dm^2, m^2	73,9	48,8	30,9	54,1
Durchschnitt a) – d)	73,4	56,0	45,3	60,0

Tabelle 2.5: Anzahl unterschiedlicher Eintragungen bei der Aufgabe 4/2002, Teil 2

	Masse	Zeit	Volumen	Flächeninhalt
Anzahl	32	30	88	81

Begriff Masse:

Bei der Teilaufgabe a) gaben im Schnitt 53,3 % der Schüler (G: 47,2 %; R: 57,3 %; H: 53,2 %) die Bezeichnung „Gewicht“ an, die damit häufiger als die korrekte Angabe „Masse“ genannt wurde. Lässt man die Antwort Gewicht auch als richtig gelten, erhöht sich der Anteil richtiger Lösungen auf insgesamt 92,5 %.

Die Diskussionen um den Gebrauch der Begriffe Masse und Gewicht sind ein typischen Beispiel für das Verhältnis zweier unterschiedlicher Betrachtungsweisen. Aus der fachlichen (wissenschaftlichen, theoretischen) Sicht sind beide Begriffe streng von einander zu unterscheiden. Sie sind allerdings durch die Beziehung $G = m \cdot g$ eng miteinander verknüpft. Diese fachliche Beziehung und vor allem die

[1] Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: a) Masse b) Zeit c) Volumen, Rauminhalt, Fassungsvermögen, Füllmenge, Hohlmaß d) Flächeninhalt, Fläche, Flächenmaß, Flächengröße

Tradierung der Umgangssprache führen zu einer sehr engen Verbindung der beiden semantischen Knoten „Masse“ und „Gewicht“ in der geistigen Struktur der Schüler. Hinzu kommt, dass die Bezeichnung Gewicht zeitlich weit vor der Diskussion der Unterschiede beider Begriffe im Unterrichtsfach Physik angeeignet wird. Bei einer ersten Überlegung werden beide Begriffe als semantisch gleichwertig erinnert. Dies sollte im Mathematikunterricht als ausreichend angesehen werden. Der Schüler vor allem im Gymnasium sollte jedoch in der Lage sein, insbesondere in einem physikalischen Kontext durch weiteres Nachdenken und Erinnern, die Unterschiede beider Begriffe zu reaktivieren.

Wir sind der Auffassung, dass zur Punktbewertung nur die fachlich korrekte Bezeichnung Masse als richtig gewertet werden sollte. Es kann aber insgesamt eingeschätzt werden, dass die geistigen Strukturen der Schüler zum Begriff Masse zu über 90 % unter den Bedingungen eines unvorbereiteten Testes den Anforderungen des Alltags und vieler Berufe entsprechen.

Begriff Zeit:

Bei der Teilaufgabe b) war der Hauptfehler, dass kein Eintrag vorgenommen wurde (2,1 %). Die sehr gute Erfüllung zeigt einerseits, dass bei den Schülern eine sehr sichere und schnell reaktivierbare Verbindung zwischen den Einheiten der Zeit und dem Begriff Zeit aufgebaut ist. Zum anderen kann aber auch vermutet werden, dass die Schüler durchaus die Aufgabenstellung und die darin enthaltene Verwendung des Begriffes Größe erfasst haben.

Begriffe Volumen und Flächeninhalt:

Zu beiden Begriffen sind die Kenntnisse insgesamt als nicht ausreichend einzuschätzen. Bereits die große Anzahl unterschiedlicher Eintragungen zeigt die große Unsicherheit der Schüler.
Im gymnasialen Bildungsgang wurden bei beiden Teilaufgaben etwa 74 % richtige Eintragungen vorgenommen, was den Anforderungen an das sichere Wissen und Können entspricht. Die Ergebnisse im Realschul- und Hauptschulbildungsgang mit 43 % bzw. 31 % bei Teilaufgabe c) und 49 % bzw. 31 % bei Teilaufgabe d) liegen weit unter den Anforderungen an das sichere Wissen und Können.

Die *Aufgabe 9/2001* enthält vergleichbare Anforderungen wie die Aufgabe 4 der *Vergleichsarbeit 1999*. Allerdings lautete die dort die Aufgabenstellung: „Mit welcher Einheit würdest du folgendes angeben?“ Als Objekte wurden für die Masse ein Brot, für den Flächeninhalt ein Fußboden, für die Länge die Entfernung zweier Städte und für das Volumen eine Streichholzschachtel angegeben. Zum Vergleich werden bei a) und b) die Angaben unter Einbeziehung der Nachbareinheiten (s. Tabelle 2.3) verwendet.

Tabelle 2.6: Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler in den Vergleichsarbeiten Klasse 7 und Klasse 9 (in %)

Vergleichsarbeit Kl. 7 Aufgabe 4/1999	Vergleichsarbeit Kl. 9 Aufgabe 9/2001	Realschüler		Hauptschüler	
		4/1999	9/2001	4/1999	9/2001
Masse eines Brotes	Masse eines Bleistiftes	78,6	76,6	64,2	65,2
Fläche des Fußbodens	Fläche einer Briefmarke	64,6	61,7	50,0	38,3
Entfernung zweier Städte	Länge einer Rennetappe	94,2	84,1	86,7	73,1
Volumen einer Streichholzschachtel	Volumen eines Schwimmbeckens	42,2	68,4	14,2	49,7

Im Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler können folgende Aussagen getroffen werden:

Die Größenvorstellungen zur *Masse* eines Brotes und eines Bleistifts sind bei Hauptschülern und Realschülern im Wesentlichen gleich.

Die Größenvorstellungen zum *Flächeninhalt* der Briefmarke sind bei Realschülern um etwa 3 % und bei Hauptschülern um etwa 12 % schlechter als die des Fußbodens.

Auch die Vorstellungen zur Größe *Länge* sind bei den Realschülern 2001 um 10 % und bei den Hauptschülern um ca. 14 % schlechter ausgefallen. Die Vorstellung der Entfernung zweier Städte und der Länge einer Rennetappe kann als etwa von der gleichen Qualität angesehen werden.

Dagegen haben sich Vorstellungen zum *Volumen* eines Schwimmbeckens bei den Realschülern um 26 % und bei den Hauptschülern um fast 36 % besser dargestellt als die einer Streichholzschachtel. Das Volumen einer Streichholzschachtel ist allerdings möglicherweise schwerer schätzbar als das Volumen eines Schwimmbeckens, wobei ein Schwimmbecken sehr unterschiedliche Maße haben kann. Die Grundeinheit Meter könnte den Schülern eher vertraut als die Einheiten Zentimeter und Millimeter sein.

Es lassen sich weiterhin Beziehungen der *Aufgabe 4/2002* zur *Aufgabe 6/2000* in der Vergleichsarbeit in Klasse 7 im Schuljahr 2000/2001 herstellen, die ähnliche Anforderungen hatte und in dem gleichen Jahrgang allerdings nur an Haupt-/Realschulen geschrieben wurde. Bei dieser Aufgabe wurden allerdings die einzutragenden Begriffe zur Auswahl vorgegeben, die Anforderungen waren also geringer.

Tabelle 2.7: Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler in den Vergleichsarbeiten Klasse 7 und Klasse 9 (in %)

Vergleichsarbeit Kl. 7 Aufgabe 6/2000	Vergleichsarbeit Kl. 9 Aufgabe 4/2002	Realschüler		Hauptschüler	
		6/2000	4/2002	6/2000	4/2002
h, min	s, min	97,2	95,9	82,6	87,2
kg, t	t, kg	86,7	36,3 (93,6)	61,9	31,8 (85,0)
dm^3, cm^3	m^3, Liter	65,2	43,1	34,9	31,4

Die Kenntnisse zur Größe *Zeit* konnten in der Arbeit in Klasse 7 bei den Haupt- und Realschülern als gut bzw. sehr gut eingeschätzt werden. In der Klasse 9 wurde diese Ergebnisse bestätigt bzw. bei den Hauptschülern sogar verbessert.

Bei der *Masse* traten die schon erwähnten Probleme mit der Bezeichnung „Gewicht“ auf. Wertet man die Angabe „Gewicht“ auch als richtig, so ergeben sich die Werte in Klammern, die über den Ergebnissen in Kl. 7 liegen.

Die Kenntnisse der Schüler zur Bezeichnung der Größe *Volumen* haben sich eher verschlechtert, obwohl in den Klassen 7 und 8 im Zusammenhang mit der Behandlung der ebenen und räumlichen Figuren zahlreiche Berechnungen von Flächeninhalten und Volumina vorgenommen wurden. Wir halten es deshalb für erforderlich, dass in diesen Klassen eine explizite Reaktivierung und Festigung zumindest der begrifflichen Grundlagen des Könnens im Arbeiten mit diesen Größen erfolgt.

2.2 Umrechnen von Größen

Anforderungen der Aufgabe 3/2001

- Kennen eines Verfahrens zum Umrechnen von Größen, dabei:
  - Können im Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerpotenzen
  - Kennen folgender Umrechnungszahlen: Gramm – Kilogramm, Quadratmeter – Quadratdezimeter, Kubikmeter – Liter
  - Gewohnheiten zur Kontrolle der Rechnungen
- Mündliches Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen
- Erfassen der tabellarischen Aufgabenstellung, d.h. erkennen in welche Einheit umzurechnen ist und was als Zwischenschritt aufzuschreiben ist

Bei der Umrechung von Liter in Kubikmeter können die Schüler auch zuerst Liter in Kubikdezimeter und dann Kubikdezimeter in Kubikmeter umrechnen.

Die Aufgabenstellung ist durch die tabellarische Anordnung für die Schüler ungewohnt.

Durch die Kopplung der Umrechnung von Größen mit dem Addieren bzw. Subtrahieren von Größenangaben liegt das Anforderungsniveau über beiden Einzelanforderungen.

Anforderungen der Aufgabe 4/2002, Teil 1:

- Kennen eines Verfahrens zum Umrechnen von Größen, dabei:
  - Können im Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerpotenzen
  - Können im Zerlegen einer Zahl in Vielfache von 60 und einen Rest
  - Kennen folgender Umrechnungszahlen: Tonne – Kilogramm, Sekunden – Minuten, Kubikmeter – Liter, Quadratdezimeter – Quadratmeter
  - Gewohnheiten zur Kontrolle der Rechnungen

Es handelt sich auch in der Formulierung um eine Standardaufgabe. Von jeder Teilaufgabe zur nächsten wechselt die Richtung der Umrechnung.

Mit Ausnahme der Teilaufgabe a) sollte eine Umrechnung in benachbarte Einheiten erfolgen, wobei Tonne und Kilogramm für die meisten Schüler auch benachbarte Einheiten sein dürften, da die Einheit Dezitonne kaum gebräuchlich ist.

Bei der Umwandlung von 210 s in Minuten muss die Zahl 210 in ein Vielfaches von 60 und einen Rest zerlegt werden. Dazu sind Kopfrechenfertigkeiten im Bereich der natürlichen Zahlen erforderlich (21 = 3·6 + 3). Es sind mehrere Schreibweisen für das Ergebnis möglich: 3,5 min (Dezimalschreibweise), 3 ½ min (gemischte Zahl) oder 3:30 min (übliche Schreibweise im Sport).

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 2.8: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 3/2001 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
a) 5,300 kg + 50 g =	kg	84,1	65,3	56,4	70,4
b) 125,80 m² + 17 dm² =	m²	57,9	45,2	40,1	48,7
c) 1,400 m³ – 150 l =	m³	47,3	28,5	20,5	33,7
Durchschnitt a) – c)		63,1	46,3	39,0	50,9

Mit einer durchschnittlichen Erfüllung von 50,9 % (s. Tabelle 2.8) muss das Können der Schüler im Umrechnen von Größen insgesamt als unbefriedigend eingeschätzt werden. Während bei der Umrechnung von Masseeinheiten in allen Bildungsgängen noch Ergebnisse über 50 % erreicht wurden, liegen sie bei Umrechnung von Volumeneinheiten in allen Bildungsgängen unter 50 %.

Tabelle 2.9: Anzahl unterschiedlicher Eintragungen bei der Aufgabe 3/2001

		Zwischenschritt	Ergebnis
a) 5,300 kg + 50 g =	kg	196	92
b) 125,80 m² + 17 dm² =	m²	242	144
c) 1,400 m³ – 150 l =	m³	336	200

Die sehr große Zahl unterschiedlicher Eintragungen beim Zwischenschritt (s. Tabelle 2.9) zeigen u. a., dass die Schüler die Aufforderung einen Zwischenschritt anzugeben unterschiedlich interpretiert haben. In künftigen Vergleichsarbeiten sollte bei diesem Aufgabenformat z. B. durch Vorgabe von Eintragungen in der Spalte Zwischenschritt (z. B. bei a): 5,300 kg +   kg) die Aufgabenstellung deutlicher gemacht werden. Mit der vorliegenden Aufgabenformulierung ergibt sich allerdings die Möglichkeit zu untersuchen, was Schüler unter einem „Zwischenschritt“ verstehen.

---

[1] Als richtige Lösungen wurden gewertet: a): 5,350; 5,35 b): 125,97 c) 1,250; 1,25

Tabelle 2.10: Erkennbare richtige[1] Größenumwandlung bei der Aufgabe 3/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) 50 g in kg	84,3	61,6	46,2	66,9
b) 17 dm² in m²	56,6	41,5	32,5	45,2
c) 150 l in m³	53,7	33,6	25,1	39,1
Durchschnitt a) – c)	64,9	45,6	34,6	50,4

Tabelle 2.11: Zusammenhang Zwischenschritt – Ergebnis bei der Aufgabe 3/2001

Angaben in Prozent der Gesamtschülerzahl	Ergebnis 3 a)		Ergebnis 3 b)		Ergebnis 3 c)	
	richtig	falsch	richtig	falsch	richtig	falsch
Umrechnung richtig, sofern erkennbar	60,1	6,8	43,0	2,2	26,1	13,0
Umrechnung falsch oder nicht erkennbar	10,3	22,8	5,8	49,0	7,6	53,3

Die Anforderungen der Aufgaben sind mit Teilaufgaben der Aufgabe 5/1999 in der Arbeit in der Klasse 7 vergleichbar. Es handelt sich zudem um den gleichen Jahrgang. Ein direkter Vergleich der Ergebnisse der beiden Aufgaben ist aber nur mit Einschränkungen möglich, da bei der Aufgabe 3/2001 neben der Umrechnung noch eine Addition von Dezimalbrüchen durchgeführt werden musste. Um trotzdem einen Vergleich der beiden Aufgabenerfüllungen vorzunehmen, wurde versucht aus den Eintragungen in der Spalte „Zwischenschritt“ so weit wie möglich zu erkennen, ob eine richtige Umrechnung der kleineren Größe erfolgte. Dabei zeigte sich (s. Tabelle 2.10), dass bei den Teilaufgaben a) und b) die dabei ermittelten Ergebnisse schlechter als die Endergebnisse nach Ausführung der Addition sind. Nur bei Teilaufgabe c) haben etwas mehr Schüler eine richtige Umwandlung der Volumeneinheiten vorgenommen als richtige Endergebnisse erreicht wurden. Eine mögliche Erklärung dieses Widerspruchs ist aus Tabelle 2.11 zu erkennen. Es haben 6 – 10 % der Schüler, bei denen die Umrechnung falsch oder nicht erkennbar war, trotzdem ein richtiges Ergebnis angegeben.

Zum Vergleich der Ergebnisse der Aufgaben wurden deshalb trotz der damit verbundenen Einschränkungen die Endergebnisse verwendet.

Tabelle 2.12: Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler in der Vergleichsarbeit 1999 in Kl. 7 und 2001 in Kl. 9 (in %)

Vergleichsarbeit Kl. 7 Aufgabe 5/1999	Vergleichsarbeit Kl. 9 Aufgabe 3/2001	Realschüler		Hauptschüler	
		5/1999	3/2002	5/1999	3/2002
225 kg = t	5,300 kg + 50 g in kg	49,3	65,3	31,7	56,4
0,2 m² = dm²	125,80 m² + 17 dm² in m²	33,7	45,2	18,3	40,1
34000 mm³ = cm³	1,400 m³ – 150 l in m³	48,1	28,5	25,8	20,5

In beiden Bildungsgängen sind die Leistungen der Schüler bei der Umrechnung von Masse- und Flächeneinheiten in der Arbeit in Kl. 9 trotz der höheren Anforderungen z. T. wesentlich besser. Bei der Umrechnung von Volumeneinheiten sind sie zwar schlechter, doch zieht man in diesem Fall die Ergebnisse der reinen Größenumwandlung heran (s. Tabelle 2.10, R: 33,6 %, H: 25,1 %), so haben sich die Ergebnisse der Hauptschüler nicht verändert und die der Realschüler nur um etwa 15 % verschlechtert.

[1] Als richtige Größenumwandlung wurden alle Eintragungen gezählt, bei denen die umgerechnete Größe (0,05 kg; 0,17 m², 0,150 m³) mit oder ohne Einheit vorkam, auch wenn die übrigen Teile der Eintragung falsch sind

Tabelle 2.13: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 4/2002, Teil 1 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) 0,04 t = kg	84,8	63,9	46,3	67,8
b) 210 s = min	68,1	43,1	32,5	49,5
c) 5 m^3 = Liter	55,0	30,9	30,4	38,8
d) 12 dm² = m²	57,8	39,0	30,6	43,8
Durchschnitt a) – d)	66,4	44,2	35,0	50,0

Mit einer durchschnittlichen Erfüllungsquote von 50 % sind die Ergebnisse fast identisch mit denen der entsprechenden Aufgabe 3/2001 zur Größenumwandlung aus der Vergleichsarbeit in Klasse 9 im Schuljahr 2001/2002 (vgl. Tabelle 2.8). Auch im Einzelnen wird bestätigt, dass die Umrechnung von Volumeneinheiten die größten Probleme bereitet und die Umrechnung von Masseeinheiten noch am besten klappt.

Es ist wieder ein Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler mit denen der analogen Aufgabe 6/2000 aus der Vergleichsarbeit in Klasse 7 im Schuljahr 2000/2001 möglich, die von Schülern des gleichen Jahrgangs geschrieben wurde.

Tabelle 2.14: Vergleich der Ergebnisse der Haupt- und Realschüler in den Vergleichsarbeiten Klasse 7 und Klasse 9 zum Umrechnen von Größen (in %)

Vergleichsarbeit Kl. 7 Aufgabe 6/2000	Vergleichsarbeit Kl. 9 Aufgabe 4/2002	Realschüler		Hauptschüler	
		6/2000	4/2002	6/2000	4/2002
500 kg = t	0,04 t = kg	66,3	63,9	44,5	46,3
4 ½ h = min	210 s = min	71,3	43,1	39,1	32,5
2,5 dm^3 = cm^3	5 m^3 = Liter	37,1	30,9	34,1	30,4

Im Unterschied zum vorherigen Jahrgang (vgl. Tabelle 2.12) haben sich die Leistungen der Schüler bei der Umrechnung von Masseeinheiten nicht wesentlich geändert.

Bei der Umrechnung von Zeitangaben ist eine Verschlechterung festzustellen, die aber auch mit den höheren Anforderungen bei der Umrechnung einer kleineren in eine größere Zeiteinheit zusammenhängen kann.

Bei den Volumeneinheiten ist eine leichte Verschlechterung der Leistungen festzustellen, obwohl die Einheiten Kubikmeter und Liter den Schülern aus dem täglichen Leben vertrauter als die Einheiten Kubikdezimeter und Kubikzentimeter sein dürften. .

[1] Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: a) 40 b) 3,5; 3 ½; 3:30 c) 5000 d) 0,12

3 Können im Arbeiten mit Zahlen, Variablen, Termen und Gleichungen

3.1 Ermitteln von Bruch- und Prozentangaben

Anforderungen der Aufgabe 1/2002:

- Angeben von Flächenanteilen geometrischer Figuren als Bruch und in Prozent
- Kennen des Begriffs „echter Bruch“

Die Anforderungen dieser Aufgabe liegen auf dem Niveau der Jahrgangsstufe 7. Sie stellen damit eine Minimalforderung dar, die jeder Schüler in einer 9. Jahrgangsstufe erfüllen müsste. Als leichte Einstiegsaufgabe hat diese Aufgabe auch eine pädagogisch-psychologische Funktion.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 3.1: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 1/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 1a (Bruchdarstellung)	96,5	86,8	75,5	88,1
Aufgabe 1a (Prozentangabe)	90,4	69,5	52,7	73,6
Aufgabe 1b (Bruchdarstellung)	95,3	86,6	75,1	87,5
Aufgabe 1b (Prozentangabe)	92,3	73,0	53,2	76,0
Aufgabe 1c (Bruchdarstellung)	96,0	87,6	77,0	88,6
Aufgabe 1c (Prozentangabe)	95,3	79,9	58,0	81,3
Durchschnitt Bruchdarstellung	95,9	87,0	75,9	88,1
Durchschnitt Prozentangabe	92,7	74,1	54,6	77,0

Mit einer durchschnittlichen Erfüllung von 88% bei den Bruchdarstellungen und 77% bei den Prozentangaben ist ein erwartungsgemäß gutes Ergebnis erreicht worden.

Der Tabelle 3.1 kann man entnehmen, dass das bessere Ergebnis bei den Bruchdarstellungen erzielt wurde. Das schlechteste Ergebnis in dieser Tabelle tritt bei der Prozentangabe zu Aufgabe a auf. Das bedeutet, dass über einem Viertel der Stichprobenschüler 20% als Darstellung für den 5. Teil einer vorgegebenen Fläche nicht geläufig ist. Etwa 14% aller Hauptschüler haben jeweils bei der Prozentangabe keine Eintragung vorgenommen.

[1] Als richtige Lösungen wurden gewertet: a) 1/5 bzw. 20%, b) 2/10, 1/5 bzw. 20%, c) 6/12, ½ bzw. 50%
Bei den Bruchdarstellungen wurden evtl. verwendete andere richtige Repräsentanten ebenfalls gewertet.

Tabelle 3.2: Häufige Fehler bzw. keine Eintragungen bei Aufgabe 1/2002 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Aufgabe 1a (Bruchdarstellung)	¼ kein Eintrag	0,5 0,4	4,2 3,2	7,8 5,2	3,6 2,6
Aufgabe 1a (Prozentangabe)	10 25 kein Eintrag	2,3 1,2 1,9	5,4 4,2 8,1	5,5 3,6 13,8	4,4 3,1 7,0
Aufgabe 1b (Bruchdarstellung)	¼ oder 2/8 kein Eintrag	0,7 0,2	4,5 2,7	10,3 5,5	4,2 2,3
Aufgabe 1b (Prozentangabe)	10 25 kein Eintrag	0,8 1,1 1,6	3,1 2,9 8,5	5,9 3,3 14,5	2,8 2,4 7,2
Aufgabe 1c (Bruchdarstellung)	6/6 kein Eintrag	0,4 0,4	3,3 2,1	8,8 5,0	3,3 2,0
Aufgabe 1c (Prozentangabe)	60 0,5 kein Eintrag	0,0 0,7 1,3	2,1 1,7 7,8	2,9 2,6 14,7	1,5 1,5 6,8

In der Tabelle 3.2 liegt der überwiegende Anteil der erfassten Werte unter 5%. Auffällig ist lediglich der relativ hohe Anteil fehlender Eintragungen bei den Prozentangaben durch die Hauptschüler.

3.2 Aufstellen von Termen

Anforderungen der Aufgabe 1/2001

- Kennen standardisierter bzw. umgangssprachlicher Operationsbegriffe
- Können im Bilden von Termen aus einer gegebenen Beschreibung

Um die Anforderungen dieser Aufgabe erfüllen zu können, musste der jeweilige Text in der linken Tabellenspalte durch die Schüler gelesen, verstanden und verarbeitet werden. Die Begriffe *Summe, Quotient* und *Differenz* sollten durch mathematische Zeichen ersetzt, sowie *die Hälfte, das Doppelte* und *das Quadrat einer Zahl* durch einen Term mit Variablen dargestellt werden. Neben dem Vorhandensein von mathematischem Begriffswissen müssen die Schüler sich die Termstruktur auch vorstellen können. Die lineare Abarbeitung des Textes von links nach rechts führte nicht bei jeder Teilaufgabe zum Ziel. Er musste als Ganzes verstanden werden. Rechnerisch zu bewältigende Anforderungen enthielt diese Aufgabe nicht.

Ausgewählte Ergebnisse

Mit einer Erfüllung insgesamt von 43,5% ist der Abstand zu dem angestrebten Zweidrittel-Erfüllungssatz ziemlich groß.

Betrachtet man allerdings die Bildungsgänge im Einzelnen, fällt der erhebliche Unterschied zwischen dem gymnasialen Bildungsgang (81,8%) und dem Realschul-Bildungsgang (27,3%) auf. Die Spannweite der Schulergebnisse ist erheblich. So gibt es eine Schule, die bei dieser Aufgabe nur eine durchschnittliche Erfüllung von 3,2% aufweist (s. Anhang). Das ist der niedrigste Wert, der bei einer Aufgabe dieser Vergleichsarbeit überhaupt auftritt. Die höchste Erfüllung einer Schule liegt für diese Aufgabe bei 90,0%.

Die Ergebnisse bei den einzelnen Teilaufgaben zeigt die folgende Tabelle.

Tabelle 3.3: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei den Teilaufgaben der Aufgabe 1/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 1a (Summe)	89,9	39,7	19,1	53,5
Aufgabe 1b (Quotient)	70,9	20,6	11,4	36,3
Aufgabe 1c (Quadrat)	84,6	21,6	6,2	40,8
Durchschnitt a – c	81,8	27,3	12,2	43,5

Es ist zu vermuten, dass im Unterricht der Hauptschule und der Realschule das *Berechnen* von Termen eher im Vordergrund steht als strukturelle Betrachtungen. Auszurechnen war bei dieser Aufgabe überhaupt nichts, was möglicherweise das sehr schlechte Ergebnis der Hauptschüler erklärt.

Schüler, die öfter zu strukturellen Betrachtungen angeregt werden und dies vielleicht teilweise auch gern tun, befinden sich in den meisten Fällen auf dem Gymnasium. Natürlich wäre es wünschenswert, wenn auch Haupt- und Realschüler diese Fähigkeiten erworben hätten. Die Schwerpunkte werden jedoch hier anders gesetzt, vielleicht auch auf Grund entsprechender Forderungen aus der Wirtschaft.

Die Mathematiklehrer am Gymnasium wissen offensichtlich um die Bedeutung des Arbeitens mit Termen für den weiteren Unterricht in dieser Schulform, weshalb sie wahrscheinlich dieser Thematik schon rechtzeitig mehr Aufmerksamkeit widmen.

Tabelle 3.4: Häufige Fehler bzw. keine Eintragungen bei Aufgabe 1/2001 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Aufgabe 1a	a + b	0,1	1,7	5,8	1,9
	a : b bzw. a/b	0	2,2	3,8	1,7
	kein Eintrag	1,4	21,3	40,4	17,5
Aufgabe 1b	$a \cdot 2b$	2,9	3,6	1,5	3,0
	a - 2b	1,9	1,7	0,3	1,6
	kein Eintrag	4,6	30,9	46,5	24,3
Aufgabe 1c	$a^2 - b^2$	2,5	7,0	4,1	5,0
	a – b	0,1	3,7	7,0	3,0
	$a \cdot b$	0	1,9	3,5	1,5
	kein Eintrag	2,2	31,8	52,0	24,9

Der Tabelle 3.4 kann man entnehmen, dass fast ein Drittel der Realschüler die Aufgaben 1b und 1c und über die Hälfte der Hauptschüler die Aufgabe 1c nicht bearbeitet haben.
Die Fehleranalyse zeigt hauptsächlich Mängel im Erkennen der Termstruktur [z. B. $a^2 - b^2$ statt $(a – b)^2$] aber auch im Wissen über Operationsbegriffe ($a \cdot 2b$ bzw. a – 2b statt a : 2b).

Mit Termen haben die Schüler häufig im Mathematikunterricht zu tun. Neben Termumformungen gehören Strukturbetrachtungen zu wesentlichen mathematischen Arbeitsweisen. Das Resultat zeigt sehr deutlich erhebliche Mängel bei der Erfüllung der Anforderungen dieser Aufgabe. Allerdings muss

[1] Als richtig wurde die Bildung eines der Beschreibung adäquaten Terms gewertet, z. B. bei Aufgabe a: a + ½ b, bei Aufgabe b: a : 2b, bei Aufgabe c: $(a – b)^2$

man stark differenzieren. Während die Ergebnisse an den Gymnasien zufrieden stellen (in allen Teilaufgaben über 67%), erreichen die Realschüler nur eine Erfüllung von durchschnittlich 27% und die Hauptschüler von nur 12%. Deshalb muss in diesen Bildungsgängen mehr Wert auf die Erfüllung der eingangs genannten Anforderungen gelegt werden.

Anforderungen der Aufgabe 3/2002

- Kennen standardisierter bzw. umgangssprachlicher Operationsbegriffe
- Können im Bilden von Termen aus gegebenen Beschreibungen

Bewusst wurde die gleiche Anforderungsstruktur wie bei der Aufgabe 1/2001 gewählt, damit die Aufgaben gut vergleichbar sind.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 3.5: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei den Teilaufgaben der Aufgabe 3/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 3a	90,3	71,3	39,9	72,3
Aufgabe 3b	57,6	20,3	6,2	30,2
Aufgabe 3c	72,9	46,8	21,9	51,2
Durchschnitt a –c	73,6	46,1	22,6	51,2

Mit einer durchschnittlichen Gesamterfüllung von nur 51,0% ist das angestrebte Mindestergebnis nicht erreicht worden, liegt aber über dem der Aufgabe 1/2001 (43,5%). Der Unterschied zwischen dem gymnasialen und dem Hauptschulbildungsgang ist nicht mehr so erheblich wie bei der entsprechenden Aufgabe der Arbeit 2001. Während die Erfüllung bei den Hauptschülern etwa um 10% besser ist, ist sie bei den Gymnasiasten etwa um den gleichen Betrag geringer. Das bessere Ergebnis bei den Hauptschülern könnte mit den verwendeten Termbeschreibungen zusammenhängen. Statt *Summe* und *Differenz* (Aufgabe 1/2001) findet man in der Aufgabe 3/2002 die Umschreibungen *vermehrt um* bzw. *vermindert um*. Es ist zu vermuten, dass Hauptschülern diese Art der Termbeschreibungen geläufiger ist.

Teil a der Aufgabe wurde relativ gut bearbeitet, über 90% der Gymnasiasten gaben eine richtige Lösung an. Als Hauptfehler erwies sich die Angabe des Doppelten von a als a^2. Auffällig ist, dass mehr Gymnasiasten (5,0%) als Hauptschüler (3,3%) diesen Fehler machten.

Teil b war für die Schüler offenbar die schwierigste Aufgabe. Nur etwa 30 % der Stichprobe und auch nur etwas mehr als die Hälfte der Gymnasiasten konnte den geforderten Term richtig aufschreiben. Die wichtigsten Fehler und deren Häufigkeit können der Tabelle 3.6 entnommen werden.

Die Erfüllung der Teilaufgabe c ist bedeutend besser als die der Aufgabe b. Das mag daran liegen, dass der Text den Schülern verständlicher war und wie bei a nur zwei Operationen zu berücksichtigen waren. Allerdings hat fast die Hälfte der Hauptschüler (wie auch bei b) erst gar keine Tabelleneintra-

[1] Als richtig wurde gewertet: Aufgabe a: $2a - b$, Aufgabe b: $1/3a + a^2$, $1/3a + (1/3a)^2$ sowie gleichwertige Terme Aufgabe c: $\sqrt{a} - b$

gung vorgenommen. Die Verwechslung der Begriffe *Quadratwurzel* und *Quadrat* ist bei den Realschülern (6,6%) besonders hoch.

Tabelle 3.6: Häufige Fehler bzw. keine Eintragungen bei Aufgabe 3/2002 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Aufgabe 3a	$a^2 - b$	5,0	6,9	3,3	5,5
	kein Eintrag	1,6	6,8	29,5	8,9
Aufgabe 3b	$(a/3)^2$	6,4	2,1	1,2	3,4
	$3a + a^2$	1,5	3,0	0,5	2,1
	$3a^2$	0,5	2,8	1,2	1,8
	kein Eintrag	3,3	17,0	46,6	17,4
Aufgabe 3c	$a^2 - b$	2,7	6,6	3,6	4,8
	$\sqrt{a-b}$	0,8	5,8	1,0	3,3
	$\sqrt{a^2} - b$	0,2	2,4	0,2	1,4
	kein Eintrag	2,1	15,7	46,6	16,4

Es soll nun noch gezeigt werden, wie die Schüler in den Aufgaben 1/2001 und 3/2002 die Beschreibung *das Doppelte einer Zahl* richtig in einen Term übersetzt haben. Dabei wurden sämtliche Terme erfasst, in denen genau diese Beschreibung richtig übertragen worden war. Einbezogen wurden natürlich auch alle vollständig richtigen Terme. Berücksichtigt wurden

- für die Aufgabe 1b/2001 mit dem Text: „Der Quotient aus a und dem Doppelten von b“ die Schülereintragungen 2b, $2{\cdot}b$, $b \cdot 2$, b + b
- für die Aufgabe 3a/2002 mit dem Text: “Das Doppelte einer Zahl a vermindert um die Zahl b“ die Schülereintragungen 2a, $2{\cdot}a$, $a \cdot 2$, a + a

Tabelle 3.7: Anteil der Schüler mit richtiger Übertragung von „Das Doppelte ...“ (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 1b/2001	92,1	60,8	47,4	69,4
Aufgabe 3a/2002	91,7	75,2	45,1	75,6

Interessant ist die wesentliche Verbesserung im Realschulbildungsgang, während es in den anderen beiden Bildungsgängen kaum Unterschiede zwischen den beiden Arbeiten gibt. Es ist zu vermuten, dass die Mathematiklehrer der Realschulklassen Schlussfolgerungen aus den Ergebnissen der ersten Arbeit gezogen haben, die sich hier sehr deutlich niederschlagen. Bedenkenswert ist, dass nicht einmal die Hälfte der Hauptschüler in der Lage war, diesen Teilterm richtig aufzuschreiben.

3.3 Formales Lösen linearer Gleichungen

Anforderungen der Aufgabe 11/2002

- Nachvollziehen von Lösungsschritten einer linearen Gleichung
- Kennen und Anwenden der Umformungsregeln für lineare Gleichungen
- Erkennen der fehlerhaften Verwendung einer Umformungsregel

Um einen Fehler zu finden, müssen die Schüler mit dem Lösungskalkül für lineare Gleichungen vertraut sein, d.h. sie müssen die Regeln für äquivalentes Umformen beherrschen.
Beim Nachvollzug der vorgegebenen Lösungsschritte sollten sie einen Regelverstoß feststellen und diese Textstelle unterstreichen.
Voraussetzung dafür ist, dass die Schüler den angebotenen ersten Lösungsschritt als solchen erkennen und akzeptieren (Addition von 8 auf beiden Seiten der Gleichung. Es könnte auch mit einer anderen äquivalenten Umformung begonnen werden.). Bekannt muss auch die Information sein, die von dem senkrechten Strich vor +8 ausgeht, nämlich, dass die Addition von 8 auf *beiden* Seiten der Gleichung auszuführen ist.
Nun müssten die Schüler feststellen, dass die Addition von 8 auf der rechten Seite der Gleichung nicht ausgeführt wurde. Es wäre also zu erwarten, dass 10 (bzw. +10) in der zweiten Zeile unterstrichen wird, denn hier müsste richtigerweise 18 stehen.

Diese Aufgabe ist nicht unbedingt typisch für den gegenwärtigen Mathematikunterricht. Überwiegend wird das Lösen von Gleichungen nach dem Prinzip Ordnen /Zusammenfassen /Isolieren der Variablen geübt, weniger das Finden von Fehlern.
Bei dieser Art der Aufgabenstellung muss sich ein Schüler auf einen vorgegebenen Lösungsweg einlassen, selbst wenn er anders vorgehen würde.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 3.8: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] der Aufgabe 11/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
1.) 10 bzw. +10 in der zweiten Zeile unterstrichen (keine weiteren Unterstreichungen bzw. Anmerkungen vorgenommen)	27,7	28,6	8,1	24,9
2.) wie 1.) und in der zweiten Zeile berichtigt	14,1	8,2	3,3	9,3
3.) wie 1.) und in der dritten und/oder vierten Zeile Fehler unterstrichen	1,9	2,1	1,4	1,9
4.) wie 1.) und alles weitere berichtigt	12,9	18,5	8,1	14,9
5.) wie 1.) bis 4.) und dazu richtige Lösung oder richtige wörtliche Erläuterungen daneben geschrieben	8,3	0,4	0,2	3,0
insgesamt als richtig gewertet	65,1	57,7	21,1	54,0

Aus der Tabelle 3.8 geht hervor, dass etwa die Hälfte aller Stichprobenschüler mit Sicherheit den oben beschriebenen Fehler gefunden hat.
Viele Schüler haben über die Aufgabenforderung hinaus Berichtigungen im Lösungsweg vorgenommen. Für dieses Verhalten gibt es unterschiedliche Interpretationsmöglichkeiten. Zum Beispiel könnte

[1] Als richtige Lösung wurde das Unterstreichen von 10 in der ersten Zeile gewertet. Weiterhin als richtig gewertete Eintragungen sind der Tabelle zu entnehmen.

der Schüler aus seinem Unterricht gewohnt sein, Fehler nicht nur zu erkennen, sondern auch zu berichtigen oder er hat den Aufgabentext nicht gründlich genug gelesen und mehr gemacht als gefordert war. Für diese Vergleichsarbeit sollte aus Gründen der Korrekturvereinfachung lediglich unterstrichen werden.
Ein Lehrer wird selbstverständlich aus einer geforderten Berichtigung viel mehr Informationen über das Wissen und Können seiner Schüler erhalten und in der Regel auch so verfahren.

Tabelle 3.9: Weitere Typen von Eintragungen bei Aufgabe 11/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
alle Eintragungen, bei denen +8 in der ersten Zeile unterstrichen wurde	20,9	10,1	6,7	13,1
alle Eintragungen, bei denen 10 bzw. +10 in der zweiten Zeile unterstrichen wurde	83,8	67,4	25,9	65,9
nichts unterstrichen aber richtige Lösung oder richtige wörtliche Erläuterungen daneben geschrieben	1,5	4,0	1,9	2,8
Falsche Berichtigung	0,2	2,4	2,1	1,6
Nichts unterstrichen, nichts hinzugefügt	1,7	8,5	40,4	11,6
Angekreuzt „Ich habe den Fehler nicht gefunden."	3,5	7,6	31.4	10,2

Auffällig ist ein hoher Anteil von Schülern, der +8 in der ersten Zeile unterstrichen hat. Von diesen Schülern könnte man annehmen, dass sie als ersten Lösungsschritt äquivalente Umformungen in Bezug auf die Variablen erwartet haben, also dass z.B. +7x statt +8 hinter dem senkrechten Strich steht. Diesen Schülern ist es offenbar schwer gefallen, sich gedanklich auf den angebotenen Lösungsweg einzustellen.
Schüler, die +8 in der ersten Zeile *und* auch die Folgezeilen unterstrichen haben erhielten jedoch vielfach von den korrigierenden Lehrern den für diese Aufgabe zu vergebenden Punkt. Nach unserer Auffassung liegt bei der hier vorgegebenen Lösungsdarstellung an der Stelle +8 kein Fehler vor und damit wäre auch keine Unterstreichung vorzunehmen.
Überlegen könnte man eventuell, wie zu verfahren ist, wenn der Schüler „seinen" Lösungsweg richtig daneben geschrieben hat, ohne Unterstreichungen vorzunehmen. Den Auftrag, einen Fehler zu unterstreichen, hat er dann aber im engeren Sinne nicht erfüllt.

Vielfach wurde der Punkt auch dann erteilt, wenn die gesamte rechte Seite der 2. Zeile unterstrichen war, obwohl der Term –7x ja nicht als fehlerhaft zu bezeichnen ist. Erklären lässt sich dieses Vorgehen vielleicht mit einer sehr weiten Betrachtungsweise, die auch noch das Unterstreichen der gesamten Zeile zulässt, weil in ihr ein fehlerhafter Term auftritt.

Das Vorgehen der Lehrer bei der Korrektur gerade dieser Aufgabe ist sehr unterschiedlich. Einige vertreten erkennbar unsere Auffassung, andere werten auch Unterstreichungen an weiteren Stellen als richtig. Von daher kann man auch keine Übereinstimmung zwischen der Erfüllung nach vergebenen Punkten (Gy: 91,9%/ RS: 72,6%/ HS: 29,7 %/ GS: 71,3%) und dem in Tabelle 3.8 dargestellten Ergebnis erwarten.

Für viele Schüler im Hauptschulbildungsgang stellte diese Aufgabe offensichtlich eine Überforderung dar, denn 40% der Schüler haben nichts unterstrichen oder eventuell einen richtigen Lösungsweg aufgeschrieben. Fast ein Drittel kreuzte an: „Ich habe den Fehler nicht gefunden".

4 Stochastisches Können

4.1 Identifizieren und Interpretieren von Wahrscheinlichkeitsangaben

Anforderungen der Aufgabe 12/2002

– Erfassen der Aufgabenstellung [1]

– Kenntnisse zum Wahrscheinlichkeitsbegriff [2]

Die überprüften Kenntnisse der Schüler zum Wahrscheinlichkeitsbegriff werden bereits bei einer Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung ausgebildet. Der Wahrscheinlichkeitsbegriff hat einen qualitativen und komparativen Aspekt (Grad der Sicherheit, mehr oder weniger wahrscheinlich), an den bei einer Einführung in den Klassen 5 und 6 Sinnvollerweise angeknüpft werden sollte. Das kann zur Folge haben, dass der mathematische Aspekt einer Quantifizierung und Normierung auf das Intervall <0; 1> nicht im Vordergrund steht.

Zur Angabe von Wahrscheinlichkeiten werden in Schullehrbüchern und im Alltag meist Brüche oder Prozentangaben aber selten Dezimalbrüchen gewählt. Der Bruch $\frac{1}{6}$ ist sicher der Bruch, der am ehesten mit einer Wahrscheinlichkeitsangabe in Verbindung gebracht wird.

In der Umgangssprache wird gelegentlich auch von einer 150 %igen Sicherheit gesprochen, wenn man betonen will, dass etwas absolut sicher ist. Dies könnte bei den Schülern zu fehlerhaften Auffassungen über die Größe von Wahrscheinlichkeiten führen.

Die Art der Aufgabenstellung ist für die meisten Schüler ungewohnt, da sie im Unterricht eher selten auftritt. Da die äußere Tätigkeit der Schüler nur darin besteht, Kreuze zu setzen, ist die Gefahr vorhanden, dass die Schüler nicht tiefgründig über die Angaben nachdenken, sondern aus dem ersten Eindruck heraus entscheiden.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.1: Anteil der Schüler mit richtigen Entscheidungen bei der Aufgabe 12/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) $\frac{1}{6}$	89,1	83,1	71,5	83,1
b) 0,17	40,3	26,7	23,3	30,6
c) 3	73,6	55,8	41,6	59,3
d) 60 %	97,0	91,4	80,8	91,5
e) 150 %	62,6	52,0	45,1	54,3
Durchschnitt a) – e)	72,5	61,8	52,5	63,8

Die Aufgabenstellung kann von Schülern auch missverstanden werden, indem sie die Formulierung „Kreuzen Sie an, welche der folgenden Zahlen …. verwendet werden können“ so deuten, dass nur dann ein Kreuz zu setzen ist, wenn die Zahl verwendet werden kann. Um zu untersuchen, welche Auswirkungen auf die Ergebnisse ein mögliches Missverständnis hat, wurden bei allen Schülern, die stets nur ein Kreuz bei ja gesetzt haben, die Teilaufgaben „3“ und „150 %“ auch als richtig erkannt gewertet, obwohl dort „nein“ nicht angekreuzt wurde. Dies führt zu einer leichten Verbesserung der Erfüllungsquoten, wie die Tabelle 4.2 zeigt.

[1] ja ankreuzen, wenn als Wahrscheinlichkeitsangabe verwendbar; nein ankreuzen, wenn als Wahrscheinlichkeitsangabe nicht verwendbar

[2] Wahrscheinlichkeiten sind Zahlen, die als ein Dezimalbruch zwischen 0 und 1, als echter Bruch, als 0 bzw. 1 oder als Prozentangabe von 0 % bis 100 % angegeben werden können

Tabelle 4.2: Anteil der Schüler mit richtigen Entscheidungen bei der Aufgabe 12/2002 bei anderer Deutung der Eintragungen (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
a) $\frac{1}{6}$	89,1	83,1	71,5	83,1
b) 0,17	40,3	26,7	23,3	30,6
c) 3	77,4	60,6	46,1	63,7
d) 60 %	97,0	91,4	80,8	91,5
e) 150 %	65,4	55,0	48,5	57,4
Durchschnitt a) – e)	73,8	63,4	54,0	65,3

Da es bei jeder der 5 Teilaufgaben 3 Möglichkeiten des Ankreuzens gab (bei ja, bei nein oder kein Kreuz), sind insgesamt 243 Antwortkombinationen möglich. Tatsächlich traten in den 2516 Schülerarbeiten 76 verschiedene Kombinationen auf, wobei darunter noch 9 Schüler 2 Kreuze bei einer der Teilaufgaben gesetzt haben. Bestimmte Antwortkombinationen traten aber besonders häufig auf, wie die folgende Tabelle zeigt:

Tabelle 4.3: Anteil häufiger Antwortkombinationen (in %)

Antwortkombination					Bildungsgang			Gesamt
$\frac{1}{6}$	0,17	3	60 %	150 %	G	R	H	
ja	nein	nein	ja	ja	19,1	21,5	19,0	20,3
ja	ja	nein	ja	nein	25,6	11,0	4,0	14,7
ja	nein	nein	ja	nein	17,8	13,6	7,4	13,9
ja	nein	ja	ja	nein	8,5	12,9	13,1	11,4
ja	nein	ja	ja	ja	1,8	5,2	5,7	4,2
ja	ja	ja	ja	nein	3,9	3,5	2,1	3,4
nein	nein	nein	ja	ja	3,9	2,9	2,6	3,2
nein	nein	ja	ja	ja	1,0	3,3	5,2	2,9
ja	ja	nein	ja	ja	3,4	2,7	1,9	2,8
übrige Antwortkombinationen					14,5	22,4	35,2	21,9
kein Eintrag					0,5	1,0	3,8	1,3

Aus der Tabelle 4.2 und der Tabelle 4.3 kann man folgende Vermutungen ableiten:

Fast alle Schüler sind wohl der Meinung, dass sie wissen, wie man Wahrscheinlichkeiten angibt, da nur 1,3 % überhaupt keinen Eintrag vorgenommen haben.

Die Möglichkeit, Wahrscheinlichkeiten durch einen Dezimalbruch anzugeben, ist den meisten Schülern nicht bekannt.

Ein großer Teil der Schüler glaubt, dass jede Prozentangabe auch eine Wahrscheinlichkeit darstellt.

Etwa 40 % der Schüler im Realschulbildungsgang und 55 % der Schüler im Hauptschulbildungsgang halten sogar eine natürliche Zahl größer als 1 für eine Wahrscheinlichkeitsangabe.

17 % der Schüler erkennen sogar nicht, dass der Bruch $\frac{1}{6}$ eine Wahrscheinlichkeit angibt, obwohl dies das Standardbeispiel für eine Wahrscheinlichkeit ist.

Die Unterschiede zwischen den einzelnen Bildungsgängen betragen jeweils etwa 10 % und sind somit geringer als bei den meisten anderen Aufgaben.

Anforderungen der Aufgabe 12/2001

- Kennen der Begriffe Zufallsexperiment und Ereignis
- Kennen des Zusammenhangs zwischen der Wahrscheinlichkeit und der absoluten Häufigkeit eines Ereignisses bei mehrfachen Wiederholungen des Vorgangs (Häufigkeitsinterpretation der Wahrscheinlichkeit)
- Berechnen des Produktes 0,8·10 000 oder von 80% von 10 000
- Wissen, dass der berechnete Wert nur ein ungefährer Wert für die tatsächliche Anzahl ist

Die Schüler müssen weiterhin erfassen, dass die im zweiten Satz genannten Versuche sich auf das im ersten Satz genannte Zufallsexperiment beziehen.

Die Aufgabenstellung bewegt sich auf einer sehr allgemeinen Ebene. Es wird kein konkretes Zufallsexperiment mit konkreten Ergebnissen bzw. Ereignissen genannt. Die Schüler müssen also mit diesen allgemeinen Begriffen schon sehr vertraut sein.

Die Schüler müssen erkennen, dass mit der Formulierung „… unter gleichen Bedingungen… „ gewährleistet wird, dass sich die Wahrscheinlichkeit bei den Wiederholungen der Versuche nicht ändert.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.4: Anteil der Schüler mit richtige Lösungen[1] bei der Aufgabe 12/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Lösungsweg	50,8	38,3	25,4	40,5
berechneter Wert	57,1	33,1	17,3	38,8
Antwortsatz	46,6	23,6	13,7	29,9

Die Schüler aller Schularten hatten Probleme mit dieser einfachen Aufgabe zur Interpretation einer Wahrscheinlichkeitsangabe. Interessant ist, dass die Unterschiede zwischen den Bildungsgängen, insbesondere zwischen Haupt- und Realschulbildungsgang gering sind. Wenn die Schüler einen richtigen Lösungsweg notierten, war in der Regel auch der Antwortsatz zu akzeptieren.

Die Unterschiede zwischen den Haupt-, Real- und verbundenen Haupt- und Realschulen sind wieder sehr groß (s. Anhang).

Die Aufgabe wurde von vielen Schülern, insbesondere im Hauptschulbildungsgang nicht bearbeitet.

Tabelle 4.5: Aufgabe 12/2001 nicht bearbeitet (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Lösungsweg	21,5	40,1	58,5	36,7
berechneter Wert	21,1	42,3	60,2	37,9
Antwortsatz	21,1	41,0	60,5	37,3

Der hohe Prozentsatz der Nichtbearbeitungen kann u. a. daran liegen, dass es sich um die letzte Aufgabe handelt und die Zeit nicht mehr gereicht hat.

[1] Lösungsweg: alle Eintragungen, die die Rechnung 0,8·10000 erkennen lassen, wobei Form und Ergebnis unterschiedlich sein können; berechneter Wert: Zahl 8000 ist enthalten; Antwortsatz: alle Formulierungen mit der Zahl 8000, die sinnvoll sind auch ohne Berücksichtigung des Näherungscharakters.

Der Anteil der Schüler, die einen richtigen Antwortsatz notierten bezogen auf die Schüler, die diesen Teil bearbeitet haben beträgt im Hauptschulbildungsgang 64 %, im Realschulbildungsgang 57 % und im Gymnasium 65 %. Unter dieser Sicht erreichen die Hauptschüler also etwa das Niveau der Schüler im gymnasialen Bildungsgang.

Die Aufgabe entspricht dem Stoff der Klassen 5/6, in der laut Rahmenplan der Zusammenhang zwischen Wahrscheinlichkeit und relativer Häufigkeit zu betrachten ist. In den Klassen 7/8 sind am Gymnasium bei der Behandlung mehrstufiger Vorgänge zahlreiche Berechnungen von Wahrscheinlichkeiten durchzuführen und auch an Haupt- bzw. Realschulen ist das Bestimmen und Interpretieren von Wahrscheinlichkeiten eine Forderung des Rahmenplans für die Klassen 7/8.

Fraglich ist allerdings, ob dies auf einer so allgemeinen Ebene unter Verwendung der Begriffe Zufallsexperiment, Versuch und Ereignis erforderlich ist. Auch sind die Schüler mit einer Angabe von Wahrscheinlichkeiten in Prozent eher vertraut.

4.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten

Anforderungen der Aufgabe 11/2001

- Bestimmen von möglichen Würfelergebnissen nach einer gegebenen Bedingung
- Kenntnis, dass die Wahrscheinlichkeit im Fall gleichwahrscheinlicher Ergebnisse das Verhältnis der Anzahl der günstigen zu den möglichen Ergebnissen ist
- Kenntnis, dass Wahrscheinlichkeiten als gemeiner Bruch, Dezimalbruch oder in Prozent angegeben werden können

Die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeiten im zweiten Teil der Aufgabenstellung hängt von der Richtigkeit der ermittelten Anzahl im ersten Teil ab, die Erfüllungsquote kann also nur niedriger sein.

Probleme bei der Wertung der Ergebnisse können sich daraus ergeben, dass die Aufgabe in gleicher oder etwas abgewandelter Form bereits in den Vergleichsarbeiten der Klasse 7 im Jahre 1999 und 2000 gestellt wurde. Gespräche mit Lehrern ergaben, dass einige Kollegen, die Vergleichsarbeiten der letzten Jahre zur Vorbereitung auf die neue Arbeit genutzt haben, dadurch könnte das Ergebnis beeinflusst werden. Man kann aber davon ausgehen, dass sich dies vor allem auf die Angabe der Gewinnmöglichkeiten auswirkt. Wenn die Schüler kein sicheres Können im Berechnen von Wahrscheinlichkeiten haben, werden sie auch nach vorherigem Durchrechnen der Aufgabe beim Schreiben der Arbeit mit diesem Aufgabenteil nicht zurechtkommen.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.6: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 11/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Gewinnmöglichkeiten Conni	93,2	80,5	65,5	82,5
Gewinnmöglichkeiten Dana	91,7	78,0	62,9	80,3
Gewinnmöglichkeiten Joachim	91,6	79,5	64,0	81,2
Gewinnwahrscheinlichkeit Conni	85,5	57,4	32,7	63,1
Gewinnwahrscheinlichkeit Dana	74,2	45,5	21,3	51,5
Gewinnwahrscheinlichkeit Joachim	71,0	43,9	19,9	49,4
Durchschnitt Gewinnmöglichkeiten	92,2	79,3	64,1	81,3
Durchschnitt Wahrscheinlichkeit	76,9	48,9	24,6	54,7

[1] als richtige Lösungen wurden gewertet: AZ Conni: 2, 4, 6; 3; 3 von 6; AZ Dana: 5, 6; 2; 2 von 6; AZ Joachim: 1,2,3,4; 4; 4 von 6; W. Conni: ½; 2/4; 3/6; 0,5; 50 %; 5:10; 1 zu 2; 1:1; 1:2; 3:3; 3 zu 6; W Dana: 1/3; 2/6; 12/36; 33 1/3 %; $0,\overline{3}$; 1:3; 2:6; 2 zu 6; W. Joachim: 2/3; 4/6; 66 2/3 %; $0,\overline{6}$; 0,66; 4 zu 6; 2:3; 4:6; 40: 60;

Auffallend ist der große Unterschied zwischen den Erfüllungsquoten bei der Bestimmung der Gewinnmöglichkeiten und der Gewinnwahrscheinlichkeiten. Er beträgt bei den Hauptschülern im Schnitt etwa 40 %, bei den Realschüler etwa 30 % und bei den Gymnasiasten noch 15 %.

Während die Angabe der Gewinnmöglichkeiten für alle drei Teilaufgaben zu fast gleichen Erfüllungsquoten führte, betragen die Unterschiede zwischen der richtigen Angabe der Gewinnwahrscheinlichkeit von Conni und den beiden übrigen über 10 %.

Auch bei dieser Aufgabe erreichten die besten Haupt-, Real- und verbundenen Haupt- und Realschulen wieder die gleichen oder sogar bessere Ergebnisse als die besten Gymnasien (s. Anhang). Auf der anderen Seite sind die Unterschiede zwischen den Haupt- und Realschulen mit bis zu 83 % sehr groß. Im Median für die Gewinnwahrscheinlichkeiten liegen die Haupt-, Real- und verbundenen Haupt- und Realschulen etwa 35 % unter den mittleren Ergebnissen der Gymnasien.

Tabelle 4.7: Anzahl der unterschiedlichen Eintragungen der Schüler

	Gewinnmöglichkeiten			Gewinnwahrscheinlichkeit		
	Conni	Dana	Joachim	Conni	Dana	Joachim
Aufgabe 11/2001	78	77	83	170	191	217

Die Anzahl der unterschiedlichen Eintragungen bei der Angabe der Gewinnwahrscheinlichkeiten wird noch dadurch bedeutend verringert, dass bei der Erfassung der Schülerergebnisse in der Originaldatei alle wörtlichen Formulierungen zu einer Kategorie zusammengefasst wurden. Trotzdem liegen die Anzahlen in der gleichen Größenordnung wie in den vorherigen Vergleichsarbeiten in Klasse 7.

Die Aufgabe ist bis auf die Namen der Schüler identisch mit der Aufgabe 7 aus der Vergleichsarbeit 7/1999, so dass ein direkter Vergleich möglich ist.

Tabelle 4.8: Vergleich der Ergebnisse Haupt- und Realschüler mit denen der Aufgabe 7/1999 (in %)

	Gewinnmöglichkeiten						Gewinnwahrscheinlichkeit					
	Conni		Dana		Joachim		Conni		Dana		Joachim	
	HS	RS	HS	RS	HS	RS	HS	RS	HS	RS	HS	RS
Aufgabe 7/1999	48	66	43	61	49	62	16	32	10	23	9	21
Aufgabe 11/2001	71	84	69	81	70	83	39	61	27	49	26	47
Differenz	23	18	26	20	21	21	23	29	17	26	17	26

Es wurde bei allen Teilaufgaben in beiden Bildungsgängen ein bedeutender Zuwachs erreicht, wobei die Unterschiede zwischen den Bildungsgängen bei den absoluten Zuwächsen gering sind. Bei den Gewinnwahrscheinlichkeiten sind die Erfüllungsquoten in beiden Bildungsgängen etwa doppelt so groß und größer.

Anforderungen der Aufgabe 13/2002

- Deuten der Zeichnung als Urne mit 2 schwarzen und 3 weißen Kugeln
- Kenntnis des Wahrscheinlichkeitsbegriffes als Verhältnis von Anzahlen möglicher Ergebnisse
- Erkennen der impliziten Voraussetzung, dass die Wahrscheinlichkeit gezogen zu werden für alle Kugeln gleich ist (so genanntes „blindes“ Ziehen)
- Kenntnis der Möglichkeit zur Berechnung von Wahrscheinlichkeiten im Fall der Gleichwahrscheinlichkeit der Ergebnisse (Laplace-Formel)
- Kenntnis von Möglichkeiten zur Angabe einer Wahrscheinlichkeit

Die Aufgabe setzt lediglich elementare Kenntnisse zum Wahrscheinlichkeitsbegriff voraus, die nach dem Rahmenplan bereits in der Klasse 6 vermittelt werden sollen. Es ist keine Rechnung erforderlich, wenn die Wahrscheinlichkeit als gemeiner Bruch oder Verhältnis angegeben wird. Zur Angabe als Dezimalbruch oder in Prozent ist allerdings eine Umwandlung des Bruches 2/5 notwendig.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.9: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 13/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
richtige Lösung	84,8	66,8	48,9	69,7

Tabelle 4.10: Anteil der Schüler mit unterschiedlichen Darstellungen der richtigen Lösung (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Bruch: $\frac{2}{5}$	51,9	36,4	29,5	40,3
Prozentangabe: 40 %	55,0	34,1	21,6	38,9
Verhältnis: 2 : 5	1,5	3,8	1,0	2,5
Chancenverhältnis: 2 : 3	0,6	2,4	2,4	1,8
Dezimalbruch: 0,4	2,1	0,2	0	0,8
2 und mehr richtige Darstellungen	23,7	8,0	4,3	12,5

Das richtige Ergebnis kann auf fünf verschiedene Weisen angegeben werden: als Bruch ($\frac{2}{5}$), als Dezimalbruch (0,4), als Prozentangabe (40 %), als Verhältnis (2:5) und als Chancenverhältnis (2:3). Am häufigsten wurde bei den richtigen Lösungen die Darstellung als Bruch oder als Prozentangabe gewählt; Dezimalbrüche oder Verhältnisse traten sehr selten auf (vgl. Tabelle 4.10). Dies entspricht den Ergebnissen bei Aufgabe 12/2002 (s. o.).

Die Angabe des Verhältnisses 2:3 kann auf unterschiedlichen Überlegungen des Schülers beruhen. Er kann einmal das Verhältnis der Chancen (als Verhältnis der Wahrscheinlichkeiten eine schwarze oder weiße Kugel zu ziehen) meinen. Dies ist dann eine zwar im Unterricht kaum auftretende Betrachtung, aber als richtig anzusehen. Er kann aber auch fehlerhaft den Quotienten der Anzahl der schwarzen und weißen Kugeln (bzw. der betreffenden Möglichkeiten) gemeint haben. Dies wird deutlich, wenn Schüler neben dem Verhältnis 2:3 fehlerhafte Eintragungen vorgenommen, wie z. B. $66\frac{1}{3}$ % oder $\frac{2}{3}$. In diesen Fällen wurde die Lösung als falsch gewertet.

Viele Schüler, insbesondere Schüler im gymnasialen Bildungsgang, haben mehrere richtige Darstellungen gewählt (vgl. Tabelle 4.10). So wurde das richtige Ergebnis von 11,8 % aller Schüler und von 21,6 % der Schüler im gymnasialen Bildungsgang sowohl als Bruch als auch in Prozent angegeben.

Es kam allerdings auch vor, dass neben einer richtigen Ergebnisangabe auch falsche Eintragungen auftraten. So notierten 3,9 % der Schüler, die den Bruch $\frac{2}{5}$ eintrugen, dazu noch fehlerhafte Prozentangaben. Diese Schülerlösungen wurden dann insgesamt als falsch gewertet.

[1] Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: $\frac{2}{5}$; 0,4; 40 %; 2 : 5; 2 : 3

4.3 Ermitteln und Interpretieren von absoluten und relativen Häufigkeiten

Anforderungen der Aufgabe 14/2002

- Erfassen des Sachverhaltes: Erkennen, dass von Autos die Autofarbe ermittelt und einer Strichliste die Ergebnisse festgehalten wurden
- Kenntnis der Begriffe absolute und relative Häufigkeit
- Ablesen von Daten aus einer Tabelle durch Abzählen von Strichen
- Berechnen der relativen Häufigkeit als Bruch, Dezimalbruch oder in Prozent
- Interpretieren der relativen Häufigkeit durch Berechnung einer zu erwartenden absoluten Häufigkeit bei einer gegebenen Grundgesamtheit

Die Berechnung der zu erwartenden Anzahl blauer Autos ist auf zwei Weisen möglich:
A: Multiplikation der relativen Häufigkeit mit der Gesamtzahl
B: Inhaltliche Überlegung durch proportionales Schließen

Der eher an das formale Vorgehen angelehnte Weg A setzt voraus, dass die relative Häufigkeit berechnet wurde. Beim Weg B ist dies nicht erforderlich.

In der Aufgabestellung war nicht verlangt, einen Lösungsweg anzugeben, es war aber ein Kästchenfeld mit der Beschriftung „Lösungsweg“ neben den Antwortsätzen vorhanden. Die Schüler mussten also entscheiden, ob sie dort ihre Rechnungen (13 : 100 und 0,13 · 100000) eintragen oder die Rechnungen im Kopf ausführen.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.11: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 14/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
absolute Häufigkeit	44,0	43,4	39,2	42,9
relative Häufigkeit	45,3	23,8	8,8	28,4
erwartete Anzahl	62,8	34,7	16,2	40,8

Erstaunlich ist, dass in allen Bildungsgängen die Zahl der Schüler, die die zu erwartende Anzahl blauer Autos richtig angegeben haben, größer ist, als die Zahl derer, die die relative Häufigkeit richtig berechnet haben.

Zu vermuten ist, dass viele Schüler, auch die Mehrzahl der Schüler im gymnasialen Bildungsgang, mit den Begriffen absolute und relative Häufigkeit nichts anzufangen wussten. Es sind wesentlich bessere Ergebnisse zu erwarten, wenn die Aufgabenstellungen etwa in folgende Form erfolgt wären:

a) Geben Sie die Anzahl und den Anteil der blauen Autos bei der Verkehrszählung an!

Ein großer Teil der Schüler hat die Aufgabe oder Teile davon nicht bearbeitet.

[1] Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: abs. H.: 13; rel. H.: 0,13; $\frac{13}{100}$; 13 %; Erwartungswert: 13 000; ca. 13000

Tabelle 4.12: Anteil der Schüler, die Teile der Aufgabe 14/2002 nicht bearbeitet haben (in %)

nicht bearbeitet	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Lösungsweg zu a)	56,6	66,3	81,0	65,6
Lösung zu b)	43,4	62,6	80,3	59,3
absolute Häufigkeit	19,8	29,1	40,9	28,0
relative Häufigkeit	30,5	42,9	53,4	40,6
erwartete Anzahl	18,0	35,8	46,8	31,8
gesamte Aufgabe	10,2	20,1	30,4	18,6

Die Mehrzahl der Schüler, insbesondere der Schüler im Hauptschulbildungsgang, hat die angebotene Möglichkeit des Eintragens von Lösungswegen nicht genutzt. Viele von ihnen haben trotzdem Ergebnisse angegeben.

Eine relative Häufigkeit haben in allen Bildungsgängen weniger Schüler angegeben als einen Erwartungswert.

Der recht hohe Anteil der Schüler, die die gesamte Aufgabe nicht bearbeitet haben, ist vermutlich auf die fehlende Vertrautheit mit den Begriffen absolute und relative Häufigkeit zurückzuführen.

5 Können im Lösen von Sachaufgaben

Anforderungen der Aufgabe 2/2001

- Erfassen eines komplexen Sachverhalts und Analyse der Aufgabenbedingungen
- Auswahl der für die Lösung eines Aufgabenteils notwendigen Angaben aus getrennten Textstellen
- Ermitteln eines (bequemen) Prozentsatzes bei gegebenem Grund- und Prozentwert
- Bestimmen einer Fläche aus dem gegebenen Anteil und der Gesamtfläche
- Umrechnen von Flächeneinheiten
- Berechnung der Anzahl von Pflanzen aus der gegebenen Fläche einer Pflanze und der zur Verfügung stehenden Fläche
- Aufschreiben eines Lösungsweges und Ergänzen von Antwortsätzen

Mit Hilfe dieser Aufgabe sollte untersucht werden, wie den Schülern eine Sachanalyse gelingt und wie sicher und anwendungsbereit ihre Kenntnisse zur Bruch- und Prozentrechnung und zum Umgang mit Flächeneinheiten sind.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 5.1: Anteil der Schüler mit richtigen Ergebnissen[1] in den Antwortsätzen bei der Aufgabe 2/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 2a (33 1/3 %)	59,7	31,8	20,2	39,5
Aufgabe 2b (40 m²)	69,8	34,4	14,0	43,3
Aufgabe 2b (500 Pflanzen)	36,6	12,5	4,7	19,5
Aufgabe 2 alles richtig	26,6	8,3	3,5	13,8

Mit einer Erfüllung von insgesamt 13,8% bleibt das Ergebnis weit unter den Erwartungen der Aufgabenkommission. Selbst im gymnasialen Bildungsgang wurde nicht einmal eine Drittel-Erfüllung erreicht, in den anderen Bildungsgängen liegt sie unter 10%!

Im Gegensatz zu anderen Aufgaben dieser Vergleichsarbeit haben relativ viele Schüler die Aufgabe erst einmal in Angriff genommen (91,3 %), aber nur 13,8 % haben alle 3 Teillösungen richtig.

Weitere Analysen sollen Einblick in die häufigsten Fehler der Schüler geben. Dazu werden die Ergebnisse der 3 Teilaufgaben einzeln untersucht.

[1] Als richtig wurde für die Aufgabe a gewertet: 33 1/3 % bzw. 33,3...%, für die Aufgabe b: 500 Pflanzen. Fehlte bei a das Prozentzeichen bzw. bei b das Wort “Pflanzen”, galt das Ergebnis als richtig. (Analog dem Vorgehen bei der schriftlichen Abschlussprüfung, wo so etwas als Formverstoß gewertet wird.)

Tabelle 5.2: Häufige Fehler im Antwortsatz bei Aufgabe 2a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
30%	10,8	16,4	10,5	13,5
3%	2,5	3,6	2,6	3,0
33%	4,0	3,0	2,6	3,3
1/3	5,4	3,0	2,9	3,8
andere falsche Werte	10,5	27,4	30,7	22,1
kein Eintrag	4,7	14,6	30,4	13,7

Wie aus den Tabellen 5.1 und 5.2 hervorgeht, gaben etwa 2/3 der Gymnasiasten und etwa 1/3 der Realschüler 33 1/3 % als richtiges Ergebnis an. Bei mehr als der Hälfte (59,5 %) der gesamten Stichprobe wurden andere oder gar keine Ergebnisse aufgeschrieben. Aus der Fehleranalyse geht hervor, dass unter den anderen Ergebnissen (s. Tabelle 5.2) einige sehr nahe bei 33 1/3 % liegen.

Über 16% der Realschüler betrachten z.B. 30% als richtiges Ergebnis.

Es wird sicherlich unterschiedliche Auffassungen darüber geben, ob dieses Resultat bei dieser Aufgabe auch als richtig gewertet werden kann. Wie aus der Tabelle 5.2 hervorgeht, wurde das Ergebnis 30% recht häufig angegeben. Aus der Analyse der Lösungswege ist jedoch ersichtlich, dass die 30 % oft dadurch entstanden, dass die Schüler 1200/400 = 3 rechneten und aus diesem Ergebnis 30% “zauberten”, indem sie mit 100 % “multiplizierten”. Offensichtlich kannten sie den bequemen Prozentsatz 33 1/3 % nicht und konnten mit dem Quotienten 3 nichts anfangen. Somit entsprangen die 30 % nicht unbedingt dem Gedanken “1/3 sind ungefähr 30 %“, so dass das Ergebnis nicht in jedem Fall als richtig gewertet werden kann.

Akzeptierte man 33% und 1/3 als mögliche Ergebnisangabe, würde sich der Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen von 40,5 % auf 47,6 % erhöhen, was jedoch auch nicht zufrieden stellen kann.

Die Aufgabenkommission ging davon aus, dass 33 1/3 % zu den bequemen Prozentsätzen gezählt werden müsse. Die Lösungen dieser Aufgabe zeigen, dass das offensichtlich nicht die gängige Praxis ist. Es ist zu diskutieren, ob diese Prozentangabe wirklich bequem ist oder ob man nicht – wie umgangssprachlich üblich und auch inhaltlich richtig - Angaben wie “1/3 des Gesamten..” favorisieren sollte, die allerdings ohne Prozentangaben auskommen.

Wenn die Schüler 33 1/3 % nicht als bequemen Prozentsatz kennen, müssen sie trotzdem in der Lage sein, mit einer Methode der Prozentrechnung diesen Prozentwert zu berechnen.

Deshalb sollte die Auswertung dieser Aufgabe 2a auch Aufschluss darüber geben, welcher Lösungsweg für die Bestimmung des Prozentsatzes gewählt wurde. Dabei wurde durch die Auswertung erfasst, welche Schülerlösungen die Verwendung

- eines “bequemen” Prozentsatzes
- eines Dreisatzes
- einer Verhältnisgleichung
- einer Formel

erkennen lassen. Leider war es nicht immer möglich, die Lösungsaufzeichnungen der Schüler eindeutig den vier Auswertungsmerkmalen zuzuordnen, so dass die Kategorie “bearbeitet, aber keine Klassifikation möglich” entstand. In dieser finden sich verkürzte Lösungsniederschriften wie “1200:400” oder “400/1200” oder Rechnungen, die nicht nachvollziehbar sind.

In der letzten Spalte der Tabelle 5.3 wurde die relative Häufigkeit der richtigen Schülerlösungen (nur 33 1/3 %) unter der Bedingung eines eingeschlagenen Lösungsweges erfasst. Das soll zeigen, welche Lösungswege bei dieser Aufgabe mit hoher Wahrscheinlichkeit zu der richtigen Lösung führten.

Tabelle 5.3: Verwendeter Lösungsweg in Aufgabe 2a/2001 und Anteil richtiger Lösungen vom Lösungsweg, bezogen auf die Gesamtschülerzahl (in %)

	Bildungsgang			Gesamt	Anteil richtiger Lösungen bei dem Lösungsweg in %
	G	R	H		
allgemeine Formel (z.B. W/G = p/100)	22,9	15,7	7,3	16,8	51,4
Verhältnisgleichung richtig aufgestellt	19,3	10,0	4,7	12,4	51,9
Dreisatz richtig benutzt	12,8	9,4	14,9	11,5	60,6
bequemen Prozentsatz richtig erkannt	2,2	4,4	1,5	3,2	82,1
bearbeitet, aber keine Klassifikation möglich	19,7	11,2	3,2	12,8	70,0
nur geg und ges aufgeschrieben	1,1	1,4	2,0	1,4	31,0
bequemen Prozentsatz falsch angewendet (1200:400=3→ 30%, 3 %...)	10,5	16,9	12,3	13,9	21,8
falscher Lösungsweg	6,2	13,7	17,8	11,8	12,1
kein Eintrag	3,0	8,1	14,9	7,5	21,7
ganze Aufgabe nicht bearbeitet	2,2	9,2	21,3	8,7	0,0

Bei dem erkennbaren Schülervorgehen ist bemerkenswert: Der insgesamt weitaus geringste Anteil (3,2%) schrieb den Weg über den “bequemen” Prozentsatz (1/3 entspricht 33 1/3 %) ausführlich auf, obwohl das Zahlenmaterial dieser Aufgabe daraufhin angelegt war. Es ist davon auszugehen, dass auch ein erheblicher Anteil der Schüler, die eine Lösung aufgeschrieben haben, die nicht klassifiziert werden konnte (12,8 %), den bequemen Prozentsatz erkannt hat, dies aber nur andeutungsweise oder so aufgeschrieben hat, dass die Gedanken nicht nachvollziehbar waren.

Ein wesentlich größerer Anteil (29,2 %) bevorzugte ein Vorgehen über Zahlen- bzw. Größenverhältnisse, entweder durch Angabe einer allgemeinen Formel (z.B. $p = W \cdot 100/G$) oder einer konkreten Verhältnisgleichung (z.B. $400m^2/1200m^2 = p/100$). Diese beiden Wege wurden vorrangig am Gymnasium beschritten. Die Erfolgsquote, zum richtigen Ergebnis zu kommen, liegt allerdings beim “bequemen Prozentsatz” mit 82,2% (bzw. 70 % bei “bearbeitet, aber keine Klassifikation möglich) wesentlich höher als beim Vorgehen mithilfe von Verhältnisgleichungen (knapp 52 %). Das mag daran liegen, dass die Schüler keinen Taschenrechner benutzen durften und das Umstellen von Gleichungen für die Lösung notwendig war.

Der in vielen Lehrbüchern favorisierte Dreisatz wurde nur von den Hauptschülern am häufigsten genutzt und führte nur bei 60,6 % aller Nutzer zum richtigen Ergebnis. Auch hier mag das Fehlen des Taschenrechners negativ gewirkt haben.

Der Aufgabenteil 2b konnte unabhängig von der Lösung der Aufgabe 2a bearbeitet werden. Die Schwierigkeit dieses Aufgabenteils bestand neben der Sachanalyse darin, die Lösung in 2 Schritten zu planen (Planungshilfen waren die vorgegebenen Antwortsätze mit Leerzeichen):

1. 1/10 der Grünfläche berechnen, wozu die Grünfläche den $400m^2$ zugeordnet werden musste.
2. Den Quotienten aus dem Ergebnis $40m^2$ und $8dm^2$ bilden, wozu die Umrechnung der Flächen in eine gemeinsame Einheit (entweder m^2 oder dm^2) notwendig war.

Die folgende Tabelle gibt Aufschluss über die Lösungen, die in den 1. vorgegebenen Antwortsatz geschrieben wurden.

Tabelle 5.4: Häufige Fehler im Antwortsatz zur Grünfläche bei Aufgabe 2b/1/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
4, 40, 400, 0,4...mit falschen oder ohne Einheiten	4,7	3,1	2,6	3,6
0,1; 1; 10 mit oder ohne Einheiten	,7	3,7	2,1	2,4
12 oder 120 mit oder ohne Einheiten (%,dm² m²)	7,4	7,3	1,8	6,5
3,33; 0,33; 0,3; 3; 30 mit % oder dm²	2,9	3,8	3,2	3,4
Zahlenfolge 80.. mit oder ohne Einheiten (%, m²)	,8	3,4	5,8	2,9
Andere falsche Zahlen	2,2	6,2	6,7	4,9
kein Eintrag	11,4	38,3	63,7	33,1

Interessanterweise haben diesen einfachen Teil der Aufgabe 2 erwartungsgemäß mehr Schüler aus dem gymnasialen und aus dem Realschulbildungsgang richtig gelöst als Aufgabenteil 2a, aber weniger aus dem Hauptschulbildungsgang. Letztere haben ihn größtenteils (63,7 %) gar nicht bearbeitet. Das mag daran liegen, dass die zur Lösung notwendigen Angaben in 2 verschiedenen Textstellen zu suchen waren oder der kurze Text zu viele Angaben (5) enthielt.

Untersucht man die Lösungswege, die zu den falschen Ergebnissen geführt haben, im Zusammenhang zu den Eintragungen in den Antwortsatz, so sind es weniger Rechenfehler als vielmehr ein falsches Verständnis des Sachverhaltes oder der Aufgabenstellung. 20,1 % aller Schüler (2,4%+ 6,5%+ 3,4%+ 2,9%+ 4,9%) haben ein Zehntel von falschen Angaben, z.B. von 1200m², 800m² oder von der Prozentangabe aus der Lösung von 2a berechnet. Das deutet darauf hin, dass sie die Aufgabenstellung nicht verstanden oder 400 m² nicht als Grünfläche erkannt und damit den Sachverhalt unzureichend analysiert haben.

Lediglich die 3,6 % aller Schüler, die eine andere Zahl mit der Ziffernfolge 40...und einer falschen Einheit berechneten, konnten nicht durch 10 dividieren oder nicht richtig in eine andere Flächeneinheit umrechnen.

Tabelle 5.5: Häufige Fehler im Antwortsatz zur Anzahl der Pflanzen bei Aufgabe 2b/2/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
15,150,1500	5,5	4,8	1,5	4,5
5	4,6	3,5	4,4	4,0
50	25,7	14,4	7,6	17,2
5000	2,1	1,1	,9	1,4
falscher Eintrag	9,2	20,2	17,8	16,1
kein Eintrag	16,4	43,7	63,1	37,4

Die Zahl der richtigen Ergebnisse nimmt im 2. Aufgabenteil von 2b weiter ab. Das liegt natürlich daran, dass die Schüler Folgefehler machen. Falsche Angaben entstehen durch die Division des falschen Ergebnisses aus dem ersten Teil und den 8 dm², wie z. B. 1500 = 120m² / 0,08 m². Der größere Anteil falscher Ergebnisse ist jedoch der, dem der richtige Quotient, aber Umrechnungsfehler bei den Flächeneinheiten zugrunde liegen. Das sind die Ergebnisse 5; 50 oder 5000 mit beliebigen Einheiten.

Viele Schüler (erstaunlich viele Gymnasiasten) haben das Ergebnis 50 (Pflanzen) ermittelt. Bei einer genaueren Analyse stellt man fest, dass z.B. folgende Umrechnungsfehler dafür verantwortlich zu machen sind.

Es wurden einerseits 40 m² falsch in 400 dm² umgewandelt: 400 (dm²) : 8 (dm²) = 50

Andererseits wurden 8 dm² falsch in 0,8 m² umgewandelt: 40 (m²) : 0,8 (m²) = 50

Auch die falschen Eintragungen können in einer Fehleranalyse häufig als Quotienten aus falschen Größen und den 8 dm² nachvollzogen werden. Das zeigt, dass den Schülern die Analyse des Sachverhaltes für diese Teilaufgabe gelungen war und dass sie erkannt haben, dass ein Quotient gebildet werden musste, aber eine falsche Grünfläche zugrunde legten.

Damit sind Umrechnungsfehler bei den Flächeneinheiten - besonders bei den Gymnasiasten - am häufigsten Ursache für ein falsches Resultat bei Aufgabe 2b, was Anlass zum Nachdenken geben sollte.

Anforderungen der Aufgabe 10/2001

- Analyse eines Sachverhalts
- Entnehmen der für das Lösen einer Aufgabe notwendigen Angaben aus einer Tabelle, die auch Angaben enthält, die für das Lösen der Aufgabe nicht erforderlich sind
- Schließen von einer Einheit auf eine Vielheit
- Lösen einfacher Multiplikations- bzw. Additionsaufgaben

Bei dieser Aufgabe mussten notwendige Angaben für das Finden der Lösung einer Tabelle entnommen werden. In der Tabelle standen auch Angaben, die für das Lösen nicht erforderlich waren.

Der nur wenig mehr als eine Zeile lange Fragesatz enthielt vier Informationen, die vom Schüler zu verarbeiten waren:

Tabelle 5.6: Informationen im Fragesatz von Aufgabe 10/2001

Information	300 (min)	Internetnutzung pro Monat	Hauptzeit	Anbieter
wird gebraucht als	Multiplikator	Grundgebühr	Entscheidung für Minutenpreis	Zuordnung zu den Preisangaben

Die richtige Analyse des Sachverhalts war das Hauptanliegen der Aufgabe. Das Zahlenmaterial und die erforderlichen Umrechnungen sind relativ einfach gehalten.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 5.7: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei den Teilaufgaben der Aufgabe 10/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Hinz 1. Schritt 6,00 DM	90,3	79,1	50,9	78,4
Hinz gesamt 14,00 DM	78,6	51,9	25,1	56,8
Kunz gesamt 12,00 DM	88,6	70,3	41,8	71,9

[1] Richtig gewertete Eintragungen sind 14,00 [DM] für Anbieter Hinz und 12,00 [DM] für Anbieter Kunz.

Tabelle 5.7 zeigt, dass im gymnasialen Bildungsgang das für das Lösen dieser Aufgabe erforderliche Grundwissen vorhanden ist. Nicht so gut sieht es in den anderen Bildungsgängen aus. Vielen Hauptschülern gelingt es nicht, alle Informationen dieser Aufgabe richtig zu verarbeiten.

Es fällt auf, dass viele Schüler mit der Berücksichtigung der monatlichen Grundgebühr Probleme hatten. Der Tabelle 10.1 kann man weiterhin entnehmen, dass der Anteil der Schüler, die den richtigen Endpreis (Anbieter Hinz) angegeben hat, deutlich geringer ist als der Anteil, der das Zwischenergebnis (Minutenpreis) richtig hat. (Differenzen: Gymn. 11,7%, RS 27,2%, HS 25,8%).

Ursachen dafür können neben einer oberflächlichen Bedingungsanalyse Rechen- und Umrechnungsfehler oder einfach das Vergessen der Grundgebühr sein. 10,4% der Schüler gaben nämlich nur den errechneten Minutenpreis ohne die Addition der Grundgebühr als Ergebnis an. Hauptfehler bei der Berechnung des Preises für den 2. Anbieter ist die Angabe von 120,00 DM (statt 12,00 DM) als Ergebnis. 1200 Pf wurden von 3,8% der Schüler falsch in 120,00 DM umgerechnet. (s. Tabelle 5.8)

Tabelle 5.8: Häufige Fehler bei Aufgabe 10/2001 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Hinz (richtig: 14,00 DM)	6,00 DM	7,9	12,1	10,5	10,4
	17,00 DM	1,4	2,1	3,2	2,0
Kunz (richtig: 12,00 DM)	120,00 DM	1,8	4,7	5,3	3,8
	1200,00 DM	1,5	2,4	4,1	2,4
	18,00 DM	1,5	2,1	3,5	2,1

Häufig sind Zusammenhänge in einer Tabelle dargestellt. Wird dem Schüler eine entsprechende Aufgabe vorgelegt, so muss er die für die Lösung des Problems relevanten Daten aus der Tabelle heraus finden und geeignet verknüpfen.

Die Auswertung unserer Aufgabe zeigt, dass fast die Hälfte der Realschüler Schwierigkeiten damit hat (s. Endergebnis Hinz). Solche Aufgaben könnten, wenn sie die Schüler interessierendes oder von ihnen ermitteltes Datenmaterial enthielten, zusätzlich die Motivation und Lösungsbereitschaft erhöhen.

Anforderungen der Aufgabe 2/2002

- Erfassen und Analysieren eines Sachverhaltes.
- Erkennen, dass ein Teil als Anzahl und der Rest des Ganzen als Anteil gegeben sind.
- Erkennen der Grundaufgabe "Berechnung des Ganzen (des Grundwertes) aus einem Anteil".
- Finden einer geeigneten Lösungsidee durch Anwendung heuristischer Regeln.
- Erkennen des entscheidenden Zwischenschrittes: 360 Schüler sind ¾ aller Schüler.
- Berechnung und Kontrolle des Ganzen
- Eintragen des Ergebnisses in den Antwortsatz

Diese Aufgabe muss im Rahmen der Forderungen nach sicherem Wissen und Können als schwer für Schüler der 9. Klasse eingestuft werden. Sie entspricht keinem typischen und häufig geübten Aufgabentyp.

Die Schwierigkeit dieser Aufgabe liegt darin, dass die 2 Anteile eines Ganzen in unterschiedlichen Darstellungen (Anzahl = 360 Schüler und Bruch = 1/4) gegeben sind, aus denen die Gesamtschülerzahl zu berechnen ist. Die Formulierung der Aufgabe legt die Berechnung eines Viertels nahe, wobei erst bei genauer Analyse des Sachverhaltes klar wird, dass die 360 Schüler nicht das Ganze sind. Die Schüler müssen erfassen, dass die gegebene Anzahl der Schüler nur einem Anteil von drei Vierteln entspricht. Dazu wäre eine Skizze oder eine Tabelle hilfreich, für die jedoch auf dem Arbeitsblatt kein Platz vorgesehen war.

Erst nach erfolgreicher Analyse und richtiger Zuordnung der 360 Schüler zu ¾ können die Schüler die Berechnung des Ganzen in Angriff nehmen. Dafür sind dann verschiedene Lösungswege möglich. Sie können die Anzahl der Schüler berechnen, die einem Viertel entspricht (360:3=120), diese 120 zu den 360 Schülern addieren oder mit 4 multiplizieren. Andere Schüler können die 360 gleich mit 4/3 multiplizieren. Jeder Lösungsweg ist Ausdruck einer anderen Lösungsidee.

Die Aufgabe ist nicht der Prozentrechnung zuzuordnen, aber mit ihren Methoden lösbar, wenn die ¼ als 25% aufgefasst und den 360 Schülern 75% zugeordnet werden. Daher können Vergleiche mit der Aufgabe 2/2001 gezogen werden.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 5.9: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen bei den Teilaufgaben der Aufgabe 2/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Rechnung	45,0	20,0	11,1	26,7
Lösung	47,6	20,2	11,4	27,7

Da bei dieser Aufgabe in keinem Bildungsgang und von keiner Schule eine Zwei – Drittel – Erfüllung erreicht wurde, werden im Folgenden die Lösungswege und die eingetragenen Lösungen analysiert, um die typischen Fehler zu finden.

Tabelle 5.10: Anteil der Lösungswege bei Aufgabe 2/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Richtige Analyse→ 360/3=120, 120+360=480 oder 120*4=480	45,0	20,0	11,1	26,7
Falsche Analyse→ 360/4=90, 90+360=450	31,8	33,1	23,0	31,0
Falsche Analyse→ 360:4 , 360*0,25 , 360*1/4	1,3	6,5	6,2	4,8
Falsche Analyse→ 360*4=(1440) oder 360:1/4	1,3	4,4	4,3	3,4
richtige Verhältnisgleichung (z.B. x/100=360/75)	2,8	,2		1,0
falsche Verhältnisgleichung	4,1	2,2	,5	2,5
1/4=25, 360+25=(385)	,6	4,1	6,6	3,4
falsche Rechnung	6,5	12,9	18,0	11,7
Kein Eintrag	6,4	16,5	30,3	15,5

Der grundlegende Fehler ist darin begründet, dass die Schüler bei der Analyse des Sachverhaltes nicht erfassten, dass die 360 Schüler nicht die Gesamtzahl aller sind. Deshalb dividierten sie die Anzahl von 360 nicht durch 3, sondern durch 4. Im Real- und Hauptschulbildungsgang hatten nicht nur die 33,1 % bzw. 23,0 % der Schüler, die 450 berechneten, diesen falschen Grundgedanken, sondern auch die 6,5% bzw. 6,2 % der Schüler, die nach der Division von 360 durch 4 ihre Rechnung abbrachen oder falsch weiterführten. Damit beschritten in diesen Bildungsgängen wesentlich mehr Schüler diesen falschen Weg als den richtigen. Auch im gymnasialen Bildungsgang waren 31,8% + 1,3 % = 33,1% der Schüler diesem oberflächlichen falschen Analyseergebnis und damit auch dem falschen Rechenweg gefolgt. Folgende Unzulänglichkeiten könnten zu diesem falschen Gedanken geführt haben:

- Schüler rechnen im Unterricht vorwiegend Teile eines Ganzen aus und sind auf diesen Aufgabentyp fixiert.
- Schüler analysieren den Sachverhalt nicht tiefgründig und machen sich zu wenig inhaltliche Vorstellungen darüber.
- Schüler suchen nach formalen Rechenwegen anstelle von eigenen Veranschaulichungen des Sachverhaltes. In keiner Schülerarbeit war als Hilfe zur Analyse und Ideenfindung z.B. eine Skizze, eine Tabelle, ein Zahlenstrahl o.ä. zu finden. Es war allerdings auch kein Platz dafür vorgesehen.

Da sich in den Lösungswegen der Aufgabe 2/2001 eine starke Fixierung der Gymnasiasten auf die Nutzung von Verhältnisgleichungen manifestierte, wurden bei der Auswertung dieser Aufgabe die Fehlergruppen “richtige bzw. falsche Verhältnisgleichungen” (z.B.: x/100=360/75) aufgenommen. Es haben jedoch nur sehr wenig Schüler diese Aufgabe mithilfe von Verhälnisgleichungen gelöst, die jedoch vorrangig das Gymnasium besuchten.

Tabelle 5.11: Häufige falsche Lösungen von Aufgabe 2/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
450	34,0	35,0	24,2	32,9
1440	2,3	3,8	3,3	3,2
andere falsche Zahlen	8,8	24,6	34,6	21,1
kein Eintrag	7,3	16,4	26,5	15,1

Bei den Lösungen der 2. Aufgabe sind die prozentualen Erfüllungen ähnlich wie bei den entsprechenden Lösungswegen. Die Schüler führten also einen eingeschlagenen Rechenweg mit hoher Wahrscheinlichkeit richtig aus. Damit wird deutlich, dass die Probleme der Schüler nicht bei den Rechenfertigkeiten, sondern bei der Analyse des Sachverhaltes und der Wahl des richtigen Lösungsweges zu suchen sind.

Interessant ist noch, dass 7,3% der Gymnasiasten keine Lösung eintrugen, obwohl nur 6,4 % keinen Lösungsweg in Angriff nahmen. Das bedeutet, dass Einige erkannten, dass sie nicht zum richtigen Ergebnis gekommen waren. Bei den Hauptschülern schrieben 30,3 % keinen Lösungsweg in das vorgegebene Raster. Allerdings fanden nur 26,5 % keine Lösung. Das zeigt, dass es Einigen schwer fällt, den Rechenweg aufzuschreiben. 2 Hauptschüler fanden ohne eingetragene Rechnung zur richtigen, 4 zur Lösung 450.

Anforderungen der Aufgabe 10/2002

- Erfassen eines überschaubaren Sachverhaltes und Analyse der Aufgabenbedingungen
- Erkennen, dass eine für die Rechnung überflüssige Angabe im Text enthalten ist
- Berechnung einer zugeordneten Größe bei Zugrundelegung eines proportionalen Zusammenhangs zwischen den gegebenen Größen
- Eintragen eines Lösungsweges und Ergänzen eines Antwortsatzes

Diese Aufgabe ist eine typische Sachaufgabe zu proportionalen Zusammenhängen. Sie sollte testen, wie den Schülern die Sachanalyse gelingt und welche Methoden sie zur Lösung benutzen.

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 5.12: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen bei den Teilaufgaben der Aufgabe 10/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Rechnung	85,7	66,3	40,8	68,4
Lösung	85,1	66,9	42,9	68,8

Wie die Tabellen zeigen, haben die Schüler diese Aufgabe zufrieden stellend gelöst.

Im Folgenden sollen die Eintragungen der Schüler in das vorgegebene Raster tiefgründiger analysiert werden, um Gewohnheiten der Schüler beim Bearbeiten von Sachaufgaben einerseits und Methoden zur Berechnung von Größen proportionaler Zusammenhänge andererseits aufzuspüren.

Tabelle 5.13: Anteil der Schüler, die Angaben zu den gegebenen und gesuchten Größen aufgeschrieben haben, vom Bildungsgang (in %) bei Aufgabe 10/2002

	Bildungsgang			Gesamt	Anteil (in %) richtiger Lösungen von geg., ges., unabhängig vom Bildungsgang
	G	R	H		
Geg. und ges.100km→8l; 225km→...l	9,1	3,3	0,9	4,8	84,3
Geg.:100km→8l	4,5	24,8	12,1	16,0	79,4
Ges.: 225km→...l	0,1	0	0,2	0,1	100,0
100km→8l; 225km→...l; Angabe zum Preis	2,3	1,7	1,4	1,9	61,7
100km→8l; Angabe zum Preis	3,4	4,3	4,0	4,0	58,0
kein gegeben/gesucht geschrieben	80,6	65,9	81,3	73,3	66,3

Obwohl in dem vorgegebenen Raster nur “Lösungsweg” stand, war es möglich, zuerst über die gegebenen und gesuchten Größen zu reflektieren und ihre Zuordnung aufzuschreiben. Wenn diese Gedanken in irgendeiner Form aus der Schülerarbeit ersichtlich waren, auch wenn nicht deutlich durch “gegeben/gesucht” ausgewiesen , wurden sie einer der oben genannten Kategorie zugeordnet.

Der überwiegende Teil der Schüler – wahrscheinlich durch die Vorgabe “Lösungsweg” davon abgehalten – schrieb keine Angaben zu den gegebenen und gesuchten Größen auf. Allerdings gehört es zur Analyse des Sachverhaltes, sich über den Zusammenhang zwischen den gegebenen und der gesuchten Größe Klarheit zu verschaffen. Bei dieser Aufgabe mussten die Schüler spätestens bei der Planung des Lösungsweges erkennen, dass die Angabe des Literpreises unwesentlich für die Lösung der Aufgabenstellung war.

Aus der Tabelle ist ebenfalls ersichtlich, dass die Schüler, die die Zuordnung zwischen den gegebenen und gesuchten Größen richtig aufschrieben und den Preis vernachlässigten, den höchsten Anteil richtiger Lösungen besaßen, während die Schüler, die nur formal die gegebenen Größen erfassten, den geringsten Anteil richtiger Lösungen aufwiesen.

Diese Übersicht zeigt noch einmal, wie wichtig die Analyse des Sachverhaltes und die schriftliche Fixierung ihrer Ergebnisse in einer beliebigen Darstellung für den Lösungserfolg der Aufgabe sind.

Tabelle 5.14: Anteil der Schüler, die sich für einen ausgewählten Lösungsweg entschieden haben (in %)

	Bildungsgang			Gesamt	Anteil (in %) richtiger Lösungen vom Lösungsweg
	G	R	H		
Addition (8l+8l+2l=18l)	31,2	27,4	19,0	27,2	94,5
verkürzte Addition (16l+2l=18l)	0,6	14,6	7,6	8,8	100
Zweisatz mit 1km : 1km→0,08l; 225km→0,08l*225=18l	16,5	7,4	6,9	10,3	81,1
Zweisatz mit 100km :100km→8l; 225km→8l*2,25=18l	16,5	7,1	2,6	9,4	83,1
Verhältnisgleichung (225/X=100/8 oder 100/8=225/X)	7,3	1,7	0,2	3,3	86,6
Verhältnisgleichung (X/225=8/100 oder 8/100 = X/225)	4,1	1,3		2,0	78,4
Andere Lösungswege	21,7	26,7	32,7	26,2	47,8
Kein Eintrag	2,1	13,8	31,0	12,8	23,2

In dieser Tabelle sind die häufigsten Lösungswege aufgelistet. Es ist ersichtlich, dass die meisten Schüler die 225 km in 2*100 km und 1*25 km zerlegten und den 25 km einen Verbrauch von 2 Litern zuordneten. Unabhängig davon, ob die Schüler die Zwischenschritte (z.B. 100 km→8 l) aufschrieben oder sie im Kopf lösten, wurden sie der ersten bzw. zweiten Lösungsgruppe zugeordnet. Diese 36% aller Schüler haben den Sachverhalt richtig analysiert und die Aufgabe inhaltlich gelöst. Sie erreichten den höchsten Anteil richtiger Lösungen.

19,4 % aller Schüler, die jedoch vorwiegend dem gymnasialen Bildungsgang entstammten, nutzten den Zweisatz. Dadurch erschwerte sich die Rechnung zu einer Multiplikation mit Dezimalzahlen. Das wird die Ursache für den geringeren Anteil richtiger Lösungen sein.

Wie bereits bei anderen Aufgaben verwendeten wieder einige Gymnasiasten Verhältnisgleichungen, wobei sogar diejenigen erfolgreicher waren, die die gesuchte Größe im Nenner hatten.

Interessant ist die Analyse der Schülerarbeiten, bei denen kein Lösungsweg zu finden ist. Das sind zwar sehr wenig Gymnasiasten, jedoch 13,8 % der Real- und 31 % der Hauptschüler. Von diesen Schülern haben fast 30 % der Real- und 18 % der Hauptschüler richtige Lösungen (In der Tabelle 5.14 erscheint nur der Mittelwert über alle Bildungswege von 23,2%). Wenn man davon ausgeht, dass die richtigen Lösungen nicht abgeschrieben wurden, sollten diese Zahlen Anlass zum Nachdenken geben: Lernen die Schüler im Unterricht, ihre Gedanken strukturiert aufzuschreiben oder werden sie in dem Wunsch nach mathematischer Exaktheit zu Formalien erzogen, die sie sich nicht merken können und die den gegenteiligen Effekt der Verprellung haben?

Tabelle 5.15: Angaben zum Umgang mit den Einheiten (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Einheiten stets mitgeführt	57,4	37,3	20,9	41,1
Einheiten nur teilweise mitgeführt	30,0	13,1	12,1	18,5
ohne Einheiten gerechnet	12,6	49,6	67,1	40,4

Die Tabelle 5.15 verdeutlicht, dass mehr als die Hälfte aller Gymnasiasten exakt die Einheiten bei der Rechnung mitgeführt haben, während die überwiegende Mehrheit der Hauptschüler ohne Einheiten gerechnet hat.

6 Geometrisches Können

In der Vergleichsarbeit 9/2001 werden dem geometrischen Können die Aufgabe 4/2001 (Arbeiten in einem Koordinatensystem), die Aufgabe 5 (Räumliches Vorstellungsvermögen), die Aufgabe 6a (Berechnung des Flächeninhalts eines rechtwinkligen Dreiecks), die Aufgabe 6b (Konstruktion einer Mittelsenkrechten), die Aufgabe 7 (Konstruktion eines Parallelogramms; Einzeichnen einer Diagonalen), die Aufgabe 8a (Erkennen eines Vierecks) und die Aufgabe 8b (Anwenden eines Satzes) zugeordnet.[1] Bei der Vergleichsarbeit 9/2002 sind dies die Aufgaben 5 (Berechnung eines Winkels im gleichschenkligen Dreieck mit Begründung), die Aufgabe 6 (Begründung von Existenzaussagen), die Aufgabe 7 (Erzeugen des Spiegelbildes eines Dreiecks), die Aufgabe 8 (Räumliches Vorstellungsvermögen) und die Aufgabe 9 (Erkennen eines Vierecks).

Bei allen Aufgaben wird vorausgesetzt, dass die im Aufgabentext verwendeten Begriffe den Schülern bekannt sind.

6.1 Arbeiten in einem Koordinatensystem

Anforderungen der Aufgabe 4/2001

- Angabe der Koordinaten von in einem Koordinatensystem (mit Raster) vorgegebenen Punkten
- Eintragen von durch ihre Koordinaten gegebenen Punkte in ein Koordinatensystem (mit Raster)
- Kennen der Eigenschaften einer Geradenspiegelung und richtiges Zuordnen eines Bildpunktes zu einem (im Koordinatensystem) gegebenen Originalpunkt

Durch die Vorgabe eines Rasters ist das Finden der Bildpunktkoordinaten bei der Geradenspiegelung nicht nur konstruktiv, sondern auch durch Ablesen möglich.

Interessant an dieser Aufgabenstellung ist, dass der Punkt Q, nach dessen Koordinaten schon unter a gefragt worden war, der Lösungspunkt der Aufgabe c ist. Trotzdem sollte man die Aufgabenstellung nicht als zu einfach bezeichnen, da das Raster zum Abzählen verleitet und dann häufig das Resultat einer Punktspiegelung angegeben wird (siehe weiter unten).

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.1: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[2] bei Aufgabe 4/2001 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Aufgabe 4a	P(-2;1)	99,0	84,3	73,1	87,5
	Q(1;-2)	98,3	84,8	69,9	87,1
Aufgabe 4b	R richtig	88,7	69,5	49,4	72,8
	S richtig	95,5	87,4	76,3	88,5
Aufgabe 4c	Q angegeben	60,7	38,1	26,3	44,0

[1] Die inhaltliche Auswertung der Tabellen zum geometrischen Können für das Jahr 2001 erfolgte im Seminar “Didaktik der Mathematik” des Institutes für Mathematik und Informatik der Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald. Am Projekt “Vergleichsarbeiten im Fach Mathematik” waren Madlen Braun, Christian Gembus, Katrin Gerwien, Urte Kasüske und Sina Luthmann beteiligt.

[2] Zur Lösung a gehört das vollständige und richtige Ergänzen der Koordinaten und bei b das richtige Eintragen der Punkte. Bei c ist Q der anzugebende Punkt.

Tabelle 6.2: Häufige Fehler bei Aufgabe 4/2001 (in %)

		Bildungsgang			Gesamt
		G	R	H	
Aufgabe 4a	P(1;-2) Q(-2;1)	0,4 0,7	10,8 10,4	17,5 20,5	8,3 8,7
Aufgabe 4b	R(-1;0)	6,2	14,0	18,4	12,0
Aufgabe 4c	(2;-1)	20,8	15,3	9,0	16,2

Erfahrungsgemäß bereitet das Eintragen von Punkten, die auf den Achsen liegen, besondere Schwierigkeiten. Die Ergebnisse dieser Vergleichsarbeit bestätigen diese Erfahrung. Schaut man sich in Tabelle 6.1 die betreffende Aufgabe 4b an, stellt man die Unterschiede zwischen den Punkte R und S fest. Der Punkt R als auf der y-Achse liegender Punkt wurde in allen Bildungsgängen weniger häufig richtig eingetragen als der Punkt S. Die Differenzen betragen im gymnasialen Bildungsgang 6,8 %, im Realschulbildungsgang 17,9 % und im Hauptschulbildungsgang 26,9 %.

Damit sind die beiden Problembereiche beim Lösen dieser Aufgabe ermittelt:

– Die Schüler haben Schwierigkeiten beim Eintragen eines Punktes, der auf einer Koordinatenachse liegt. Hauptfehler hierbei ist das Vertauschen der Koordinaten (12,0 %).
– Nur 44,4 % der Schüler geben den Bildpunkt bei einer Spiegelung richtig an, obwohl sie verschiedene Lösungswege einschlagen konnten. Der konstruktive Weg wurde selten genutzt. 16,2% der Schüler geben das Resultat einer Punktspiegelung am Koordinatenursprung an, nämlich einen Punkt mit den Koordinaten (2;-1). Besonders auffällig ist die Fehlerquote der Gymnasiasten (20,8 %) , während die der Hauptschüler 9,0 % beträgt.

Hieraus sollten sich Ansatzpunkte für entsprechende Übungen im Unterricht ergeben. Das Augenmerk in den Übungen ist besonders auf Aufgabe c zu richten. Hier gibt es die schlechtesten Ergebnisse. Leider konnte durch die Auswertung nicht erfasst werden, wie die Schüler zu ihren Ergebnissen gekommen sind. So etwas kann und sollte im Unterrichtsgespräch herausgefunden werden. In solchem Zusammenhang könnten die Eigenschaften einer Geradenspiegelung wiederholt werden. Insbesondere scheint das in den Gymnasialklassen notwendig zu sein, denn hier haben viele Schüler (sicherlich durch das Auszählen im Raster) das Ergebnis einer Punktspiegelung angegeben.

6.2 Räumliches Vorstellungsvermögen

Anforderungen der Aufgaben 5/2001 und 8/2003

– Erkennen der Körper aus einem Schrägbild
– Erkennen der Grundrissfläche
– Ergänzen des vorgegebenen Grundrisses

Ausgewählte Ergebnisse

Bei Aufgabe 5a/2001 besteht die Möglichkeit, dass Schüler auch ohne räumliches Vorstellungsvermögen und ohne Kenntnisse über Grundrisse ein Quadrat als Grundriss zeichnen, da jede Fläche eines Würfels ein Quadrat ist. Die richtige Lösung von Aufgabe 5b/2001 und von Aufgabe 8b/2002 erfordern bereits ein gewisses Maß an Raumvorstellungsvermögen und Kenntnisse über Grundrisse, da die Schüler erkennen müssen, dass aus der erforderlichen „Blickrichtung“ die Kreisflächen verschwinden und nur als Strecken erscheinen. Eine kleine Hilfe könnte hier die vorgegebene Strecke gewesen sein. Aufgabe 5c/2001 und Aufgabe 8c/2002 erhöhen noch einmal das Anforderungsniveau, denn im Gegensatz zur Aufgabe 5b/2001 bzw. 8b/2002 ist hier die „Sicht von oben“ für die Lösung der Aufgabe von größerer Bedeutung. Letzteres trifft ebenfalls auf die Aufgabe 8a/2002 zu. Der unterschiedliche Schwierigkeitsgrad der Aufgaben zeigt sich auch in den Ergebnissen (vgl. Tabelle 6.3 und Tabelle 6.4).

Tabelle 6.3: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei der Aufgabe 5/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 5a (Würfel)	84,3	74,0	58,2	75,0
Aufgabe 5b (Kreiszylinder)	81,2	68,9	54,7	70,9
Aufgabe 5c (Prisma; Grundriss)	68,7	54,5	43,6	57,6
Aufgabe 5c (Prisma; Fläche)	66,3	49,4	25,7	51,4

Tabelle 6.4: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[2] bei der Aufgabe 8/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 8a (Pyramide)	50,4	47,4	38,0	46,8
Aufgabe 8b (Kreiszylinder)	83,3	74,4	59,6	74,8
Aufgabe 8c (Prisma; Grundriss)	60,0	56,0	39,0	54,5

Betrachtet man die unterschiedlichen Anforderungen bei der Lösung der einzelnen Teilaufgaben, so wird man als Gradmesser für ein sicheres Wissen und Können im räumlichen Vorstellungsvermögen wohl nur die Aufgaben 5c/2001, 8a/2002 und 8c/2002 ansehen. Die Ergebnisse bei diesen Aufgaben können sowohl 2001 als auch 2002 insgesamt gesehen nicht zufrieden stellen. Vergleicht man die Aufgaben 5c/2001 und 8c/2002 bezüglich derjenigen Schüler, die diese Aufgabe nicht bearbeitet haben, so ergeben sich nur geringe Veränderungen, etwa jeder fünfte Schüler hat diese Aufgaben nicht bearbeitet. Auch der Fehler „Ungenaue Zeichnung, aber sonst richtiger Grundriss" hat sich mit einem Anteil von etwa 5 % bei Aufgabe 5c/2001 und 8c/2002 nicht verändert. Die auftretenden Fehler sind damit vor allem inhaltlicher Natur. Insofern ist hier noch ein erheblicher Handlungsbedarf bezüglich der Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens und -darstellungsvermögens zu verzeichnen, wenn das gestellte Ziel erreicht werden soll, dass 67 % der Schüler diese Anforderungen aus dem Bereich des sicheren Wissens und Können bewältigen sollen.

[1] Ein Schülerergebnis wurde als richtig gewertet, wenn der Grundriss unter Verwendung der vorgegebenen Stücke und mit einer Genauigkeit von +/- 2mm richtig gezeichnet wurde. Traten zusätzliche Linien, überstehende Linien usw. auf, so wurde das Ergebnis bereits als nicht richtig gewertet.
[2] Siehe Fußnote 1.

6.3 Bestimmen des Flächeninhalts eines rechtwinkligen Dreiecks

Anforderungen der Aufgabe 6a/2001

- Auswahl der zur Berechnung notwendigen Stücke
- Auswahl einer Formel zur Berechnung des Flächeninhaltes eines Dreiecks
- Einsetzen der Werte in die Formel; Ausrechnen

Ausgewählte Ergebnisse

Der Tabelle 6.5 ist zu entnehmen, dass etwa ein Drittel der Schüler den Flächeninhalt des Dreiecks richtig ausrechnete. Dabei ist der Leistungsunterschied zwischen den einzelnen Bildungsgängen recht beachtlich, insbesondere zwischen dem gymnasialen Bildungsgang und den beiden anderen Bildungsgängen. Die Ergebnisse sollten zum Nachdenken anregen, zumal Berechnungen am rechtwinkligen Dreieck schon in Klassenstufe 6 Gegenstand des Unterrichts sind und auch danach immer wieder eine Rolle im Unterricht spielen sollten.

Tabelle 6.5: Anteil der Schüler mit richtigen Lösungen[1] bei Aufgabe 6a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 6a (Zahlenwert)	57,9	22,2	13,2	33,0
Aufgabe 6a (Formel $A=\frac{1}{2}ab$)	42,8	18,2	12,6	25,8

Tabelle 6.6: Fehlerhafte Zahlenangaben bei Aufgabe 6a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
3,5	1,1	0,3	1,2	0,7
7,5	0,7	0,8	1,8	0,9
12,0	3,4	10,5	16,4	9,0
24,0	1,5	1,8	0,9	1,6
30,0	0,8	1,1	0,6	0,9
60,0	16,0	40,4	42,4	32,3
Andere	9,5	11,3	6,4	9,9
Nicht bearbeitet	9,0	11,6	17,3	11,6

Sieht man in Tabelle 6.6 vom Anteil der Nichtbearbeitung der Aufgabe ab und betrachtet die auftretenden Hauptfehler, so ist bemerkenswert, dass der Zahlenwert 60 in allen Bildungsgängen am häufigsten auftrat. Es ist anzunehmen, dass die Schüler nach einer Möglichkeit suchten alle Zahlen zu verarbeiten. Hier bot sich die Berechnung des Volumens eines Quaders oder auch des Umfangs eines Dreiecks an. Letzteres wäre auch eine Erklärung für den zweithäufigsten Wert 12. Dieser Wert kann aber auch durch eine unterlassene Division durch 2 entstanden sein.

Die Angaben in Tabelle 6.7 unterstreichen noch einmal das Gesagte bezüglich der Entstehung der Werte 60 und 12. Von den beiden möglichen Berechnungsvarianten haben fast alle Schüler des Realschul- und des Hauptschulbildungsgangs, die zum richtigen Ergebnis gelangten, die Formel für das rechtwinklige Dreieck genutzt, während ein Drittel dieser Gymnasiasten die des allgemeinen Dreiecks unter Benutzung der Seite c als Grundseite verwendete. Ob letzteres positiv gewertet werden kann,

[1] Bei Aufgabe 6a/2001 wurde der Zahlenwert ”6” und die Formel ” $A=\frac{1}{2}ab$ ” als richtig gewertet.

hängt davon ab, ob man es akzeptiert, dass für die Rechnung notwendige Werte durch Messen beschafft werden.

Tabelle 6.7: Häufig angegebene Formeln bei Aufgabe 6a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
$\frac{1}{2} \cdot a \cdot b$	42,8	18,2	12,6	25,8
$\frac{1}{2} \cdot c \cdot h$	18,9	3,0	0,9	8,1
$a+b+c$	0,7	7,7	12,6	6,1
$a \cdot b \cdot c$	16,6	43,4	44,7	34,4
Andere	13,2	16,5	12,6	14,7
Keine Formel	7,9	11,1	16,7	10,9

6.4 Zeichnen von Mittelsenkrechten und Spiegelbildern

Anforderungen der Aufgabe 6b/2001

- Bestimmen der Seite, zu der die Mittelsenkrechte konstruiert werden soll
- Konstruktion der Mittelsenkrechten

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.8: Anteil der Schüler mit richtiger Lösung bei Aufgabe 6b/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 6b[1] (mit Zirkel und Lineal)	65,4	37,7	11,1	42,9
Aufgabe 6b (ohne Zirkel und Lineal)	3,4	4,6	5,0	4,3

Das Konstruieren einer Mittelsenkrechten war bereits 1999 in der Vergleichsarbeit für die Klassenstufe 7 gefordert. Bei dieser Aufgabe (3b/1999) war eine Strecke vorgegeben, zu der die Mittelsenkrechte zu konstruieren war. Im Realschulbildungsgang haben 49 % der Schüler die Aufgabe 3b/1999 richtig, im Hauptschulbildungsgang 18 %. Schüler des gymnasialen Bildungsgangs nahmen 1999 nicht an Vergleichsarbeiten teil, so dass hier Vergleichswerte fehlen. Die Aufgabe 6b/2001 hat ein etwas höheres Anforderungsniveau als die Aufgabe 3b/1999, da hier die Mittelsenkrechte zu einer Seite eines Dreiecks konstruiert werden muss. Der geringere Erfüllungsstand kann wohl nicht allein aus der höheren Anforderung erklärt werden. Wie auch bei den anderen Aufgaben muss hier die Frage gestellt werden, ob der nachfolgende Unterricht in ausreichender Weise zum Erhalt des sicheren Wissens und Könnens beiträgt bzw. ob diese Anforderung überhaupt zum sicheren Wissen und Können gehören sollte.

Die höhere Schwierigkeit von Aufgabe 6b wird insbesondere durch die Fehler „Seitenhalbierende gezeichnet“ und „Höhe gezeichnet“ deutlich. Diese Fehler weisen auf eine nicht ausreichende Begriffsbeherrschung hin.

[1] Die Konstruktion wurde hier als richtig gewertet, wenn die Konstruktion mit Zirkel und Lineal oder auch mit anderen Hilfsmitteln erkennbar ausgeführt und die Toleranz von +/- 2mm eingehalten wurde.

Tabelle 6.9: Häufige Fehler bei Aufgabe 6b/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Nur Mittelpunkt markiert, sonst richtig	1,4	0,8	0,3	0,9
Seitenhalbierende gezeichnet	3,3	10,3	13,7	8,5
Höhe gezeichnet	6,9	13,7	12,6	11,2
Andere	12,4	8,1	9,1	9,8
Nicht bearbeitet	6,3	24,0	47,4	21,7

Anforderungen der Aufgabe 7/2002

- Kennen einer Möglichkeit zur Erzeugung des Bildpunktes eines Punktes bei Spiegelungen an einer Geraden
- Sauberes und exaktes Ausführen der Zeichnung
- Richtiges Beschriften der einzelnen geometrischen Objekte

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.10: Ergebnisse der Schüler bei den einzelnen Anforderungen der Aufgabe 7/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Dreieck richtig	58,0	34,6	22,3	40,3
Beschriftung richtig[1]	76,2	49,1	30,6	54,9

Grundsätzlich ist erkennbar, dass die meisten Schüler des Haupt- und des Realschulbildungsgangs die Erzeugung eines Spiegelbildes nicht beherrschen. Auch die Schüler des gymnasialen Bildungsganges erfüllen mit 58,0 % die geforderte Norm nicht. Betrachtet man die verwendeten Verfahren zur Erzeugung eines Spiegelbildes, so stellt man fest, dass vor allem im Real- und Hauptschulbildungsgang die Schüler wahrscheinlich durch inhaltliche Überlegungen oder durch Verwendung eines Geodreiecks zum Ergebnis gekommen sind. Vergleicht man die Ergebnisse der Aufgabe 7/2002 mit denen der Aufgabe 4c/2001 (vgl. Tabelle 6.1), so stellt man nur geringfügige Unterschiede fest. Dies könnte daran liegen, dass bei beiden Aufgaben ein Raster vorgegeben ist und die Spiegelgerade nicht auf den Rasterlinien liegt.

Die 76,2 % bei den Gymnasialschülern für eine richtige Beschriftung sind sicher verständlich, da die Aufgabenstellung sie vorgegeben hat. Trotzdem haben im Realschulbildungsgang 49,1 % der Schüler und im Hauptschulbildungsgang 66,3 % der Schüler keine Beschriftung vorgenommen, was auch dadurch verständlich wird, dass bei 19,6 % der Realschüler und bei 28,5 % der Hauptschüler keine Zeichnung vorhanden war.

[1] Die Beschriftung wurde bereits als richtig gewertet, wenn mindestens ein Bildpunkt gezeichnet und dieser richtig beschriftet wurde, unabhängig von der durchgeführten Abbildung.

6.5 Kenntnisse zu Vierecken

Anforderungen der Aufgabe 7a/2001

- Kennen der charakteristischen Eigenschaften eines Parallelogramms
- Kennen eines Verfahrens zur Konstruktion eines Parallelogramms aus den gegebenen Stücken

Anforderungen der Aufgabe 7b/2001

- Kennen und Anwenden des Begriffs „Diagonale“

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.11: Anteil der Schüler mit richtiger Lösung[1] bei Aufgabe 7/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 7a (Parallelogramm)	76,7	68,6	53,5	68,9
Aufgabe 7b (Diagonale)	89,9	67,4	45,6	71,6

Aus den Angaben über die Anteile der Schüler mit richtigen Lösungen in Tabelle 6.11 geht hervor, dass insgesamt sowohl beim Ergänzen des Parallelogramms als auch beim Zeichnen einer Diagonale die angestrebten 67 % insgesamt gesehen erreicht wurden. Betrachtet man die einzelnen Bildungsgänge, liegt nur die Hauptschule mit 53,5 % in Aufgabe 7a/2001 sowie mit 45,6 % in Aufgabe 7b/2001 darunter.

Tabelle 6.12: Häufige Fehler bei Aufgabe 7a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Keine Beschriftung des neuen Punktes, sonst richtig	16,6	11,5	8,4	12,8
Ungenau	1,4	5,0	10,3	5,5
Trapez gezeichnet	3,4	9,2	9,6	7,3
Dreieck gezeichnet	0,1	1,4	5,0	1,5
Andere	0,3	1,2	0,9	0,8
Nicht bearbeitet	1,5	3,3	12,3	4,1

Der häufigste Fehler bei Aufgabe 7a/2001, den insgesamt 12,8 % der Schüler machten, war das Vergessen der Beschriftung des neuen Punktes. Dieser Fehler trat mit 16,6 % am häufigsten im gymnasialen Bildungsgang auf. Wenn auch die Beschriftung nicht explizit gefordert war, sollte es doch zum Standardrepertoire gehören, dass neue Punkte auch bezeichnet werden. Lässt man die fehlende Beschriftung bei der Bewertung unberücksichtigt, so haben insgesamt 82 % der Schüler (Gymnasium 93 %, Realschule 80 %, Hauptschule 62 %) ein Parallelogramm konstruieren können.

Auffällig ist das ungenaue Zeichnen im Hauptschulbildungsgang (10,3 %). Die Ursachen dafür könnten ein mangelndes Bestreben zu Ordnung und Sauberkeit beim Konstruieren, wohl aber auch das

[1] Die Konstruktion (Aufgabe 7a) wurde dann als richtig gewertet, wenn ein Parallelogramm mit einer Genauigkeit von +/- 2mm gezeichnet und der entstandene Punkt mit C bezeichnet wurde. Die Aufgabe 7b wurde als richtig gewertet, wenn mindestens eine Diagonale eingezeichnet wurde.

Nichtvorhandensein oder der schlechte Zustand von Zeichengeräten wie Zirkel, Lineal und Bleistift sein.

Betrachtet man die Ergebnisse dieser Aufgabe unter dem Gesichtspunkt der Begriffsbeherrschung, so könnte man auch Ungenauigkeiten vernachlässigen. Zählt man diese Schüler zu denen, die das Parallelogramm “richtig” und “richtig, aber ohne Beschriftung des neuen Punktes” konstruiert haben, überschreiten auch die Hauptschulen (72,2 %) die angestrebten 67 %. Man kann demnach sagen, dass insgesamt 87,2 % der Schüler die charakteristischen Eigenschaften eines Parallelogramms und ein Verfahren zu dessen Konstruktion kennen.

Ein relativ häufiger Fehler der Real- und Hauptschüler war das Zeichnen eines Trapezes oder eines Dreiecks, was darauf schließen lässt, dass diese Schüler die Eigenschaften eines Parallelogramms nicht kennen. Wenn man noch berücksichtigt, dass viele Hauptschüler die Aufgabe nicht bearbeitet haben, dann beherrscht etwa jeder vierte Schüler im Hauptschulbildungsgang den Begriff Parallelogramm nicht in erforderlicher Weise.

Im Wesentlichen wurde die Aufgabe 7a insgesamt aber gut bewältigt. Dies lag wohl auch daran, dass lediglich die nebenstehende Zeichnung ergänzt, das Parallelogramm also nicht vollständig konstruiert werden musste.

Tabelle 6.13: Häufige Fehler bei Aufgabe 7b/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Zwei Seiten verbunden	3,0	12,1	13,2	9,1
Andere	0,1	3,7	4,1	2,5
Nicht bearbeitet (oder Diagonale nicht möglich)	6,9	16,9	37,1	16,7

Die Aufgabe 7b/2001 bereitete kaum Schwierigkeiten, nur im Bereich des Hauptschulbildungsganges liegt das Ergebnis unter den angestrebten 67 %. Im Real- und Hauptschulbereich wurden von etwa jedem zehnten Schüler auch einfach nur zwei Seiten miteinander verbunden. Am auffälligsten ist, dass fast 40 % der Hauptschüler die Aufgabe nicht bearbeitet haben oder nicht bearbeiten konnten auf Grund einer Fehlkonstruktion oder einer fehlenden Konstruktion in Aufgabe 7a (18,3 % der Hauptschüler).

Anforderungen der Aufgabe 8a/2001

- Kennen der charakteristischen Eigenschaften eines Trapezes, eines Parallelogramms, eines Drachenvierecks
- Zuordnen der gegebenen Begriffe zum vorgegebenen Objekt

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.14: Ergebnisse bei den Teilfragen der Aufgabe 8a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Parallelogramm richtig	86,9	72,7	67,8	76,8
Drachenviereck richtig	88,1	83,5	76,6	84,0
Trapez richtig	97,1	91,3	83,0	92,0

Der relativ hohe Grad der Beherrschung eines einzelnen Begriffs wie er bei Aufgabe 7a/2001 bezüglich des Parallelogramms (Bildungsgang Gymnasium: 95 %, Bildungsgang Realschule: 85 %, Bildungsgang Hauptschule: 72 %) festgestellt werden konnte, wird in Aufgabe 8a/2001 bezüglich des Begriffs Parallelogramm nicht ganz erreicht. Eine Ursache hierfür könnte sein, dass das gegebene Objekt kein Parallelogramm war, sondern ein Gegenbeispiel. Dies erklärt vielleicht auch, warum das Ergebnis bei “Trapez” so gut ausgefallen ist. Betrachtet man die Ergebnisse bei den Aufgaben 7a/2001, 8a/2001 und 9/2002 unter dem Aspekt “Beispiel bzw. Gegenbeispiel für den jeweiligen Begriff”, so wird deutlich, dass das Erkennen oder Erzeugen eines Beispiels für einen Begriff in guter Qualität beherrscht wird (Aufgabe 7a/2001 Parallelogramm: 87,2 %; Aufgabe 8a/2001 Trapez: 92,0 %; Aufgabe 9/2002 Parallelogramm: 87,4 %). Bei den Gegenbeispielen ist der Erfüllungsstand in der Regel geringer.

Bei den Einzelentscheidungen liegen die Werte in allen Bildungsgängen bei Aufgabe 8a/2001 über den angestrebten 67 %. Das Problem in der Gesamtbewältigung von Aufgabe 8a (vgl. Tabelle 6.15), hier wird ein höheres Niveau in der Begriffsbeherrschung geprüft, liegt offensichtlich in der Abgrenzung oder Zuordnung eines Begriffs zu anderen Begriffen.

Tabelle 6.15: Anteil der Schüler mit richtiger Lösung[1] bei Aufgabe 8a/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 8a (Viereck erkennen)	80,7	64,9	59,9	69,5

Anforderungen der Aufgabe 9/2002

- Kennen der charakteristischen Eigenschaften einer Raute (eines Rhombus), eines Parallelogramms, eines Quadrates
- Zuordnen der gegebenen Begriffe zum vorgegebenen Objekt

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.16: Anteil der Schüler mit richtiger Lösung[2] bei Aufgabe 9/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 9 (Viereck erkennen)	50,3	29,8	20,9	35,1

Tabelle 6.17: Anteil der Schüler mit richtigen Ergebnissen bei den einzelnen Teilen der Aufgabe 9/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Parallelogramm richtig	95,6	86,8	72,9	87,4
Quadrat richtig	70,6	59,4	58,0	62,8
Raute/Rhombus richtig	65,5	47,7	37,3	51,8

Zur Beherrschung des Begriffs Parallelogramm ist bereits etwas bei der Auswertung der Aufgabe 8a/2001 gesagt worden. Hier sollen diese Aussagen bezüglich der Begriffe Quadrat und Raute/ Rhombus ergänzt werden. Bei der Teilaufgabe „Quadrat“ kann man nur noch mit den Schülern des gymnasialen Bildungsganges zufrieden sein (70,4 %). Die Schüler der beiden anderen Bildungsgänge bleiben mit 59,4 % und 58,0 % unter dem Niveau von 67 %.

[1] Eine Lösung wurde bei Aufgabe 8a/2001 mit „richtig“ bewertet, wenn alle Teile richtig beantwortet wurden.
[2] Eine Lösung wurde bei Aufgabe 9/2002 mit ”richtig” bewertet, wenn alle Teile richtig beantwortet wurden.

Bei der Teilaufgabe „Raute/Rhombus“ haben dann die Schüler aller Bildungsgänge Probleme, die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs mit 65,5 % den Schülern der anderen Bildungsgänge (47,7 % und 37,3 %) gegenüber am geringsten. 62,8 % bei der Teilaufgabe „Quadrat“ und 51,8 % bei Teilaufgabe „Raute/Rhombus“ dokumentieren, dass der Beherrschungsgrad der Schüler bzgl. der Zuordnung der vorgegeben Figur zu den Begriffen Quadrat bzw. Raute nicht sicher ist.

Ursachen dafür könnten vielleicht darin zu sehen sein, dass der Begriff Parallelogramm im Unterricht mehr geübt wurde, der Begriff Raute/Rhombus dagegen überhaupt nicht erwähnt oder vom Schüler vergessen wurde.

Untersucht man, in welcher Qualität die Schüler die gesamte Aufgabe 9 bewältigt haben, so stellt man fest, dass jeder zweite Gymnasialschüler, jeder dritte Realschüler und jeder fünfte Hauptschüler keinen Fehler gemacht hat.

6.6 Anwenden von Winkelsätzen

Anforderungen der Aufgabe 8b/2001

– Anwenden von Eigenschaften von Winkeln an geschnittenen Parallelen in einem Trapez beim Bestimmen des Winkels β

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.18: Anteil der Schüler mit richtiger Lösung bei Aufgabe 8b/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Aufgabe 8b (Winkel richtig bestimmt)	84,0	47,7	20,8	55,8

Während die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs mit den Anforderungen der Aufgabe 8b/2001 gut zurecht kamen, ist in den beiden anderen Bildungsgängen ein beträchtlicher Abfall zu verzeichnen. Dies hat wohl auch damit zu tun, dass im Unterricht dieser beiden Bildungsgänge andere Schwerpunkte gesetzt werden. Diese Aussage wird gestützt durch den hohen Anteil der Nichtbearbeitung im Hauptschulbildungsgang (53 %) und auch im Realschulbildungsgang (27 %).

Tabelle 6.19: Häufige Ergebnisse bei Aufgabe 8b/2001 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
123 (Gemessen)	1,7	4,4	6,7	3,9
20 (Winkelsumme 90°?[1])	0,6	2,4	1,2	1,6
70 (Winkel kongruent?)	2,3	3,3	1,8	2,7
140 (70 verdoppelt?)	0,6	2,2	1,2	1,5
57 (Falsch gemessen; am Rand des Geodreiecks abgelesen)	1,1	3,7	3,8	2,8
Andere	4,1	9,4	12,0	8,0
Nicht bearbeitet	5,7	26,9	52,6	23,8

Es fällt auf, dass es keinen sehr häufig auftretenden Fehler gibt und stattdessen eine große Anzahl von unterschiedlichen Fehlern gemacht wurde. Besonders im Realschul- und Hauptschulbildungsgang

[1] Die in den Klammern mit einem Fragezeichen versehenen Bemerkungen weisen auf mögliche Ursachen für den Fehler hin.

greifen Schüler verständlicherweise häufiger als im gymnasialen Bildungsgang auf das Messen zurück. Bemerkenswert ist der hohe Anteil der Schüler im Hauptschul- und Realschulbildungsgang, die offensichtlich nicht mit dem Messgerät richtig umgehen konnten. Dies ist immerhin mehr als ein Drittel derjenigen Schüler, die gemessen haben.

Anforderungen der Aufgabe 5/2002

- Erkennen einer Teilfigur aus dem Schrägbild eines Prismas
- Kennen der charakteristischen Eigenschaften gleichschenkliger Dreiecke
- Kennen des Satzes über Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck
- Kennen des Innenwinkelsatzes
- Fähigkeiten zum Aufschreiben mathematischer Gedankengänge

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.20: Ergebnisse der Schüler bei einzelnen Merkmale von Aufgabe 5/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Richtiger Zahlenwert (einschl. richtiger Einheit)	80,0	53,5	26,6	57,8
Richtige Begründung mit Basiswinkeln	17,4	4,0	1,4	8,0
Richtige Begründung mit Innenwinkelsumme	41,5	19,2	7,6	24,6
Begründung insgesamt richtig	8,5	1,5	0,5	3,6

Das prozentuale Ergebnis beim Merkmal ”Richtiger Zahlenwert (einschl. richtiger Einheit)” zeigt, dass die angestrebten 67 % insgesamt nicht erreicht werden. Die Schüler des gymnasialen Bildungsganges erfüllen dieses Merkmal mit 80,0 %. Inhaltlich bedeutet das, dass alle Schüler, die dieses Merkmal erfüllen, die charakteristischen Eigenschaften eines gleichschenkligen Dreiecks, insbesondere den Satz über die Basiswinkel, und den Satz über die Summe der Innenwinkel in Dreiecken kennen. Außerdem haben sie die Rechnung fehlerfrei ausgeführt. Dagegen errechnen nur 53,5 % der Realschüler und 26,6 % der Hauptschüler dieses Ergebnis, was darauf schließen lässt, dass ihr dafür notwendiges Wissen und Können nicht sicher verfügbar ist. Beachtenswert ist außerdem, dass im Hauptschulbildungsgang 17,6 % der Schüler die Aufgabe 5 überhaupt nicht bearbeitet haben.

Die weiteren in der Tabelle angeführten Merkmale beziehen sich auf das schriftliche Begründen des berechneten Winkelwertes 100°. Da diese Anforderung vor allem im gymnasialen Bildungsgang Schwerpunkt des Unterrichts ist, konzentrieren wir uns hier im Weiteren auch nur auf diesen Bildungsgang. Nur 17,4 % der Schüler geben eine sprachlich und inhaltlich korrekte Begründung unter Verwendung des Wortes “Basiswinkel” oder durch Angabe von “$\alpha=\beta$” an, dagegen aber geben 41,5 % der Schüler eine entsprechend korrekte Begründung mit dem Innenwinkelsatz. Es ist also wichtig, verstärkt an der Befähigung zum sprachlich und inhaltlich korrekten Begründen zu arbeiten, zumal die Zahl der Schüler mit vollständig richtiger Begründung mit 8,5 % noch wesentlich geringer ist. Vergleicht man die Prozentangabe bei der Begründung mit Basiswinkeln mit der bei der Begründung mit der Innenwinkelsumme, so ist erkennbar, dass die Schüler über mehr Sicherheit in der Anwendung des Innenwinkelsatzes verfügen. Dieses Ergebnis ist wohl verständlich, weil erfahrungsgemäß der Satz über die Innenwinkelsumme häufiger zur Anwendung kommt.

6.7 Begründung von Existenzaussagen

Anforderungen der Aufgabe 6/2002

- Kennen des Innenwinkelsatzes bzw. der Dreiecksungleichung
- Erkennen , dass der Innenwinkelsatz bzw. die Dreiecksungleichung zur Begründung geeignet ist
- Fähigkeiten zum Aufschreiben mathematischer Gedankengänge unter Verwendung einer geeigneten Terminologie

Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.21: Ergebnisse der Schüler bei einzelnen Merkmalen bei Aufgabe 6a/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Richtige Begründung mit Innenwinkelsumme	77,4	57,0	30,2	59,2
Sonstige richtige Begründungen	0,4	1,0	1,9	0,9
Richtige Begründung insgesamt	77,8	58,0	32,1	60,1

Betrachtet man den Anteil der Schüler, der überhaupt erkannt hat, dass die Innenwinkelsumme ”falsch” ist, so ergibt sich für die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs ein Prozentsatz von 77,4 %, der durchaus zufrieden stellen kann. Im Real- und Hauptschulbildungsgang ist das mit 57,0 % und 30,2 % nicht der Fall. Insgesamt argumentieren etwa 59,2 % der Schüler unter Verwendung des Satzes über die Innenwinkelsumme.

Es fällt auf, dass die Befähigung der Schüler schriftlich zu begründen im Hauptschulbildungsgang besonders schlecht ausgeprägt ist (vgl. dazu die Argumentation bei Aufgabe 5/2002).

Tabelle 6.22: Ergebnisse der Schüler bei einzelnen Merkmalen bei Aufgabe 6b/2002 (in %)

	Bildungsgang			Gesamt
	G	R	H	
Mit Dreiecksungleichung richtig begründet	56,0	29,4	14,0	35,6
Sonstige richtige Begründungen	16,3	23,7	23,0	21,1
Richtige Begründung insgesamt	72,3	53,1	37,0	56,7

Man kann wohl sagen, dass alle die Schüler, die zur Begründung die Dreiecksungleichung in irgendeiner Form angegeben haben, einen richtigen Ansatz zur Argumentation gefunden haben. So ist dieser Prozentsatz mit insgesamt 35,6 % durchschnittlich für alle Schüler kleiner als bei Aufgabe 6a/2002. Dieses unterstreicht wiederum die Vermutung, dass der Satz über die Innenwinkelsumme häufiger als andere Sätze eine Rolle im zurückliegenden Unterricht gespielt hat.

Vergleicht man die Prozentsätze der richtigen Lösungen der Schüler des gymnasialen Bildungsganges bei Teilaufgabe 6a/2002 mit den Prozentsätzen der richtigen Lösungen bei Teilaufgabe 6b/2002, so ist zu erkennen, dass die Unsicherheit im Umgang mit der Dreiecksungleichung größer ist als die Unsicherheit im Umgang mit dem Innenwinkelsatz. Ein Vergleich der Ergebnisse beim Merkmal „Sonstige richtige Begründungen“ stützt die getroffene Aussage.

Wenn auch bei dieser Teilaufgabe die Fähigkeiten der Schüler zum Begründen mit Hilfe eines mathematischen Satzes nicht befriedigen, so ist doch zu erkennen, dass die meisten der Schüler eine Begründung versuchen.

7 Zusammenfassung

Können im Arbeiten mit Größen

Die *Größenvorstellungen* der Schüler zur Einheit Kilometer sind in allen Bildungsgängen als gut bis sehr gut einzuschätzen. Es stellte sich aber erneut insgesamt eine Dominanz der Größe Länge heraus, die mit Vorstellung und Kenntnissen insbesondere zum Flächeninhalt aber auch zur Masse und zum Volumen stark interferiert. Deshalb können trotz der guten Ergebnisse die Vorstellungen zur Größenart Länge insgesamt nicht zufrieden stellen.

Die Schlussfolgerungen bei der Auswertung der Vergleichsarbeiten 7/1999 und 7/2000 (s. /1/, S. 58/59) bleiben weiterhin aktuell. Als neuer Gesichtspunkt hat sich bei den Volumeneinheiten die mangelnde Beherrschung der Beziehung zwischen den Einheiten Kubikmeter und Liter herausgestellt. Dies könnte daran liegen, dass in den Klassen 5 und 6 der Bezug zwischen den Volumen- und Hohlmaßen vor allem über die Beziehung 1 l = 1 dm³ erfolgte und auch im Physikunterricht dieser Zusammenhang besonders veranschaulicht wird.

Aus den beiden Vergleichsarbeiten in Klasse 9 ergibt sich, dass sich also die Leistungen der Realschüler und der Hauptschüler im Vergleich zur Klasse 7 z. T. verbessert haben. Mit den durchschnittlichen Erfüllungsquoten von 35 % und 39 % der Hauptschüler bzw. 44 % und 46 % der Realschüler liegen sie aber noch weit unter dem, was von einem Absolventen der 9. oder 10. Klasse zu erwarten ist. In den Klassen 7 und 8 konnte trotzt mehrerer Stoffgebiete, in den Größenumwandlungen vorzunehmen sind und auch trotz der im Physikunterricht erfolgenden Betrachtungen und Rechnungen zu den Größen Masse, Flächeninhalt und Volumen das Endniveau nicht gesichert werden.

Obwohl die Größenvorstellungen zum Volumen besser als die zum Flächeninhalt waren, sind die Leistungen der Schüler beim Umrechnen von Volumeneinheiten in allen Bildungsgängen schlechter als die von Flächeneinheiten.

Auch die Leistungen der Schüler im gymnasialen Bildungsgang sind mit einer durchschnittlichen Erfüllungsquote von 66 % bzw. 63 % nicht zufrieden stellend.

Können im Arbeiten mit Zahlen, Variablen, Termen und Gleichungen

Das *Ermitteln von Bruch- und Prozentangaben* in der Einstiegsaufgabe der Arbeit 2002 brachte erwartungsgemäß gute Ergebnisse. Beim Finden der richtigen Brüche betrug der Schüleranteil im gymnasialen Bildungsgang über 95%, im Realschulbildungsgang über 85% und im Hauptschulbildungsgang über 50%. Generell waren die Ergebnisse bei den Prozentangaben etwas schlechter, hier besonders bei der Darstellung von 1/5 als 20%.

Die so genannten bequemen Prozentsätze, die auch an anderer Stelle der Vergleichsarbeiten eine Rolle spielten, sollten trainiert werden, damit sie den Schülern abrufbereit zur Verfügung stehen. Es zeigte sich, dass die hier erforderlichen Grundkenntnisse auf dem Gebiet der Prozentrechnung im Hauptschulbildungsgang nicht ausreichen.

Im *Umgang mit Termen* haben die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs entsprechende Grundkenntnisse nachgewiesen. Erhebliche Mängel zeigten sich in den anderen Bildungsgängen, insbesondere beim Erkennen einer Termstruktur und auch im Wissen über Operationsbegriffe. Hierzu besteht Festigungsbedarf. Am Beispiel des Doppelten einer Zahl (s. Tabelle 3.7) wird dies besonders deutlich.

Die Aufgabe zum *formalen Lösen von Gleichungen* forderte die Schüler nicht zum Lösen einer Gleichung auf, sondern zur Fehlersuche in einem vorgegebenen Lösungsweg. Interessant ist, wie die Schüler mit dieser vielleicht nicht so häufig vorkommenden Aufgabenstellung umgingen. Vielen fiel es offenbar schwer, vorhandene Lösungsschritte aufmerksam und konzentriert nachzuvollziehen. Vermutlich wurde es häufig als Fehler angesehen, wenn sich die Abfolge der Lösungsschritte (also der äquivalenten Umformungen) anders als vielleicht gewohnt darstellte. Das ist aber leider ein Zeichen dafür, das die betreffenden Schüler mit dem Lösungskalkül für lineare Gleichungen nicht ausreichend vertraut sind. Bei der Korrektur haben viele Lehrer sehr weit gefasste Unterstreichungen ihrer Schüler als richtig gewertet.

Stochastisches Können

Die Leistungen der Schüler im *Identifizieren und Interpretieren von quantitativen Wahrscheinlichkeitsangaben* sind als unzureichend einzuschätzen. Es werden von einem großen Teil der Schüler sowohl mögliche Wahrscheinlichkeitsangaben nicht als solche erkannt als auch nicht mögliche Zahlenangaben für solche gehalten. Damit werden die Leistungen bei Aufgaben zur Berechnung und Interpretation von Wahrscheinlichkeiten negativ beeinflusst.

Die Häufigkeitsinterpretation einer Wahrscheinlichkeitsangabe gelang nur 30 % der Schüler. Bei der Interpretation von Wahrscheinlichkeiten ist die Häufigkeitsinterpretation die anschaulichste und am weitesten verbreitete Deutung einer Wahrscheinlichkeitsangabe. Sie sollte daher zum sicheren Wissen und Können gehören.

Für den Unterricht heißt dies, die formalen aber auch inhaltlichen Aspekte des Wahrscheinlichkeitsbegriffes stärker zu betonen und entsprechende Aufgaben verstärkt einzubeziehen. Solange diese Vorstellungen nicht sicher angeeignet sind, macht es wenig Sinn, viele Aufgaben zum Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten zu lösen.

Die Aufgaben zum *Berechnen von Wahrscheinlichkeiten* gehören zum Stoff des Stochastikunterrichts in Klasse 6 und sind als sicheres Wissen und Können einzuschätzen. Während die durchschnittlichen Ergebnisse im gymnasialen Bildungsgang dem entsprechen, was bei sicherem Wissen und Können zu erwarten ist, liegen die Resultate in den Haupt-, Real- und verbundenen Haupt- und Realschulen trotz bedeutender Zuwächse in Bezug zu den Ergebnisse in Klasse 7 noch weit unter diesem Anspruchsniveau. Die große Streuung zwischen den Schulen könnte darauf hinweisen, dass auch bis Klasse 9 an einigen Schulen die Stochastik noch nicht behandelt wurde.

Die Mehrzahl der Schüler hat kein sicheres Wissen und Können auf dem Gebiet der *beschreiben Statistik*. Eine absolute Häufigkeit konnten nur 43 % aller Schüler, eine relative Häufigkeit nur 28 % und eine Häufigkeitsinterpretation nur 41 % richtig angeben. Auch im gymnasialen Bildungsgang lagen die Erfüllungsquoten maximal bei 63 %. Allerdings haben fast 20 % der Schüler diese letzte Aufgabe der Arbeit im Schuljahr 2002/2003 nicht bearbeitet, so dass auch Zeitprobleme eine Ursache für die mangelnden Leistungen sein können.

Können im Lösen von Sachaufgaben

Bei Sachaufgaben liegt die erste Schwierigkeit bereits in der Erfassung und Analyse des Sachverhaltes. Das Aufschreiben der gegebenen und gesuchten Größen, die Anfertigung von Skizzen oder Tabellen geben den Schülern die Möglichkeit, den Sachverhalt zu strukturieren. Dieser bei vielen Sachaufgaben schwierigsten Phase sollte im Unterricht ausreichend Zeit und den Schülern Freiraum für eigene Darstellungen gewidmet werden. In künftigen zentralen Arbeiten muss darauf geachtet werden, dass auf den Arbeitsblättern Platz für die Darstellung einer Analyse gelassen wird. Die vorliegenden Ergebnisse der Sachaufgaben haben erneut gezeigt, dass die Schüler am erfolgreichsten waren, die ihre Aufgabenanalyse richtig schriftlich fixierten.

Bei der dann folgenden Suche nach Lösungsideen ist die Kenntnis einiger heuristischer Regeln hilfreich. Ihre Kenntnis soll zwar in diesen Arbeiten nicht getestet werden, dennoch sollten sie im Unterricht als Hilfen thematisiert werden.

Da mehrere Lösungswege zum richtigen Ergebnis führen können, sind Diskussionen im Unterricht unerlässlich. Die vorliegenden Daten beweisen zwar, dass es bei jeder Aufgabe Lösungswege mit einer größten Lösungswahrscheinlichkeit gab, zeigen aber auch, dass stets viele verschiedene Lösungswege zum richtigen Ergebnis führten. Die Schüler können bei der Entwicklung des Lösungsplanes häufig noch nicht überschauen, wie kompliziert seine Umsetzung wird. Sie kennen auch den “richtigen” Weg nicht. Deshalb sollten die Schüler im Unterricht nicht nur auf einen formalen Lösungsweg fixiert werden. Eigene Ideen zu verfolgen und kritisch einzuschätzen ist eine anzustrebende Fähigkeit, wenn auch ihr Training im Unterricht häufig schwer umzusetzen ist. Bei allen Sachaufgaben trat in nicht geringem Maße das Phänomen auf, dass Schülerarbeiten ohne Lösungsweg eine richtige Lösung aufwiesen. Natürlich kann diese abgeschrieben sein. Da aber ein Lösungsweg ausdrücklich verlangt war, ist davon auszugehen, dass die Schüler, die es konnten, es auch getan hätten. Es bleibt die Vermutung, dass die entsprechenden Schüler entweder nicht in der Lage waren, ihre Gedanken in eine formale Sprache zu “übersetzen” oder dass sie nicht den Mut hatten , sie aufzuschreiben, weil sie nicht “den” ihrer Meinung nach verlangten Lösungsweg gefunden hatten. Beide Vermutungen geben Anlass, über das Vorgehen im Unterricht nachzudenken.

Um die Schüler zur Kontrolle und Auswertung ihres Lösungsweges anzuregen, wurden bei allen Sachaufgaben Antwortsätze mit Leerzeichen vorgegeben. Es hat sich gezeigt, dass diese Form, über das Ergebnis zu reflektieren, von den Schülern angenommen wurde.

Um eine Sachaufgabe erfolgreich zu lösen, müssen die Schüler sowohl Methoden zur Lösung von Sachaufgaben beherrschen als auch ihr Können aus mehreren mathematischen Stoffgebieten anwenden. Die Fehleranalyse der vorliegenden Aufgaben macht deutlich, dass falsche Lösungen ihre Ursachen manchmal in vermeidbaren Fehlern, z. B. beim Umrechnen von gängigen Flächeneinheiten hatten. Das beweist erneut, dass auch die scheinbar einfachen Fertigkeiten aus den vergangenen Schuljahren in Täglichen Übungen oder ähnlichen Wiederholungen immer wieder gefestigt werden müssen.

Geometrisches Können

Zur Untersuchung der erreichten Qualität beim geometrischen Können wurden insgesamt 10 Aufgaben eingesetzt, die zum Teil noch untergliedert waren. Im Folgenden werden wesentliche Erkenntnisse zusammengestellt, dabei wird den Teilüberschriften des Kapitels 6 gefolgt.

Beim *Arbeiten in einem Koordinatensystem* haben die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs und des Realschulbildungsgang kaum Probleme beim Eintragen von Punkten in ein Koordinatensystem und beim Ablesen von Punktkoordinaten aus einem Koordinatensystem. Auftretende Fehler konzentrieren sich auf das Eintragen von Punkten, die auf einer Koordinatenachse liegen.

Besondere Schwierigkeiten hatten die Schüler aller Bildungsgänge bei der Bestimmung des Spiegelpunktes zu einem im Koordinatensystem gegebenen Punkt bei schräg liegender Spiegelgeraden.

Das *räumliche Vorstellungsvermögen* ist bei den Schülern noch nicht in ausreichendem Maße entwickelt. Die Fehler sind vor allem inhaltlicher Natur.

Das *Bestimmen des Flächeninhalts eines rechtwinkligen Dreiecks* gelingt etwa einem Drittel der Schüler. Der Leistungsunterschied zwischen den einzelnen Bildungsgängen ist recht beachtlich, insbesondere zwischen dem gymnasialen Bildungsgang und den beiden anderen Bildungsgängen. Der häufigste Fehler entsteht durch das Bemühen alle drei gegebenen Werte zu verwenden.

Das *Zeichnen von Mittelsenkrechten und Spiegelbildern* erfordern sowohl ein inhaltliches Verständnis als auch die Beherrschung eines Verfahrens zur Erzeugung des jeweiligen Objekts. Das Konstruieren einer Mittelsenkrechten zu einer Seite eines Dreiecks stellt zwar eine höhere Anforderung dar als das Konstruieren einer Mittelsenkrechten zu einer Strecke, trotzdem kann der geringe Erfüllungsstand wohl nicht aus der höheren konstruktiven Anforderung allein erklärt werden. Die auftretenden Fehler “Seitenhalbierende gezeichnet” und “Höhe gezeichnet” weisen auch auf Probleme in der Begriffsbeherrschung hin.

Bei der Erzeugung eines Spiegelbildes muss man feststellen, dass in keinem Bildungsgang die gesetzte Norm erreicht wird. Vergleicht man die Ergebnisse der Aufgabe 7/2002 mit denen der Aufgabe 4c/2001, so stellt man nur geringfügige Unterschiede fest. Dies könnte daran liegen, dass bei beiden Aufgaben ein Raster vorgegeben ist und die Spiegelgerade nicht auf den Rasterlinien liegt.

Bei den *Kenntnissen zu Vierecken* kann man feststellen, dass von den Schülern das Erkennen oder Erzeugen von Beispielen zu einem gegebenen Begriff am besten gelingt. Sollen Objekte identifiziert werden, die man als Gegenbeispiel zu einem Begriff bezeichnen kann, so gelingt dies in der Regel nicht in der gleichen Qualität wie bei den Beispielen. Bei den Einzelentscheidungen liegen die Werte in den meisten Fällen in allen Bildungsgängen über den angestrebten 67 %. Das Problem in der Gesamtbewältigung einer Aufgabe, hier wird ein höheres Niveau in der Begriffsbeherrschung geprüft, liegt offensichtlich in der Abgrenzung oder Zuordnung eines Begriffs zu anderen Begriffen.

Beim Bewerten der Ergebnisse zum Schwerpunkt *Anwenden von Winkelsätzen* muss man wohl berücksichtigen, dass dieser Schwerpunkt in der Regel stärker im gymnasialen Bildungsgang als etwa in

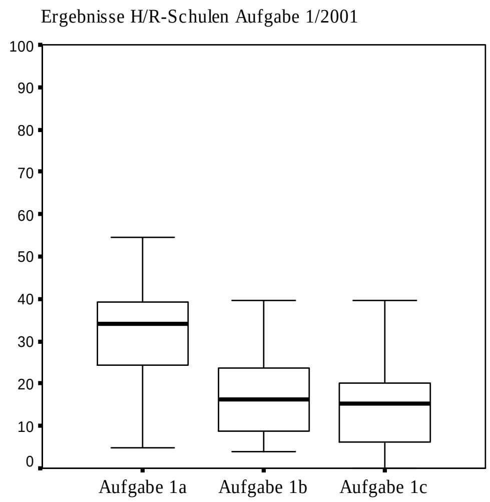
Hauptschulbildungsgängen betont wird. Diesen Aspekt muss man auch beim *Begründen von Existenzaussagen* beachten. Aus diesem Grunde werden hier die Aussagen zu beiden Schwerpunkten zusammengefasst. Während die Schüler des gymnasialen Bildungsgangs mit den gestellten Anforderungen gut zurecht kamen, ist in den beiden anderen Bildungsgängen ein beträchtlicher Abfall zu verzeichnen. Die Aussage über die unterschiedliche Schwerpunktsetzung wird gestützt durch den hohen Anteil der Nichtbearbeitung im Hauptschulbildungsgang und teilweise auch im Realschulbildungsgang. Untersucht man die Befähigung der Schüler zum sprachlich und inhaltlich korrekten Begründen, so muss auch für den gymnasialen Bildungsgang gesagt werden, dass hier noch eine nicht unerhebliche Arbeit zu leisten ist.

Anhang

Ergebnisse der Hauptschule, Realschulen und verbundenen Haupt- und Realschulen[1] in der Vergleichsarbeit 2001

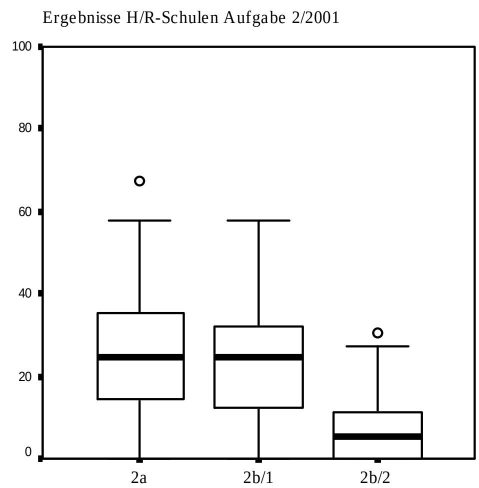
Es wurden die Arbeiten von 29 Schulen ausgewertet. Darunter waren 2 Hauptschulen, 6 Realschulen und 21 Verbundene Haupt- und Realschulen.

Aufgabe 1



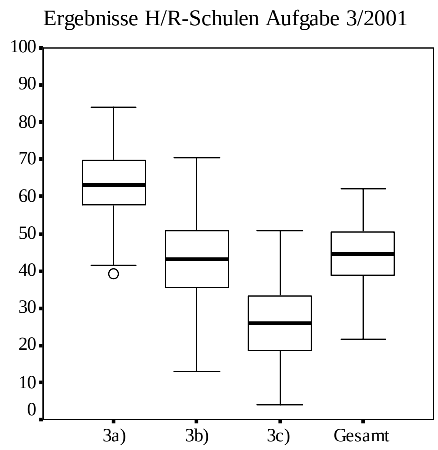
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
1a	4,8	21,8	34,0	40,0	54,5
1b	3,8	6,8	16,1	24,2	39,5
1c	,0	5,8	15,2	20,5	39,5

Aufgabe 2



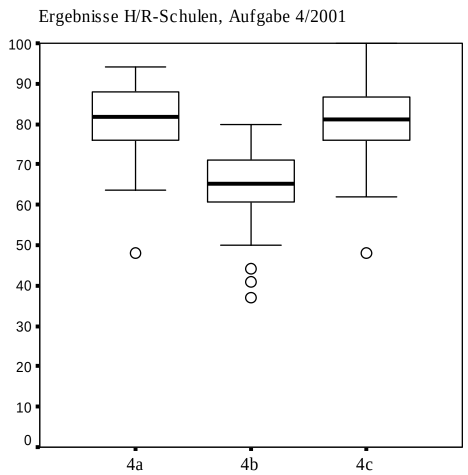
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
2a	,0	13,7	24,4	35,6	67,6
2b/1	,0	12,0	24,8	32,4	57,6
2b/2	,0	,0	5,4	11,2	30,3

Aufgabe 3



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
3a)	39,1	57,3	63,0	70,2	84,0
3b)	13,0	35,0	43,3	51,5	70,6
3c)	3,8	18,1	25,8	33,3	50,8
Gesamt	21,7	38,5	44,4	51,4	62,0

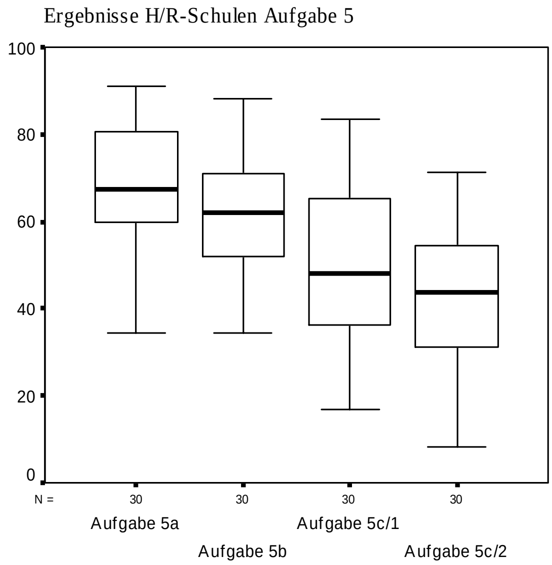
Aufgabe 4



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
4a	48,1	75,5	81,8	88,1	94,1
4b	37,0	58,7	65,2	71,1	80,0
4c	48,1	75,5	81,1	87,4	100,0

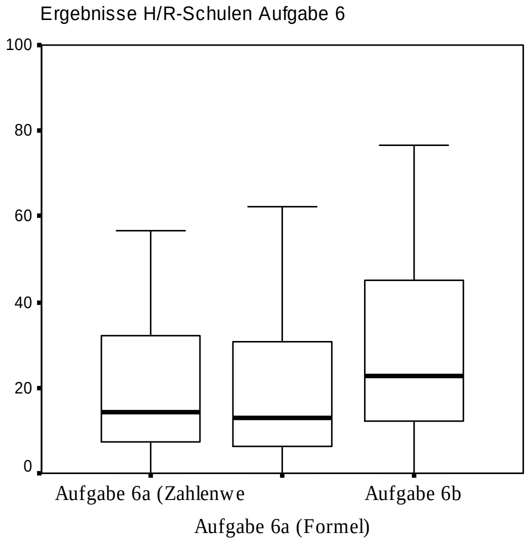
[1] Alle 3 Schularten werden im Folgenden zusammengefasst und als H/R-Schulen bezeichnet.

Aufgabe 5



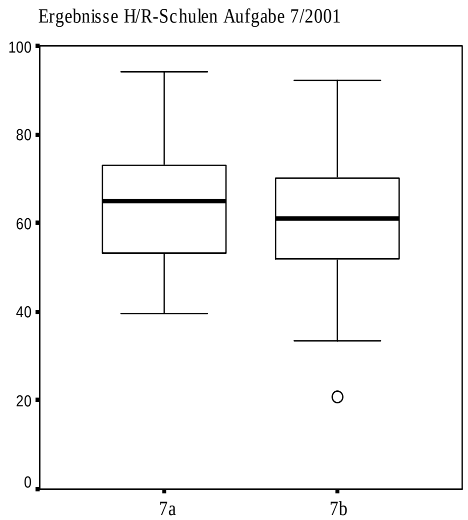
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
5a	34,5	59,9	67,3	81,2	90,9
5b	34,5	52,0	62,1	71,7	88,2
5c/1	16,7	36,1	48,1	66,4	83,3
5c/2	8,1	31,0	43,8	54,7	71,4

Aufgabe 6



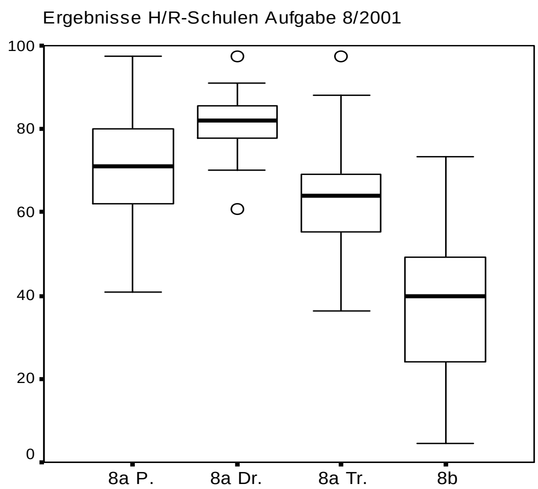
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
6a/1	,0	7,1	14,4	32,4	56,8
6a/2	,0	6,3	13,0	31,1	62,2
6b	,0	12,0	22,7	45,9	76,5

Aufgabe 7



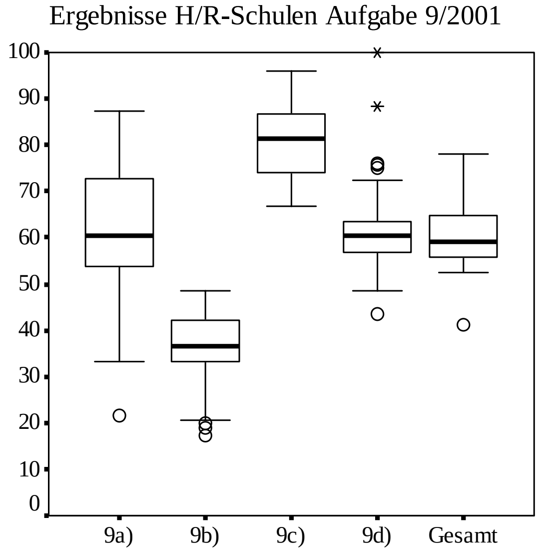
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
7a	39,5	52,9	64,8	74,8	94,1
7b	20,8	51,4	61,0	71,0	92,2

Aufgabe 8



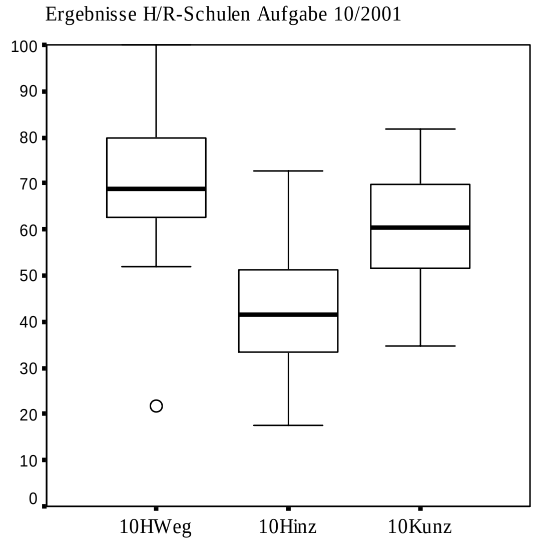
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
8a	40,9	61,6	71,1	80,0	97,3
8a	60,9	77,7	81,9	85,6	97,3
8a	36,4	54,9	63,9	69,5	97,3
8b	4,5	24,0	39,9	49,4	73,3

Aufgabe 9



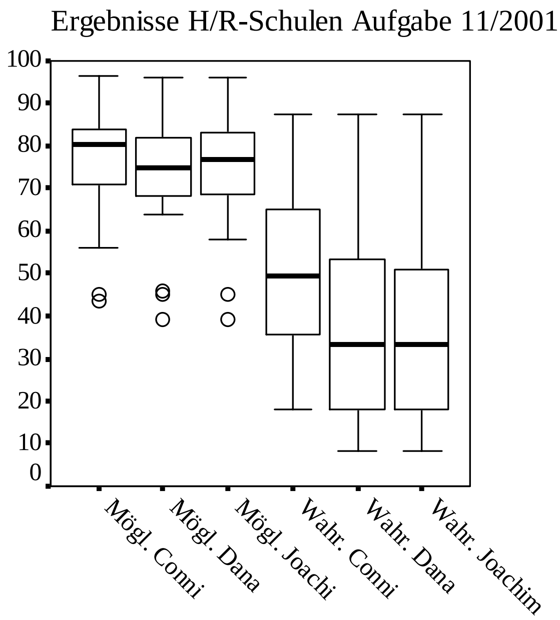
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
9a)	21,7	53,7	60,6	73,0	87,5
9b)	17,4	32,9	36,7	42,7	48,5
9c)	66,7	73,5	81,3	86,9	96,1
9d)	43,5	56,3	60,4	66,9	100,0
Gesamt	41,3	55,7	59,0	65,0	77,9

Aufgabe 10



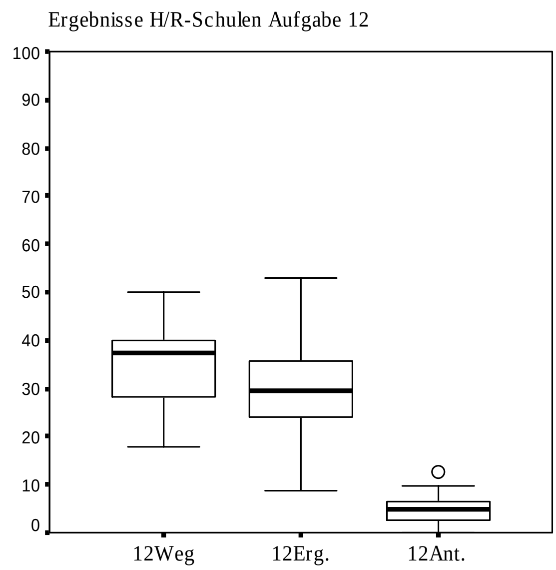
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
10HW	21,7	62,2	68,8	80,1	100,0
10Hi	17,4	33,3	41,7	51,9	72,7
10Ku	34,8	51,5	60,3	69,8	81,8

Aufgabe 11



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
M. Co	43,5	70,9	80,4	84,8	96,7
M. Da	39,1	67,5	75,0	82,6	96,2
M. Jo	39,1	68,6	76,7	84,1	96,2
W. Co	18,2	34,8	49,4	65,4	87,5
W. Da	8,1	18,2	33,3	53,6	87,5
W. Jo	8,1	16,6	33,3	52,1	87,5

Aufgabe 12

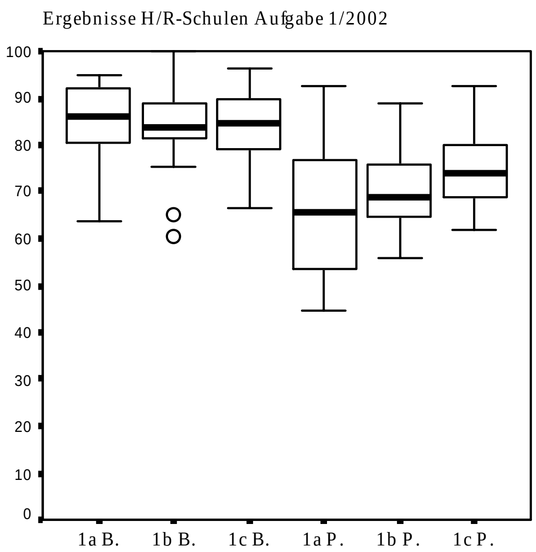


	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
12Weg	17,8	28,2	37,5	40,4	50,0
12Erg.	8,7	23,8	29,6	36,0	52,9
12Ant.	,0	2,3	4,8	6,9	12,5

Ergebnisse der H/R-Schulen in der Vergleichsarbeit 2002

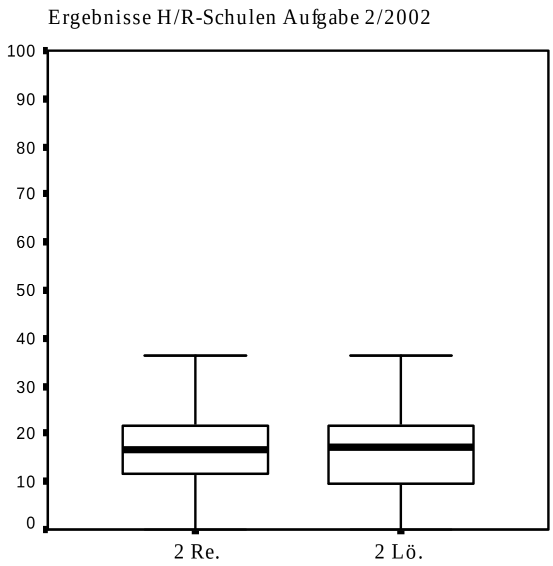
Es wurden die Arbeiten von 25 Schulen ausgewertet. Darunter waren 2 Hauptschulen, 6 Realschulen und 17 Verbundene Haupt- und Realschulen.

Aufgabe 1



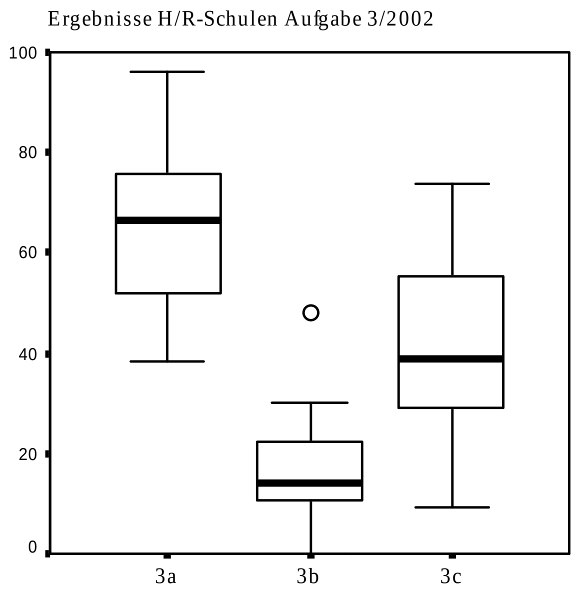
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
1a B.	63,6	80,4	85,9	92,5	94,7
1b B.	60,6	80,9	83,9	89,3	100,0
1c B.	66,7	78,4	84,5	91,3	96,3
1a P.	44,8	53,5	65,5	77,4	92,7
1b P.	55,8	64,8	68,9	76,8	88,9
1c P.	62,1	68,3	73,9	80,0	92,6

Aufgabe 2



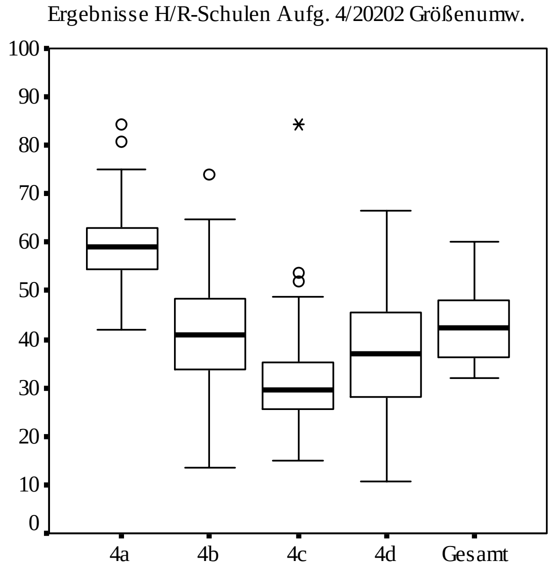
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
2 Re.	,0	11,2	16,7	22,0	36,6
2 Lö.	,0	9,5	17,4	21,9	36,6

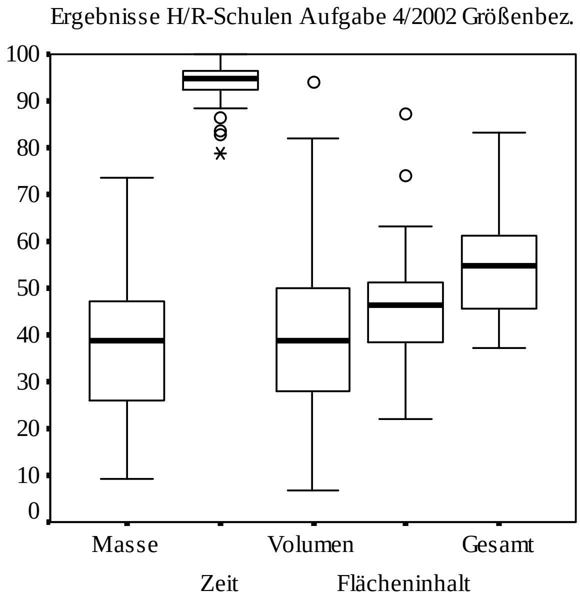
Aufgabe 3



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
3a	38,6	51,1	66,3	76,2	96,3
3b	,0	8,8	14,3	22,6	48,1
3c	9,1	28,0	38,9	56,7	73,7

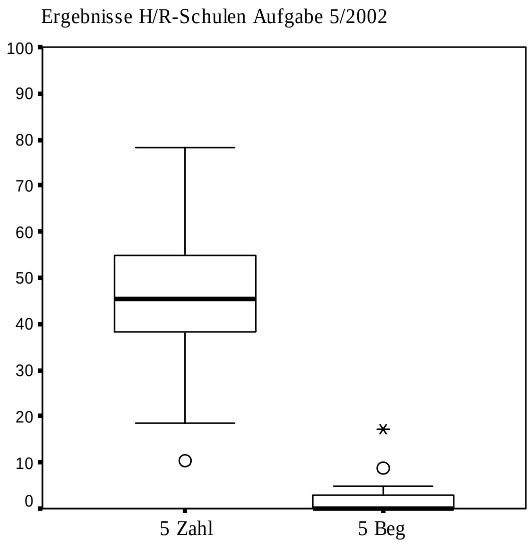
Aufgabe 4



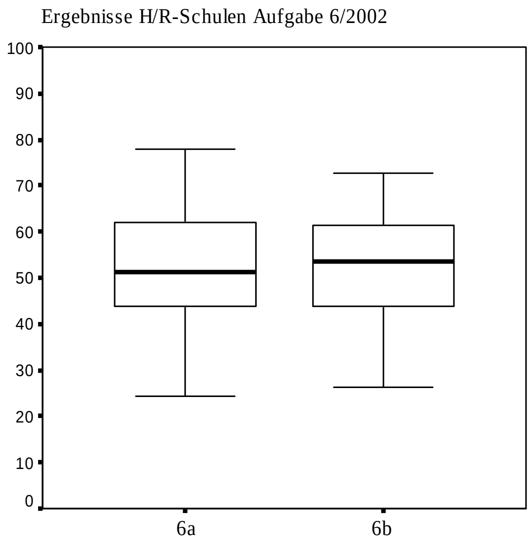


Aufgabe	Min.	25. P.	Median	75. P.	Max.	Min.	25. P.	Median	75. P.	Max.
4a	42	54	59	63	84	9	25	39	48	74
4b	14	33	41	48	74	79	91	95	96	100
4c	15	24	30	36	84	7	28	39	53	94
4d	11	28	37	46	67	22	37	46	54	87
Gesamt	32	36	42	48	60	37	45	55	62	83

Aufgabe 5



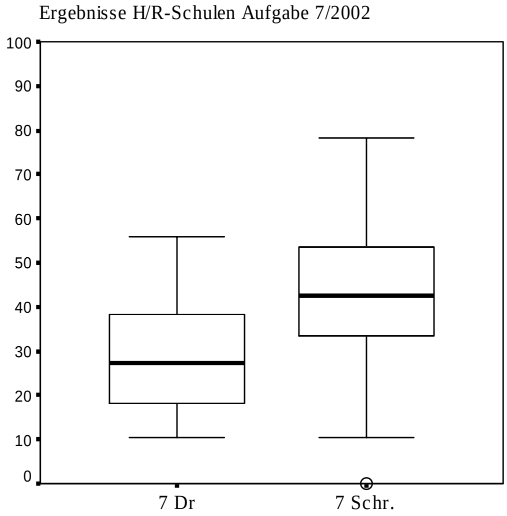
Aufgabe 6



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
5 Zahl	10,5	36,9	45,5	55,8	78,3
5 Beg	,0	,0	,0	3,0	17,3

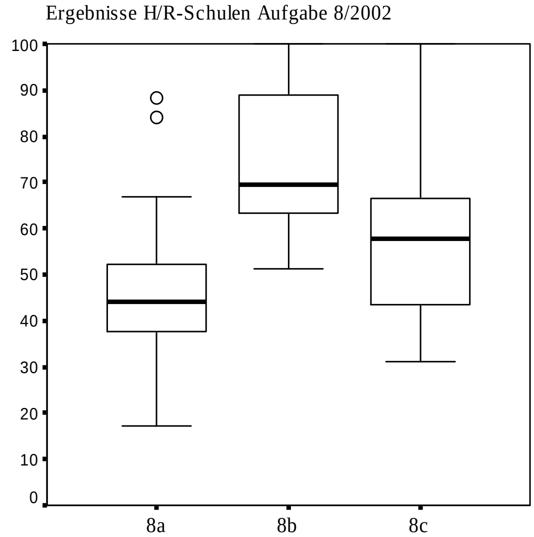
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
6a	24,4	43,0	51,4	62,8	77,8
6b	26,3	42,6	53,7	63,6	72,7

Aufgabe 7



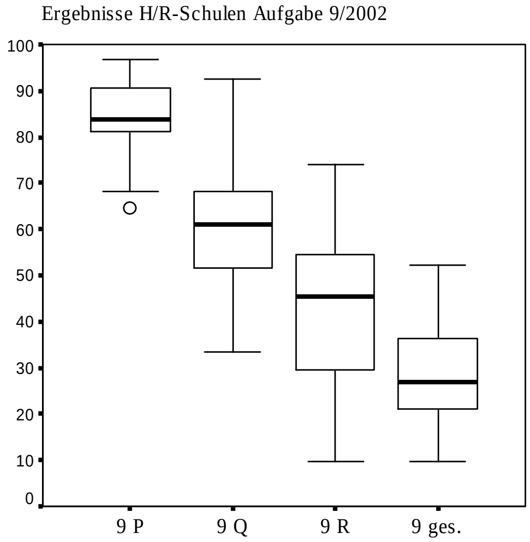
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
7 Dr	10,3	16,5	27,4	38,8	55,8
7 Schr.	,0	33,3	42,6	55,0	78,3

Aufgabe 8



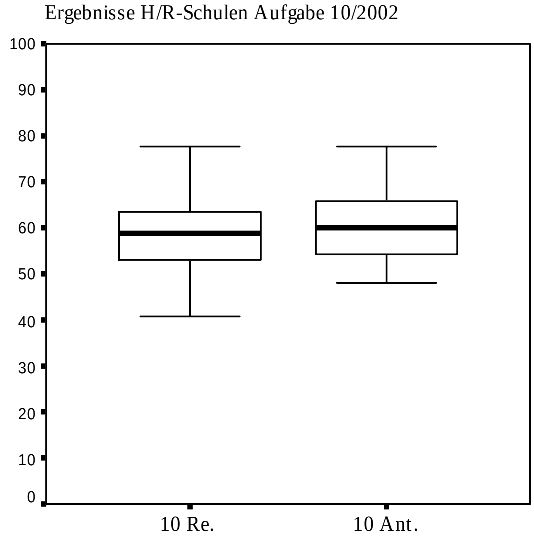
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max.
8a	17,2	36,7	44,2	55,0	88,2
8b	51,4	62,1	69,6	89,8	100,0
8c	31,0	43,4	57,8	67,5	100,0

Aufgabe 9



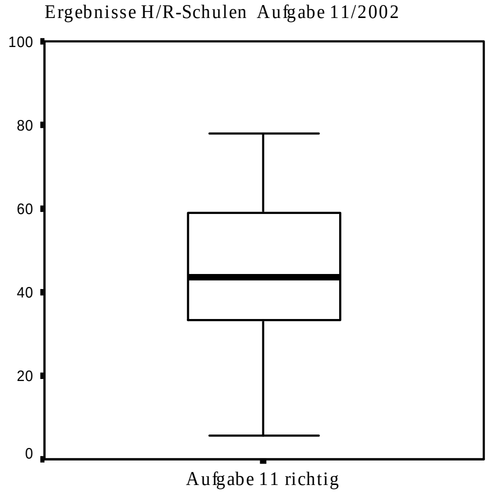
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
9 P	64,7	80,8	83,9	91,7	96,7
9 Q	33,3	50,3	61,2	68,3	92,6
9 R	9,7	29,7	45,5	55,1	73,9
9 ges.	9,7	21,2	26,8	37,0	52,2

Aufgabe 10



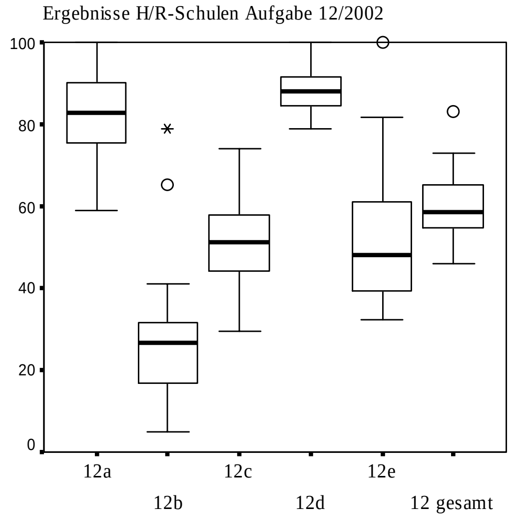
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
10 Re.	40,7	52,8	58,9	63,9	77,8
10 Ant.	48,1	53,9	60,0	67,0	77,8

Aufgabe 11



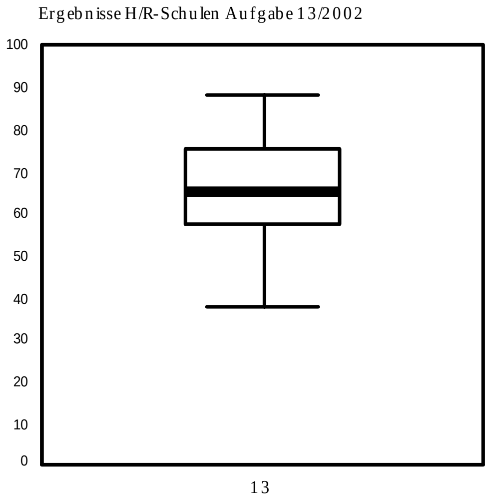
	Min	25. P.l	Median	75. P.	Max
11	5,9	32,5	43,6	59,5	77,8

Aufgabe 12



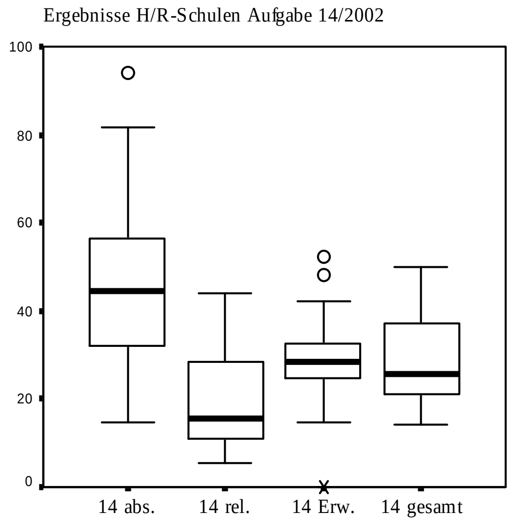
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
12a	58,8	74,8	82,8	91,2	100,0
12b	4,9	15,4	26,7	32,4	78,9
12c	29,6	42,8	51,1	59,5	74,1
12d	78,8	84,2	88,2	92,0	100,0
12e	32,3	39,2	48,1	61,3	100,0
12 gesamt	45,9	54,5	58,7	66,3	83,2

Aufgabe 13



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
13	37,9	56,4	65,3	75,4	88,2

Aufgabe 14

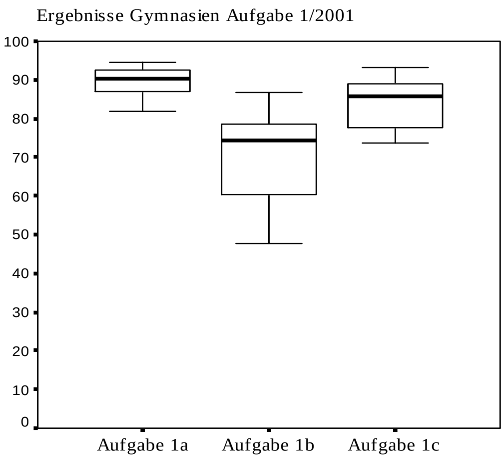


	Min	25. P	Median	75. P.	Max
14 abs.	14,6	27,1	44,4	58,4	94,1
14 rel.	5,4	11,1	15,8	28,8	44,2
14 Erw.	,0	24,5	28,6	34,2	52,1
14 ges	14,1	20,6	25,7	38,0	49,9

Ergebnisse der Gymnasien in der Vergleichsarbeit 2001

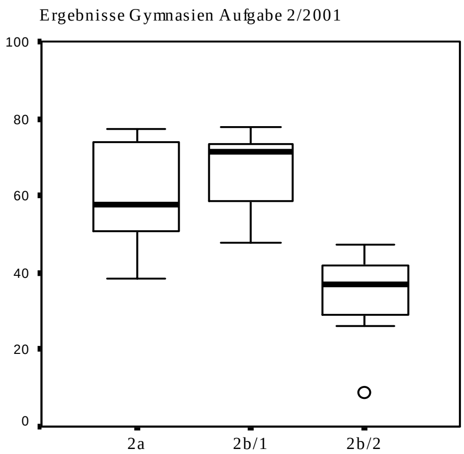
Es wurden die Arbeiten von 8 Schulen ausgewertet.

Aufgabe 1



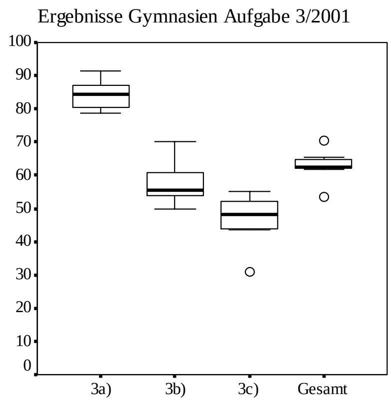
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
1a	81,8	86,2	90,2	93,3	94,5
1b	47,8	57,5	74,4	79,0	86,6
1c	73,9	76,9	85,8	89,0	93,2

Aufgabe 2



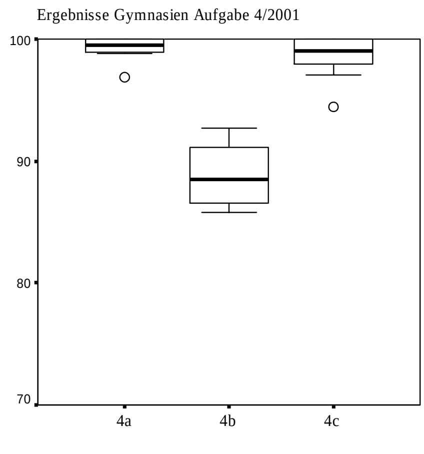
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
2a	38,6	50,4	57,5	74,8	77,5
2b/1	47,8	58,1	71,5	74,1	77,8
2b/2	8,7	27,7	37,2	42,3	47,5

Aufgabe 3



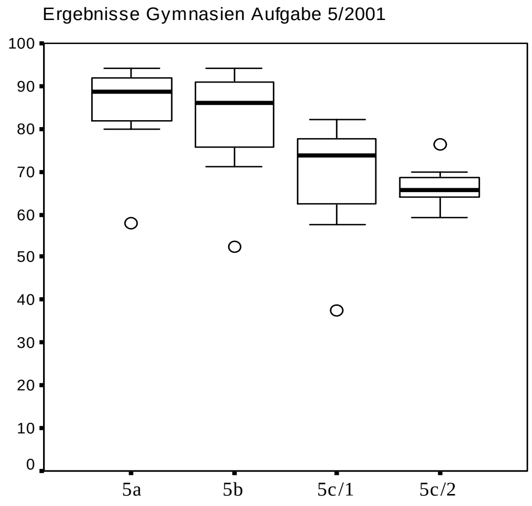
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
3a)	78,8	79,9	84,5	87,3	91,3
3b)	50,0	53,5	55,4	61,6	70,0
3c)	30,9	43,6	48,3	53,3	55,0
Gesamt	53,4	61,9	62,6	65,2	70,4

Aufgabe 4



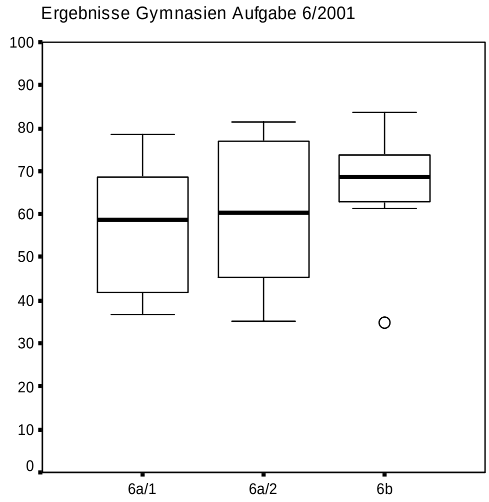
	Min	25. P.	Median	75. P.l	Max
4a	96,9	98,9	99,5	100,0	100,0
4b	85,8	86,5	88,5	91,8	92,6
4c	94,5	97,5	99,0	100,0	100,0

Aufgabe 5



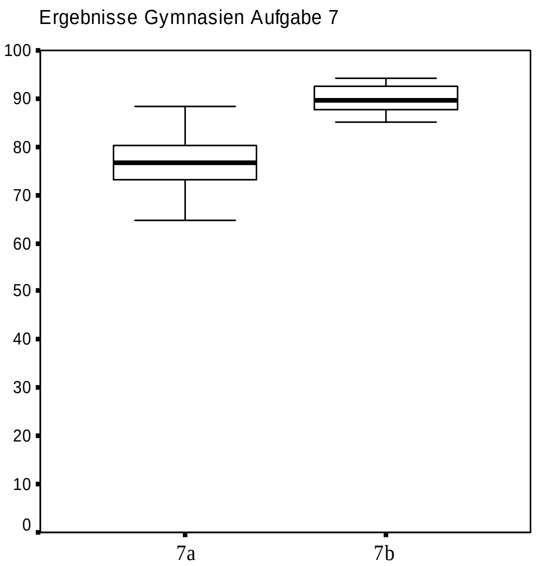
	Min	25. P.l	Median	75. P.	Max.
5a	58,0	80,9	88,8	92,2	94,1
5b	52,3	73,5	86,2	91,1	94,1
5c/1	37,5	60,0	73,6	78,1	82,4
5c/2	59,1	63,6	65,6	69,3	76,5

Aufgabe 6



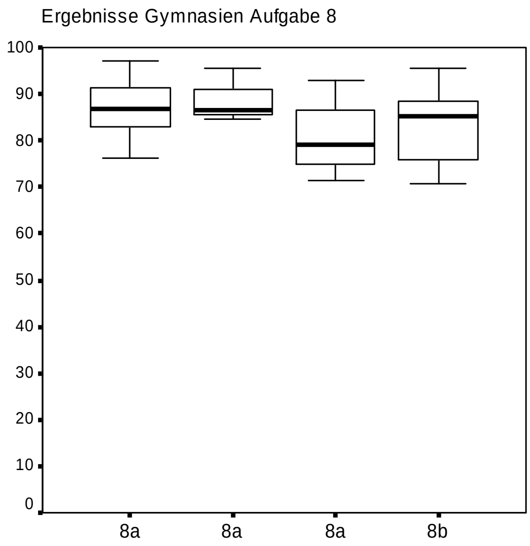
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
6a/1	36,8	40,8	58,6	70,7	78,6
6a/2	35,3	45,1	60,4	77,8	81,6
6b	34,8	62,2	68,8	74,2	83,8

Aufgabe 7



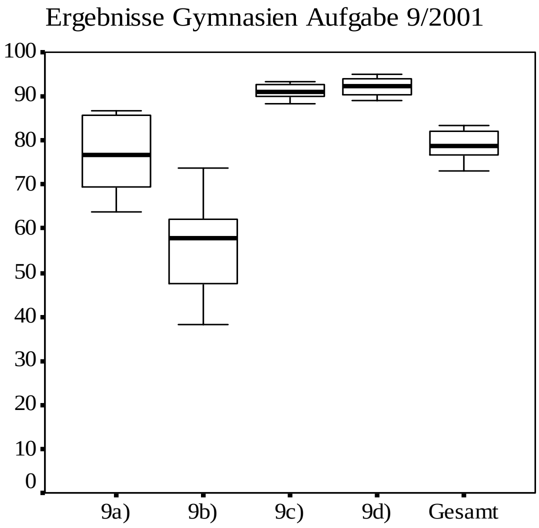
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
7a	64,8	72,1	76,8	80,4	88,2
7b	85,2	87,6	89,7	92,8	94,1

Aufgabe 8



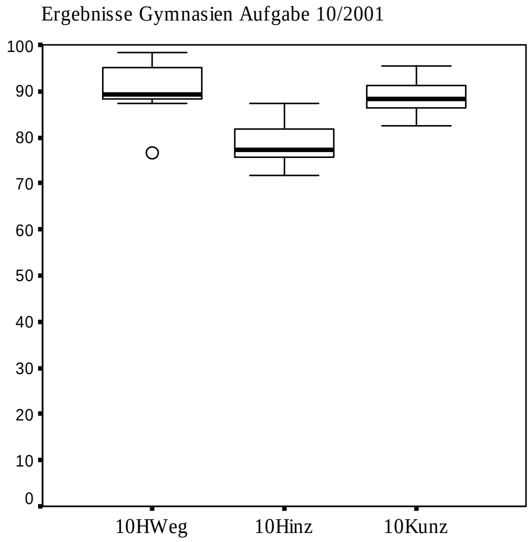
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
8a	76,3	81,9	86,7	93,1	97,1
8a	84,5	85,2	86,6	92,5	95,6
8a	71,3	74,2	79,2	89,6	92,9
8b	70,6	74,2	85,1	89,0	95,7

Aufgabe 9



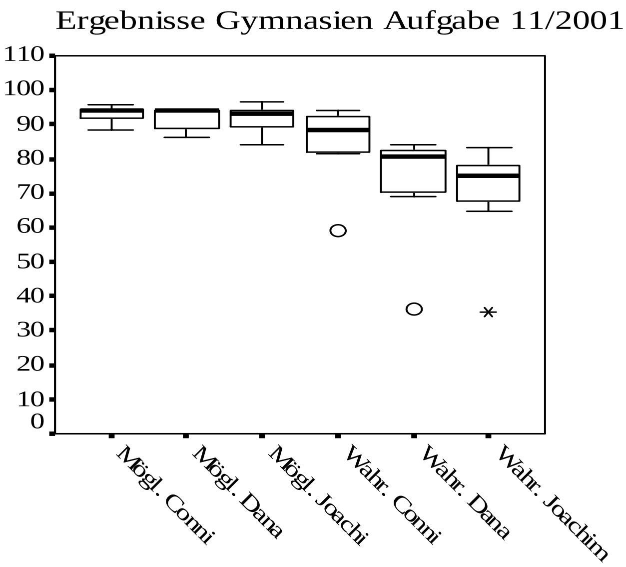
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
9a)	63,8	66,8	76,8	85,7	86,9
9b)	38,2	47,4	57,9	63,5	73,8
9c)	88,2	89,9	90,9	92,9	93,2
9d)	89,1	90,1	92,5	94,2	94,9
Gesamt	73,2	76,7	78,9	82,6	83,5

Aufgabe 10



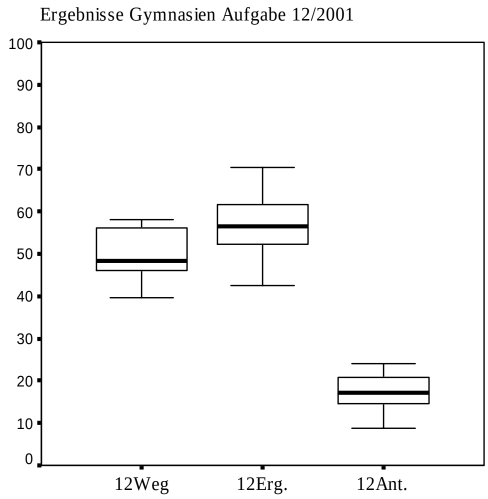
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
10HWeg	76,5	87,8	89,4	96,6	98,5
10Hinz	71,7	75,2	77,4	82,3	87,4
10Kunz	82,5	86,1	88,4	91,9	95,6

Aufgabe 11



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
Mö. Co	88,6	90,9	94,0	94,9	95,7
Mö. Da	86,4	88,8	94,0	94,2	94,6
Mö. Joa	84,1	89,0	93,1	94,1	96,7
W. Co	59,1	81,7	88,3	92,7	94,2
W. Da	36,4	69,8	80,6	82,5	84,3
W. Joa	35,2	66,2	74,9	78,5	83,5

Aufgabe 12

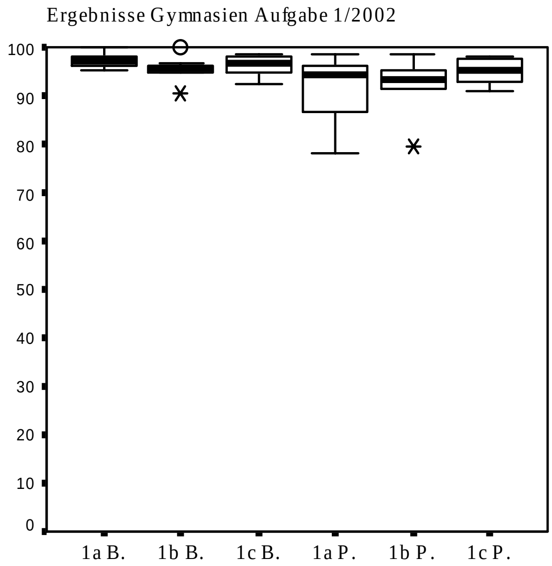


	Min	25. P.	Median	75. P.l	Max
12Weg	39,7	45,5	48,5	56,5	58,3
12Erg.	42,6	51,7	56,5	62,1	70,6
12Ant.	8,8	14,1	17,3	21,3	23,9

Ergebnisse der Gymnasien in der Vergleichsarbeit 2002

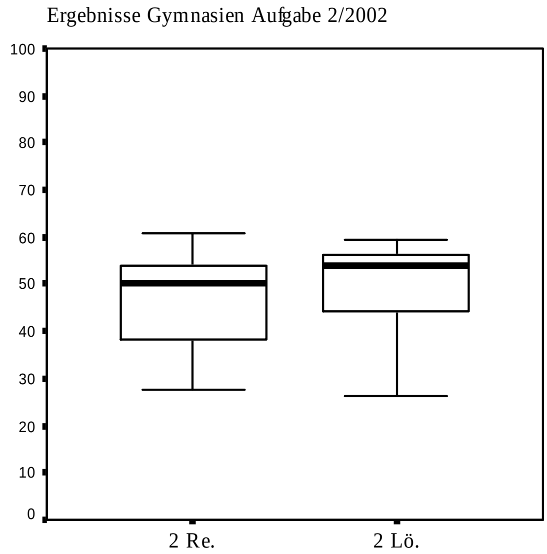
Es wurden die Arbeiten von 9 Schulen ausgewertet

Aufgabe 1



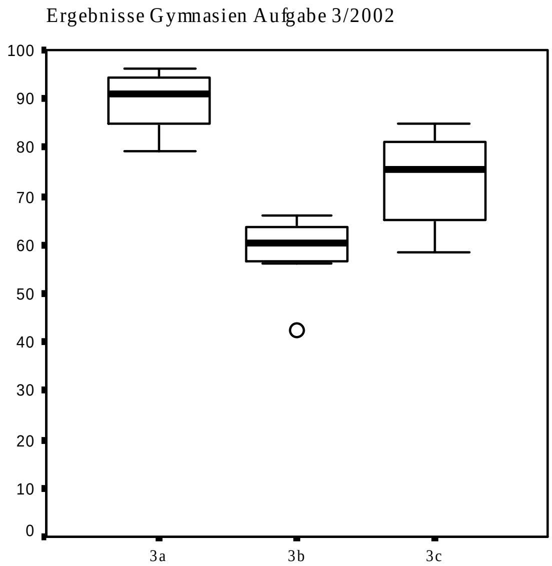
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
1a B.	95,1	96,1	97,2	98,3	100,0
1b B.	90,5	94,7	95,6	96,4	100,0
1c B.	92,2	94,3	96,5	98,3	98,6
1a P.	77,9	85,3	94,2	96,3	98,6
1b P.	79,4	91,5	93,5	95,3	98,6
1c P.	91,2	92,9	95,3	97,6	98,0

Aufgabe 2



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
2 Re.	27,5	35,3	50,2	54,0	60,7
2 Lö.	26,1	41,2	54,0	57,4	59,5

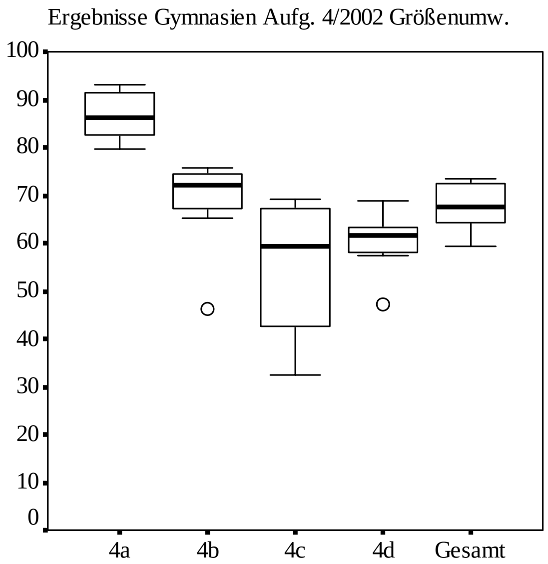
Aufgabe 3

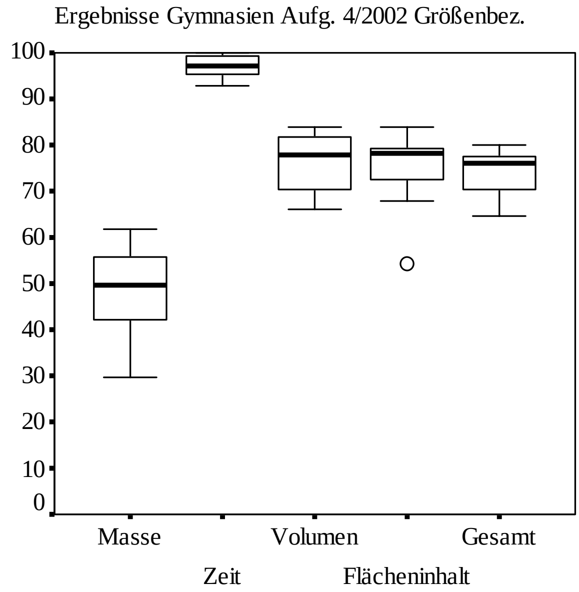


	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
3a	79,4	84,1	91,0	95,2	96,1
3b	42,6	56,3	60,4	64,2	66,2
3c	58,4	64,5	75,4	80,9	85,1

.

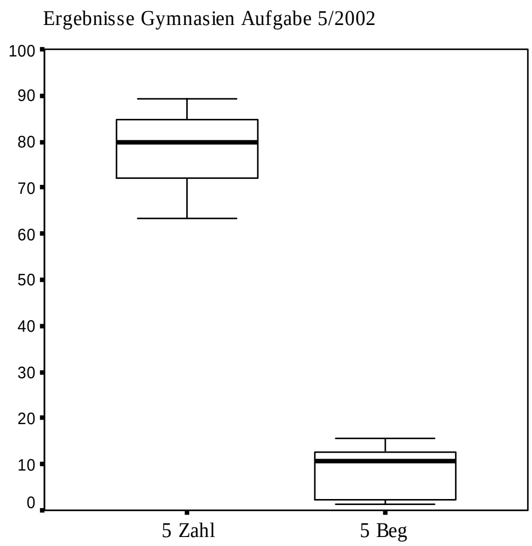
Aufgabe 4





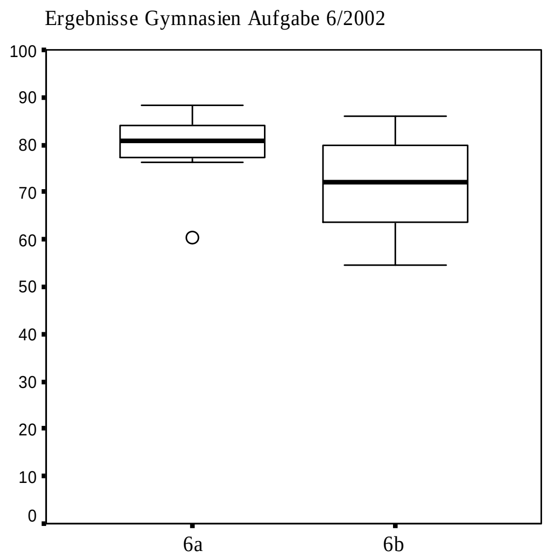
	Min.	25. P.	Median	75. P.	Max.	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
4a	80	82	86	92	93	30	41	50	57	62
4b	46	66	72	75	76	93	95	97	100	100
4c	32	40	59	67	69	66	69	78	82	84
4d	47	58	62	64	69	54	70	78	80	84
Gesamt	59	64	67	73	74	65	68	76	78	80

Aufgabe 5



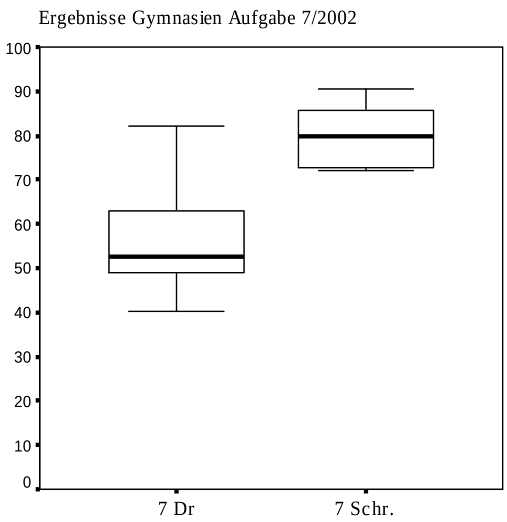
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
5 Zahl	63,2	71,5	79,9	85,4	89,3
5 Beg	1,4	1,8	10,7	12,8	15,5

Aufgabe 6



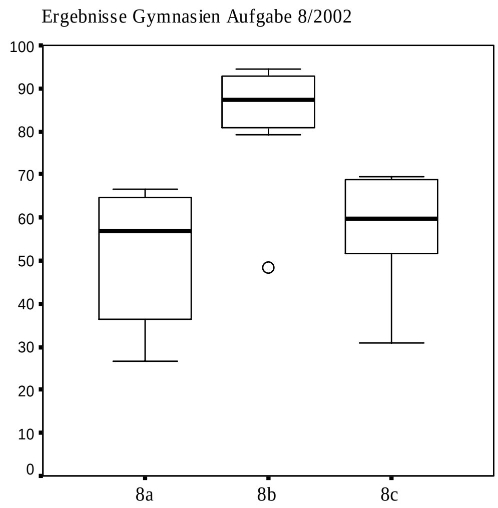
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
6a	60,3	76,9	80,8	84,4	88,4
6b	54,4	62,3	72,0	80,5	86,1

Aufgabe 7



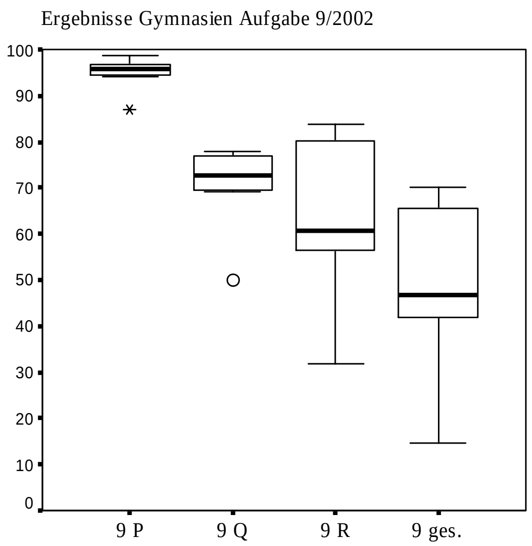
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
7 Dr	40,2	48,7	52,4	64,6	82,1
7 Schr.	72,1	72,7	79,8	86,4	90,5

Aufgabe 8



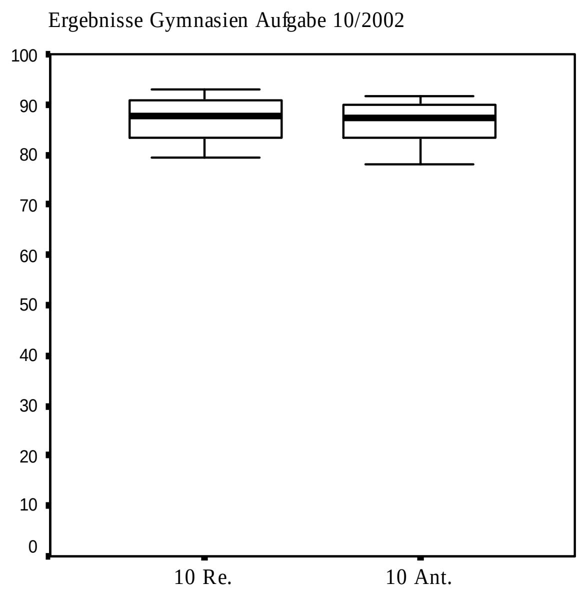
	Min	25. P.	Median	75. P.	Max.
8a	26,5	34,1	56,9	65,7	66,7
8b	48,5	80,0	87,5	93,4	94,4
8c	30,9	50,5	59,7	68,9	69,4

Aufgabe 9



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
9 P	87,0	94,4	95,9	96,9	98,9
9 Q	50,0	69,4	72,6	77,0	77,8
9 R	31,9	56,0	60,8	80,4	83,9
9 ges.	14,5	40,8	46,7	67,6	70,1

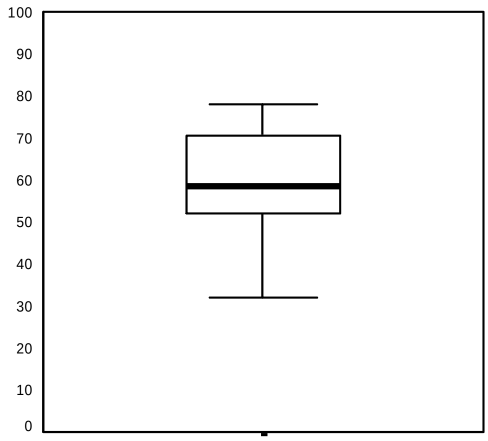
Aufgabe 10



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
10 Re.	79,4	82,7	87,9	91,2	93,1
10 Ant.	77,9	82,9	87,2	90,2	91,7

Aufgabe 11

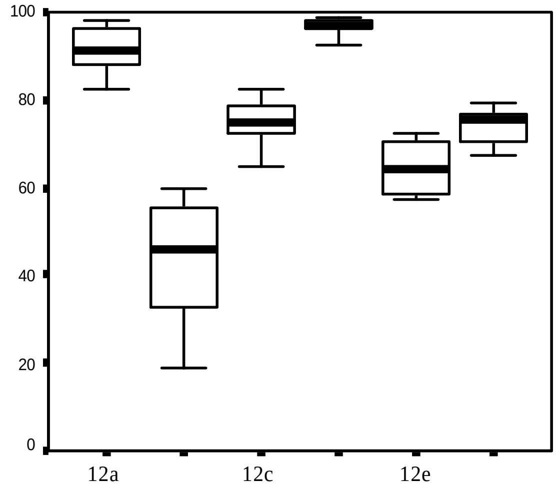
Ergebnisse Gymnasien Aufgabe 11/2002



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
11	31,9	51,0	58,5	72,5	78,2

Aufgabe 12

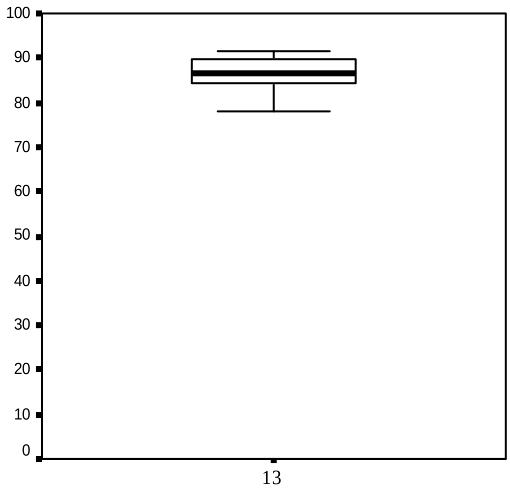
Ergebnisse Gymnasien Aufgabe 12/2002



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max
12a	82,1	87,3	91,0	96,8	98,0
12b	18,9	28,2	45,8	56,7	59,8
12c	64,7	72,4	75,0	79,0	82,2
12d	92,8	96,0	96,9	98,4	98,8
12e	57,1	58,4	64,2	70,5	72,1
12 gesamt	67,6	69,3	75,6	77,2	79,2

Aufgabe 13

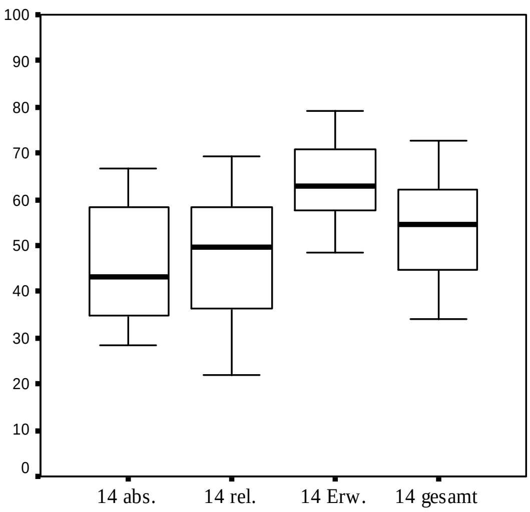
Ergebnisse Gymnasien Aufgabe 13/2002



	Min	25. P.	Median	75. P.	Max.
13	77,9	83,8	86,7	90,6	91,7

Aufgabe 14

Ergebnisse Gymnasien Aufgabe 14/2002

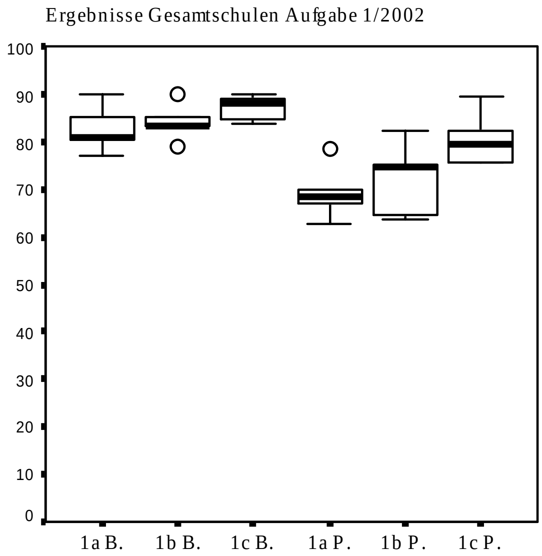


	Min	25. P.	Median	75. P.	Max.
14 abs.	28,6	32,2	43,3	58,5	66,7
14 rel.	22,1	33,7	49,8	58,5	69,4
14 Erw.	48,5	56,8	62,7	71,9	79,2
14 ges	34,1	42,7	54,7	63,0	72,8

Ergebnisse der Gesamtschulen in der Vergleichsarbeit 2002

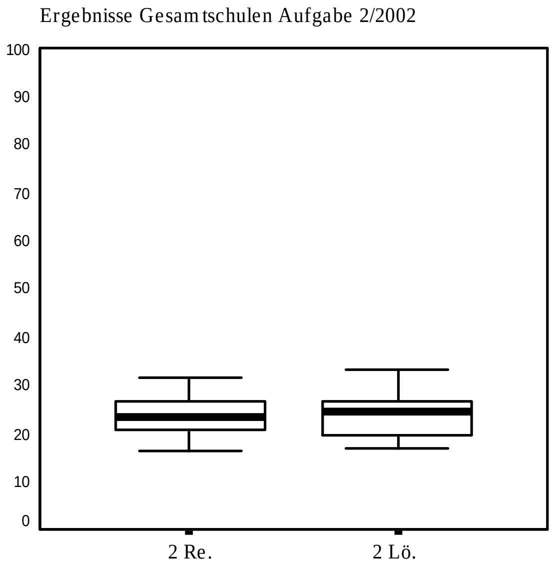
Es wurden die Arbeiten von 5 Schulen ausgewertet. Darunter waren eine kooperative und 4 integrierte Gesamtschulen. In den Tabellen werden nur Minimum, Median und Maximum angegeben.

Aufgabe 1



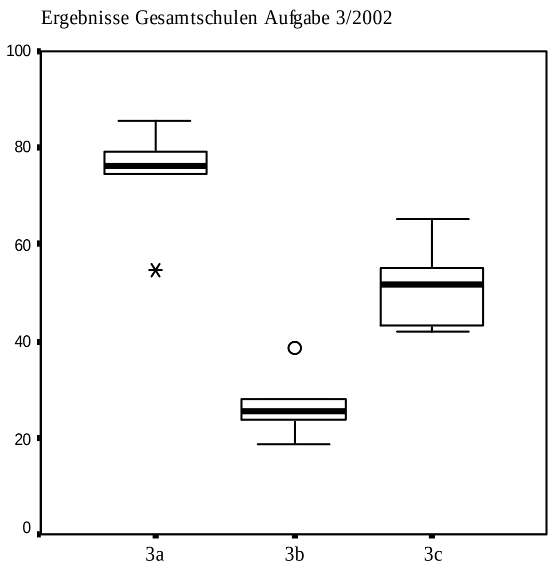
	Min	Median	Max
1a B.	76,9	80,9	90,2
1b B.	79,1	83,1	90,2
1c B.	83,9	88,2	90,2
1a P.	62,6	68,6	78,6
1b P.	63,7	74,6	82,1
1c P.	75,4	79,6	89,3

Aufgabe 2



	Min	Median	Max
2 Re.	16,1	23,5	31,3
2 Lö.	16,9	24,3	33,0

Aufgabe 3

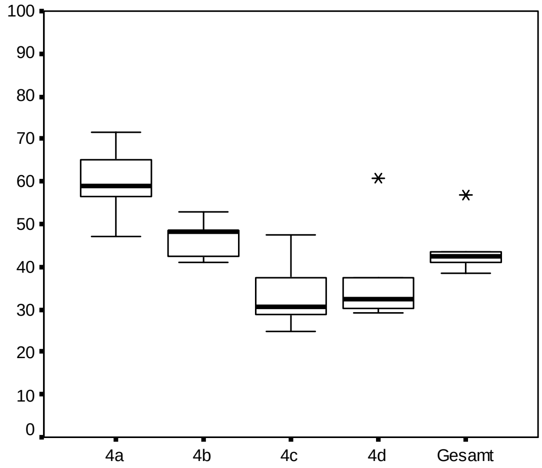


	Min	Median	Max
3a	54,8	76,5	85,7
3b	18,6	25,3	38,4
3c	41,9	51,6	65,2

Aufgabe 4

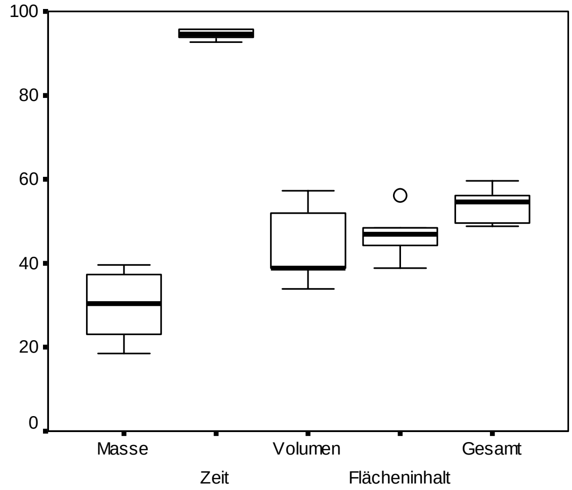
Ergebnisse Gesamtschulen Aufg. 4/02

Größenumwandlung



Ergebnisse Gesamtschulen Aufg. 4/2002

Größenbezeichnung

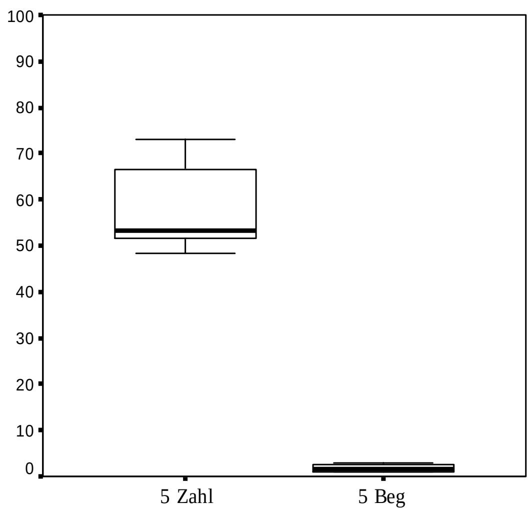


Aufgabe	Min.	Median	Max.
4a	47	59	71
4b	41	48	53
4c	25	31	47
4d	29	32	61
Gesamt	38	43	57

	Min	Median	Max
Masse	18	31	40
Zeit	93	95	96
Volumen	34	39	57
Flächeninhalt	39	47	56
Gesamt	49	55	60

Aufgabe 5

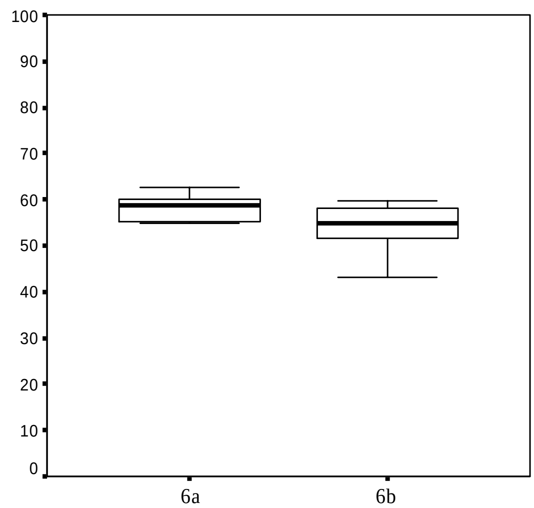
Ergebnisse Gesamtschulen Aufgabe 5/2002



	Min	Median	Max
5 Zahl	48,4	53,4	73,2
5 Beg	1,1	1,7	2,9

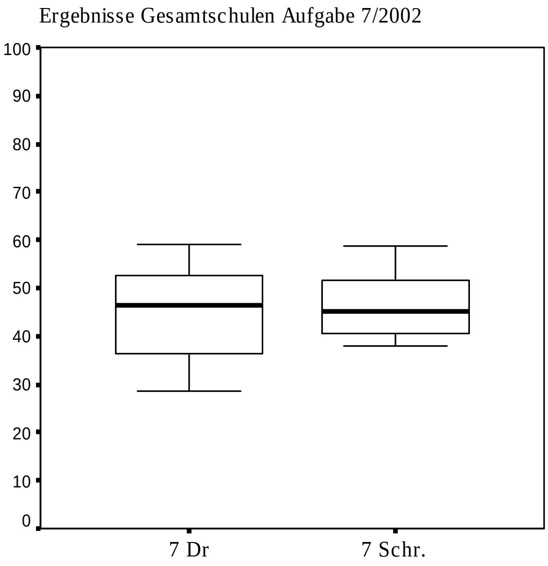
Aufgabe 6

Ergebnisse Gesamtschulen Aufgabe 6/2002



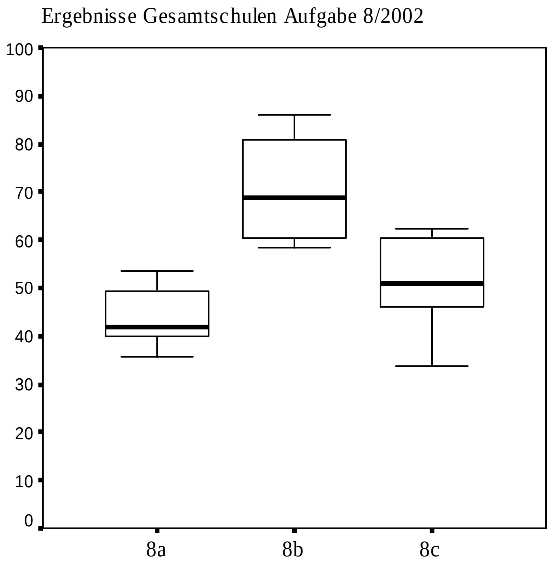
	Min	Median	Max
6a	54,9	58,9	62,7
6b	43,2	54,9	59,8

Aufgabe 7



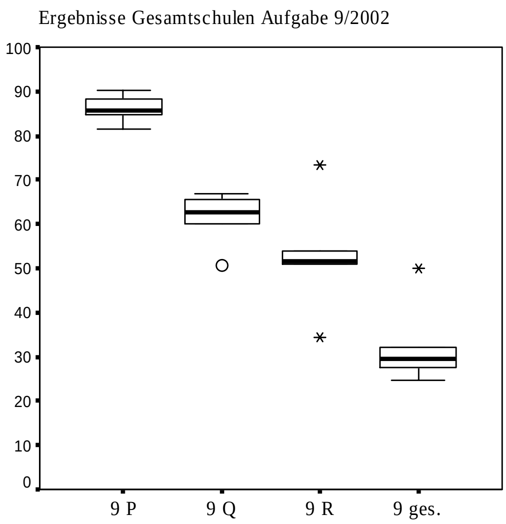
	Min	Median	Max
7 Dr	28,6	46,3	59,1
7 Schr.	38,1	45,2	58,9

Aufgabe 8



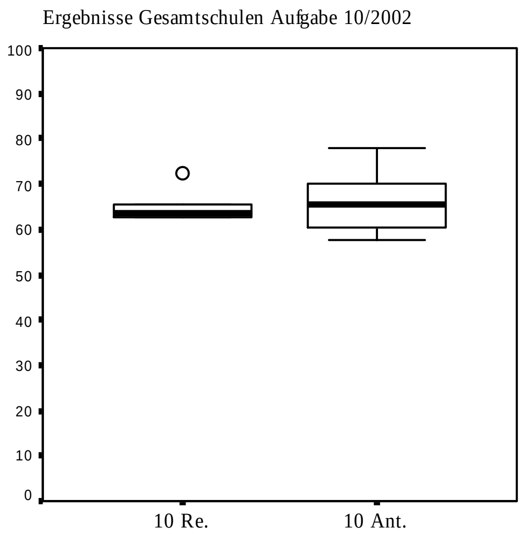
	Min	Median	Max
8a	35,7	41,8	53,7
8b	58,5	68,8	86,0
8c	33,9	50,9	62,4

Aufgabe 9



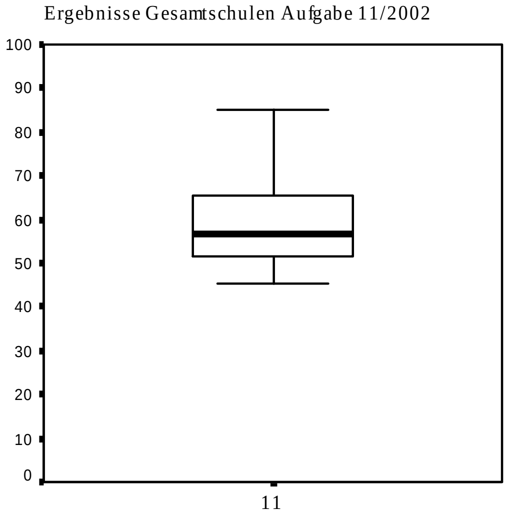
	Min	Median	Max
9 P	81,6	85,7	90,3
9 Q	50,5	62,5	66,9
9 R	34,4	51,5	73,2
9 ges.	24,7	29,4	50,0

Aufgabe 10



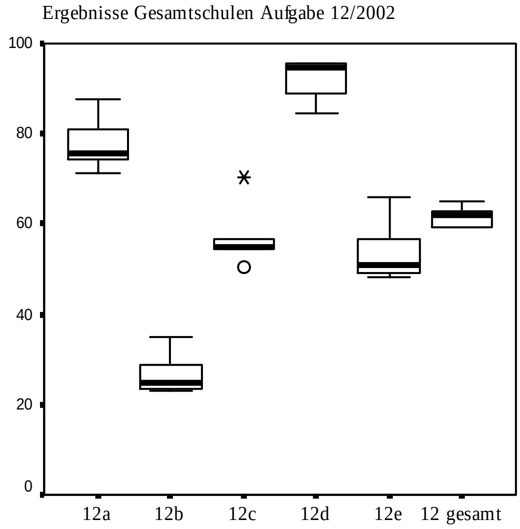
	Min	Median	Max
10 Re.	62,6	63,4	72,3
10 Ant.	57,6	65,4	77,7

Aufgabe 11



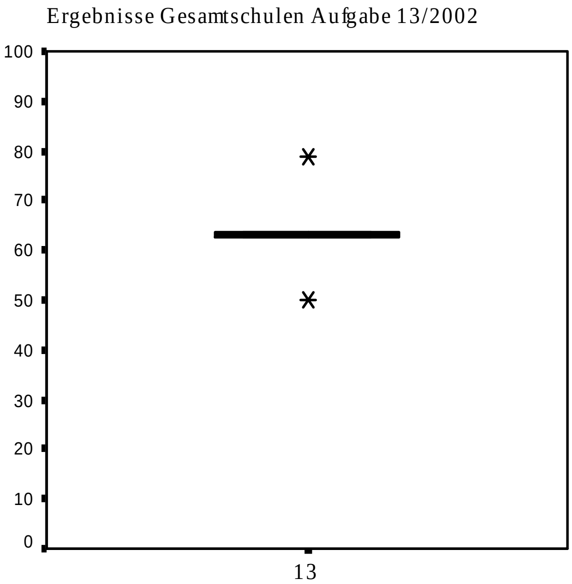
	Min	Median	Max
11	45,2	56,6	84,8

Aufgabe 12



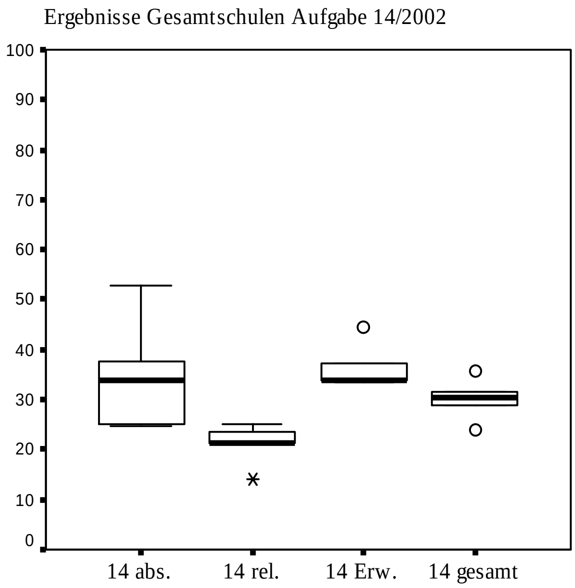
	Min	Median	Max
12a	71,2	75,8	87,5
12b	23,2	25,0	34,7
12c	50,5	54,8	70,5
12d	84,6	94,6	95,8
12e	48,4	50,7	65,9
12 ges	59,1	62,0	65,2

Aufgabe 13



	Min	Median	Max
13	50,0	63,2	78,6

Aufgabe 14



	Min	Median	Max
14 abs.	24,7	33,9	52,7
14 rel.	14,0	21,4	25,3
14 Erw.	33,3	33,9	44,6
14 ges	23,9	30,4	35,6