# Ergebnisse der Vergleichsarbeiten Deutsch und Mathematik in Mecklenburg-Vorpommern in den Jahren 1999 und 2000

Hans Joachim Grueter

Hans–Peter Mangel

Hans–Dieter Sill

Wolfgang Sucharowski

# Vorwort

In der Schule werden den Schülerinnen und Schülern wichtige Kompetenzen für die inhaltliche Gestaltung ihres Lebens vermittelt. Dabei spielt die Orientierung an internationalen Maßstäben eine immer größere Rolle. Auch müssen die Länder, die bei der PISA-Studie Spitzenplätze belegt haben, unsere Vorbilder bei der Weiterentwicklung des Schulwesens in Mecklenburg-Vorpommern sein. Maßnahmen zur Unterrichts-, Personal- und Organisationsentwicklung sowie zur Evaluierung müssen deshalb mit internationalen Standards vergleichbar sein. Die Ergebnisse der Vergleichsarbeiten liefern dabei wichtige Ansatzpunkte für die Qualitätssicherung und die Optimierung von Schule und Unterricht.

Im Rahmen der Qualitätssicherung und –entwicklung an den allgemein bildenden Schulen hat sich Mecklenburg-Vorpommern bereits 1998 zu Vergleichsarbeiten in den Fächern Deutsch und Mathematik entschlossen. Ich sehe diesen Leistungsvergleich nicht als Instrument der Kontrolle, sondern als Möglichkeit zu einem didaktischen Diskurs mit den Beteiligten.

Grundlage für die Erarbeitung der Aufgabenstellung waren die jeweiligen Ziele und Inhalte der Rahmenpläne in Deutsch und Mathematik unseres Landes. Die Aufgaben werden von einer Kommission des Bildungsministeriums erarbeitet, in der Lehrkräfte aus Grund-, Haupt- und Realschulen, Gymnasien sowie Studienleiter aus dem L.I.S.A. tätig sind. Die inhaltliche Steuerung und Organisation leistet eine Arbeitsgruppe. Die Konzeption der Vergleichsarbeiten konnte durch das konstruktive Zusammenwirken von Vertretern der Universitäten Greifswald und Rostock, des L.I.S.A. und des Bildungsministeriums wesentlich weiterentwickelt werden. Ursprünglich waren zwei Vergleichsarbeiten in den Jahrgangsstufen 5 und 7 in den Bildungsgängen der Haupt- und Realschule vorgesehen. Im Schuljahr 2001/02 wurde erstmals die gesamte Jahrgangsstufe 9, das heißt auch der gymnasiale Bildungsgang, einbezogen. So konnte die Leistungsentwicklung der Schülerinnen und Schüler besser verfolgt werden.

Die jährliche Auswertung der Ergebnisse der Vergleichsarbeiten brachte die Diskussion zu Leistungsanforderungen in der Schule in Gang und beförderte die Qualität des Unterrichts. In Auswertung der internationalen und nationalen Ergebnisse der PISA-Studie und auf der Grundlage der von der Kultusministerkonferenz beschlossenen und beabsichtigten Standards für Kernfächer wird das Konzept zu den Vergleichsarbeiten präzisiert und fortgesetzt.

Das öffentliche Interesse an den Ergebnissen der Vergleichsarbeiten an den allgemein bildenden Schulen in Mecklenburg-Vorpommern ist groß. 1999 wurden zum ersten Mal die Ergebnisse der Jahrgangsstufe 5 veröffentlicht und den Schulen zur Verfügung gestellt.

Die vorliegende Broschüre enthält einen umfassenden Gesamtbericht für die Arbeiten der Jahre 1999 und 2000. Ich möchte mich bei allen Beteiligten an diesem Prozess bedanken. Mein besonderer Dank gilt den Autoren dieser Broschüre.

Die Resultate der Vergleichsarbeiten und die Ergebnisse Mecklenburg-Vorpommerns beim PISA-Ländervergleich, insbesondere die unbefriedigenden Leistungen im Bereich der unverzichtbaren Lesekompetenz, sollen zu einer kritischen und konstruktiven Diskussion zur Qualität des Unterrichts, der Anstrengungsbereitschaft der Schüler, des Beitrages der Eltern zur Bildung und Erziehung ihrer Kinder sowie notwendiger Veränderungen in der Lehreraus-, -fort und –weiterbildung führen.

Prof. Dr. Peter Kauffold
Minister für Bildung, Wissenschaft und Kultur

# Inhaltsverzeichnis

# Teil I

# Deutsch

# Kapitel 1

# Ziele einer Vergleichsarbeit

## 1.1 Vorbemerkung

Vergleichsarbeiten sollen Hinweise auf den Leistungsstand einer Jahrgangsstufe geben. Solange nicht versucht wird, Erwartungen zu formulieren, die den Begriff Leistungsstand definieren, leuchtet ein solches Vorhaben ein. Schüler können sich untereinander vergleichen, Lehrkräfte gewinnen eine Perspektive auf das, was ihr Unterricht und ihre Methodik leistet und die Öffentlichkeit kann sich ein Bild über ihre Schule machen. Das setzt voraus, dass sich Pädagogen und Bildungspolitiker darüber einig sind, was Schule leisten soll. Hier nun zeigt sich, dass unterschiedliche Einstellungen unter den Betroffenen existieren.

Das beginnt schon bei den Fächern. Die Mathematik hat eine breite Diskussion über grundlegendes Wissen und Können eröffnet. In Deutsch ist noch nicht entschieden, welches Wissen und welche Fähigkeiten als grundlegend zu gelten haben. Bereits die Teilbereiche im Fach werfen Fragen auf. Denn grundsätzlich ist zu unterscheiden, ob die Fähigkeit zur mündlichen und schriftlichen Kommunikation betont wird oder das Wissen über dieselbe. Dabei muss wiederum zwischen der mündlichen und schriftlichen Kommunikation und seiner rezeptiven und produktiven Seite differenziert werden. Das hat Konsequenzen für das praktische Arbeiten, wo mehr Zeit in das Schreiben oder in das Lesen investiert werden kann. Die Textproduktion zwingt zur Sicherung eines Norm angemessenen Schreibens. Was mit unterschiedlichem Lernaufwand bei den Schülern verbunden ist.

## 1.2 Praxis der Vergleichsarbeit

Der Vorschlag möglichst viele Aspekte des Deutschunterrichts der jeweiligen Jahrgangsstufe in eine Vergleichsarbeit einfließen zu lassen, findet seine Grenze an der zeitlichen Vorgabe des Tests. In 45 Minuten bedürfte es eines hochentwickelten Testverfahrens, um die genannten Gesichtspunkte angemessen zu berücksichtigen. Ein solches existiert bisher nicht. Die Testpraxis orientiert sich an einer schulpraktischen Aufgabenstellung. Sprachliche Kompetenz wird aufgrund der Anforderungen des Lehrplans der entsprechenden Jahrgangsstufe und des jeweiligen Faches definiert. Der Erwartungshorizont entspricht Erfahrungen mit dem Unterrichtsalltag der Lehrkräfte aus der Aufgaben-Kommission. Der Testaufbau folgt der Gliederung, die das verstehende Lesen an den Anfang stellt, Aufgaben zum Umgang mit der Sprache anbietet und mit einer Aufgabe schließt, in der sich der Schüler schriftlich äußern muss.

Die Auswertung nimmt Bezug auf die bisherigen Vergleichsarbeiten in der 5. und 7. Jahrgangsstufe, wobei die beiden Tests 7 (1999) und 7 (2000) im Vordergrund der Erörterung stehen.

# Kapitel 2

# Ergebnisse und qualitative Analyse ausgewählter Aufgabenkomplexe

## 2.1 Texte verstehen können

In der Vergleichsarbeit 7 (2000) wurde der direkte Versuch gemacht, dem Thema Lesen und Verstehen eines Textes erstmals mit einer eigenen Aufgabenstellung Raum zu geben. Im Test 5 (1998) war durch eine Lehrerbefragung die Fähigkeit der Schüler erfasst worden, wie gut diese lesen, wenn sie einen Text vorlesen. Der Test 7 (1999) war so angelegt worden, dass mit der Lösung der ersten Aufgabe dem Lesen einer Anekdote den Schülern der Weg bereitet werden sollte, einen eigenen Text zu schreiben.

Tabelle 1: Verarbeiten von Informationen nach der Textlektüre

| 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 35 (235) | 14,89 |
| Realschüler | 197 (1063) | 18,53 |
| Gesamt | 232 (1298) | 17,87 |

Eine Analyse, ob Motive der Vorgeschichte in die eigene Textproduktion Eingang gefunden haben, machte auf die geringe Bedeutung des Vortextes aufmerksam. Obwohl der Text gelesen worden war, zeigt er wenig Einfluss auf das Schreiben des eigenen Textes. Eine Teiluntersuchung am Institut für Germanistik der Universität Rostock zum Test 7 (2000) weist in eine ähnliche Richtung. Hier waren die Schüler direkt aufgefordert, zum Gelesenen Stellung zu nehmen. Eine Auswertung einer kleinen Stichprobe bot Hinweise darauf, dass 42 % der Antworten andere Quellen als den Vortext nutzten. Das deutet auf ein Lesen der Texte hin, das auf die vorgegebene Fragestellung beschränkt bleibt.

### 2.1.1 Einen Sinnzusammenhang thematisch betiteln

Das Lesen von Texten und das Verstehen seiner Inhalte erweist sich als ein zentrales Problem in der Schule. In der dem Test 7 (2000) zugrunde gelegten Aufgabe (1) wurde ein Text aus einem Sachbuch für Jugendliche der Altersstufe von 12-14 Jährigen gewählt. Dieser wurde in vier Sinnabschnitt gegliedert, deren Gehalt waren (a) die Urangst des Menschen vor dem Wolf, (b) Wölfe meiden den Menschen, sie fressen Aas, sie „pflegen“ Wild, (c) die Ernährung und das Sozialverhalten, (d) das Paarungsverhalten der Tiere. Die Übersicht macht deutlich, dass die Abschnittsbildung nicht um einen Kerninhalt allein zentriert erfolgte, so dass bei einer thematischen Identifikation unterschiedlich komplexe Inhalte zusammengefasst werden mussten.

Da eigenständige Formulierungsvorschläge der Schüler als zu aufwendig für eine Auswertung eingestuft wurden, sind Formulierungsvorschläge zur Auswahl angeboten worden. Diese gruppieren sich in semantisch unzutreffende Überschriften, in Überschriften mit einem Bezug zu Teilinhalten und solche, die den Kerninhalt benennen. Die Akzeptanz der Aufgabenstellung war unter den Schülern sehr hoch. Die Aufgabe wurde von so gut wie allen bearbeitet.

Tabelle 2: Nicht-Bearbeitung der Aufgabenstellung

| 7 (2000) | Gesamt | Realschüler | Hauptschüler |
|---|---|---|---|
| Sinnabschnitt (a) | 29 (1563) 1,85 % | 18 (1270) 2,59 % | 11 (293) 3,75 % |
| Sinnabschnitt (b) | 29 (1583) 1,85 % | 18 (1270) 2,59 % | 11 (293) 3,75 % |
| Sinnabschnitt (c) | 31 (1563) 1,98 % | 20 (1270) 1,96 % | 11 (293) 3,75 % |
| Sinnabschnitt (d) | 27 (1563) 2,37 % | 21 (1270) 1,65 % | 16 (293) 5,46 % |

#### 2.1.1.1 Ein Thema einem zusammenhängenden Text zuordnen

Ein Zusammenhang zwischen den Überschriften i-x und den Sinnabschnitten a-d wurde insgesamt von mehr als der Hälfte der Schüler richtig identifiziert.

Tabelle 3: Richtige Zuordnung einer Überschrift

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 146 (293) | 48,83 |
| Realschüler | 877 (1270) | 69,05 |
| Gesamt | 1022 (1563) | 65,39 |

Die Zuordnung der Themen zu den einzelnen Sinnabschnitten schwankt. Die inhaltliche Struktur und Komplexität der einzelnen Sinnabschnitte variiert.

Als homogen kann der Abschnitt (d) eingeschätzt werden. Der Sinnabschnitt (d) entspricht der Länge, wie sie die Texte (a) und (b) (= 73 Wörter) kennzeichnet. Er beinhaltet ein Thema, das mit der Überschrift x ( Das Paarungsverhalten der Wölfe) erfasst wird.

Tabelle 4: Richtige Zuordnung des Abschnitts (d)

| 7(2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 208(293) | 70,98 |
| Realschüler | 1030(1270) | 81,09 |
| Gesamt | 1238(1563) | 79,21 |

#### 2.1.1.2 Ein Kernthema zu einem thematisch zusammenhängenden Text

Der Sinnabschnitt (a) ist kurz (= 71 Wörter), er beinhaltet inhaltliche Aussagen, die thematisch aufeinander bezogen ein Kernthema bilden. Dieses Thema ist in der Überschrift iii (Die Angst des Menschen vor dem Wolf) ausformuliert.

Tabelle 5: Richtige Zuordnung des Abschnitts (a)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 97 (293) | 34,00 |
| Realschüler | 787 (1270) | 61,25 |
| Gesamt | 884 (1563) | 56,56 |

#### 2.1.1.3 Thematisch unterschiedliche Teile unter einem Kernthema erfassen

Der Sinnabschnitt (b) ist kurz (= 77 Wörter), er beinhaltet Aussagen, die thematisch aufgesplittet sind und kein eindeutiges Kernthema besitzen. Eines der Themen steht mit der Überschrift vii (Wölfe sind scheue Tiere) in Verbindung und stellt eine Paraphrase zum ersten Satz des Abschnitts dar.

Tabelle 6: Richtige Zuordnung des Abschnitts (b)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 151 (293) | 51,52 |
| Realschüler | 960 (1270) | 75,58 |
| Gesamt | 1111 (1563) | 71,08 |

#### 2.1.1.4 Komplexeren Text thematisch einheitlich benennen

Der Sinnabschnitt (c) ist doppelt so lang wie (a) und (b) (= 145 Wörter). Er zentriert sich auf zwei inhaltliche Schwerpunkte.

Tabelle 7: Richtige Zuordnung des Abschnitts (c)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 124 (293) | 42,31 |
| Realschüler | 730 (1270) | 57,47 |
| Gesamt | 854 (1563) | 54,64 |

#### 2.1.1.5 Diskussion

Zu fragen ist, welche Leistung die Schüler damit dokumentieren. Der Überblick der Durchschnittszahlen macht darauf aufmerksam, dass die verschiedenen Sinnabschnitte und ihre Kennzeichnung durch Überschriften unterschiedlich schwierig gewesen sind. Interessant ist dabei, dass die Schwankungen in der Zuordnungsleistung von Überschrift und Textabschnitt zwischen Real- und Hauptschülern korreliert, wobei die Hauptschüler deutlich größere Schwierigkeiten haben. Das Erkennen eines Zusammenhangs von Textabschnitt und Überschrift ist um 20 % geringer.

Sinnabschnitt (a) ist zwar fast gleich lang wie Sinnabschnitt (b), der Anteil sinntragender Wörter ist gleich und dennoch wird in Abschnitt (a) nur von 57 % der Schüler eine richtige Zuordnung geleistet, bei den Hauptschülern beträgt der Anteil nur 34 %. Anders hingegen der Abschnitt (d), auch hier ist die Anzahl und der Anteil der sinntragenden Wörter mit (a) und (b) vergleichbar. Die richtigen Zuordnungen sind mit 79 % deutlich höher als in den anderen Abschnitten, d.h. der Zusammenhang wurde sicherer erkannt, denn auch die Hauptschüler erreichen hier 71 %.
Die schwächeren Leistungen in Sinnabschnitt (c), wo nur etwas über die Hälfte der Schüler die Überschrift v (Das Leben der Wölfe in familienähnlchen Verbänden) zugeordnet haben, wird mit der Streuung der Themen des Abschnitts und der Möglichkeit zu deuten sein, dass auch die Überschrift ix (Was Wölfe fressen) als denkbar einzustufen ist. Die Länge des Abschnitts hat keinen Einfluss, denn sonst hätte Abschnitt (a) einen höheren Wert erhalten müssen.

Schulpraktiker erklären den guten Wert für Abschnitt (d) mit der Thematik an sich, welche Schüler dieses Alters bewegt. Abschnitt (a) dagegen wirke „antiquiert" und lebensfern. Die Differenz zwischen Real- und Hauptschülern ist in diesem Abschnitt besonders deutlich 61 % stehen nur 34 % gegenüber. Eine inhaltsanalytische Untersuchung der Aussagen in Aufgabe (4) bietet gewisse Hinweise auf die Fokusbildung beim Lesen und bestätigt die Aussagen über das Interesse dieser Jahrgangsgruppe.

Offen ist eine Antwort auf die Frage nach dem Lese-Leistungsvermögen. Wenn Schülern ein Sachtext angeboten wird, der lexikalisch und syntaktisch aus der schulischen Traditionen des Fachunterrichts entnommen wird, und wenn Schüler aufgefordert werden, themenfokussierende Überschriften zu identifizieren, dann leisten dies 65 % der getesteten Schüler. Trennen wir zwischen den Haupt- und Realschülern, dann treten deutliche Unterschiede auf, 50 % der Hauptschüler können einen solchen Zusammenhang herstellen, während es unter den Realschülern 69 % sind. Das Lesen und Identifizieren eines thematischen Zusammenhangs unter den beschriebenen Rahmenbedingen, d.h. durch die Vorgabe eines Themenvorschlag, gelingt generell der Hälfte der Schüler.

Für weiterreichende Rückschlüsse auf das Sinn entnehmende und Verstehen dokumentierende Lesen eines Textes erweist sich die Perspektive der vorliegenden Zahlen als zu eng. Dem Bereich des Lesens und Verstehens sollte mehr pädagogische Aufmerksamkeit im Unterricht gelten, wobei dieser Aspekt fächerübergreifende Geltung besitzt.

## 2.2 Einen Text weiter-verarbeiten

Die Aufgabe (4) nimmt direkt Bezug auf das in der Aufgabe (1) Gelesene. Die Schüler sollen in einzelnen, grammatisch vollständigen Sätzen darüber Aussagen treffen, welche Informationen sie denn nach der Lektüre überrascht haben. Diese Aussagen sind dann von ihnen näher zu erläutern.

### 2.2.1 Nicht-Bearbeitung der Aufgabe

Die Aufgabe fand insgesamt eine hohe Akzeptanz, wobei es eine deutliche Diskrepanz zwischen den Real- und den Hauptschülern gibt. Während so gut wie alle Realschüler die Aufgabe bearbeitet haben, bewegt sich der Wert für die Hauptschüler auf 9 % zu. Der Lösungsanteil ist allerdings mit den bisherigen Werten vergleichbar. Die Differenz zwischen Hauptschülern und Realschülern beträgt 20 %.

Tabelle 8: Akzeptanz der Aufgabenstellung

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptsschüler | 25 (293) | 8,53 |
| Realschüler | 22 (1270) | 1,73 |
| Gesamt | 7 (1563) | 3,00 |

### 2.2.2 Informationen erinnern und gewichten

Zu klären ist, welche Leistung mit dieser Aufgabenstellung verbunden werden kann. Der Schüler muss aus seiner Erinnerung oder durch Nachschlagen im Eingangstext, wenn ihm dieser verfügbar war, drei Sätze bilden, die einen Sachverhalt ausdrücken. Den jeweils genannten Sachverhalt muss er mit einer begründenden Aussage verbinden bzw. zu den aufgezählten Sachverhalten eine Begründung abgeben. Da er keinen Text verfassen soll, wird nur die Formulierung eines Satzes und seine kausale Einschätzung erwartet.

Wie im Aufgabenkomplex (2) beobachtet werden kann, werden Konstruktionen dieser Art von mehr als der Hälfte der Schüler beherrscht. Bei der Lösung der Aufgaben (4) konnte festgestellt werden, dass das Leistungsniveau sinkt, wenn der Anteil von Textübernahmen abnimmt bzw. wenn Leistungen im Sinne des Erschließens von Inhalten zunehmen. Die Aufgabenstellung (4) lässt daher Leistungen unterhalb der bisherigen Werte erwarten, da dort Aufgaben ein solchen Wiedererkennungsanteil besaßen.

#### 2.2.2.1 Informationen dem Text entnehmen

Wenn die Lösung der Aufgabe nur aus der Perspektive einer Wiedergabe von Informationen betrachtet wird, dann machen 71 % der Schüler eine Aussagen über das Gelesene. In knapp 9 % behelfen sich die Schüler mit einer direkten Übernahme von Textteilen zur Beantwortung der Fragestellung.

Tabelle 9: Eigene Aussagen über den gelesenen Text generell

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 142 (293) | 48,46 |
| Realschüler | 969 (1270) | 76,30 |
| Gesamt | 1111 (1563) | 71,08 |

Tabelle 10: Abgeschriebene Aussagen aus dem gelesenen Text

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 33 (293) | 11,26 |
| Realschüler | 102 (1270) | 8,03 |
| Gesamt | 135 (1563) | 8,64 |

#### 2.2.2.2 Unterschiedliche Informationen dem Text entnehmen

Die Schüler waren aufgefordert, Informationen zu benennen, die für sie den Charakter des Neuen hatten. Wird nach dem Umfang der Aussagen unterschieden, dann machen insgesamt gesehen 43 % drei Aussagen über das Gelesene. Der Anteil der Hauptschüler beträgt 28 %. Mit zwei Aussagen zum Text ist der Hauptschulanteil von 20 % erwähnenswert. Werden nämlich die Antworten mit drei und zwei Aussagen zusammengefasst, dann ist der Anteil der Realschüler 55 % und bei den Hauptschülern beträgt er 48 %, so dass auf diesem Niveau die Hälfte der Schüler mindestens zwei Informationen nachweist.

Tabelle 11: Drei Aussagen über den gelesenen Text

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 81 (293) | 27,64 |
| Realschüler | 598 (1270) | 46,53 |
| Gesamt | 679 (1563) | 43,44 |

Tabelle 12: Zwei Aussagen über den gelesenen Text

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 59 (293) | 20,13 |
| Realschüler | 105 (1270) | 8,26 |
| Gesamt | 164 (1563) | 10,49 |

Tabelle 13: Nur eine Aussage über den gelesenen Text

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 25 (293) | 8,53 |
| Realschüler | 51 (1270) | 4,01 |
| Gesamt | 76 (1563) | 4,86 |

#### 2.2.2.3 Diskussion

Generell belegen die Zahlen der Aufgabe (4), dass die Schüler Informationen haben und diese mit ihren Aussagen dokumentieren. Die Frage, welche Leistung damit ermittelt wird, ist bei der Art der Aufgabenstellung nicht eindeutig zu beantworten. Den Schüler lag in der Regel der Ausgangstext vor, inwieweit die Textvorlage mit genutzt werden durfte, war nicht vorgegeben. Die Anzahl der Aussagen war auf drei festgelegt worden, so dass die Schüler die Lösung auf das Suchen von drei passenden Sätzen reduzieren konnten. Dann bedeutet das Ergebnis, nur knapp die Hälfte der Schüler war dazu in der Lage.

Über die Wertigkeit der ausgesuchten Informationen sowie über die Sinnhaftigkeit ihrer Begründung ist nur dann etwas auszusagen, wenn die Daten inhaltsanalytisch ausgewertet werden. Dazu existiert bisher nur die Auswertung einer 567 Arbeiten umfassenden Stichprobe. In ihr wurde eine Reihenfolge von Aussagen inhaltlich ermittelt. Auf Rang 1 als für den Leser überraschend wird die Aussage über die Stellung des Alpha-Weibchens genannt. Es folgen dann die Aussagen (2) zur geringeren Stärke der Wölfe gegenüber den Menschen, (3) das Leben in Rudeln nur im Winter und (4) die Information über die Nachtaktivität der Wölfe.
In einer Teilstudie zu einer der ausgewählten Klassen wurde geprüft, inwieweit die Aussagen von den Schülern direkt auf den Text bezogen werden oder im Zusammenhang mit dem Vorwissen des Einzelnen stehen. 42 % der Schüler der untersuchten Klasse geben an, sich auf andere Quellen zu beziehen und machen dazu ihre Aussagen. Sie nennen als solche Filme oder Sachbücher und bezeugen, dass sie den Text für die Beantwortung der Fragen nicht benutzt haben. Damit wird ein weiteres Problem angesprochen. Die Lösung der Aufgabe erfolgte nicht ausschließlich aufgrund der Lektüre des Textes, so dass nur eingeschränkt eine Aussage über die Informationsentnahme möglich ist. Davon bleibt aber unberührt die Aussage, dass von den Schülern Informationen zu dem zitieren Themenbereich verarbeitet worden sind.

## 2.3 Fähigkeiten zur Bewältigung verbaler Probleme auf der Satz und Wortebene

Sprachfähigkeit ist ein weitreichender und sehr breit streuender Begriff. Er lässt sich bei der Fähigkeit des grundsätzlichen Sprechen Könnens ansetzen und verfolgen bis hin zur Kompetenz literarisch tätig zu werden bzw. sich sprachlich am öffentlichen Diskurs zu beteiligen. Bei den Testaufgaben wurden Teilaspekte sprachlichen Könnens aufgegriffen und zu erfragen versucht. So galt die Aufmerksamkeit der sprachlichen Flexibilität, d.h. der Fähigkeit sich sprachlich variabel auszudrücken. Dabei galt es zu prüfen, ob die Schüler Aussagen aufeinander beziehen und ihren inneren logischen Zusammenhang formulieren können. Im Test 7 (2000) wurden direkte Aufgaben gestellt, im Test 7 (1999) wurde die Textproduktion unter diesem Aspekt näher betrachtet.

### 2.3.1 Das Verdichten eines Textes

Beim Test 7 (1999) wurde die Textproduktion der Schülerarbeiten geprüft, inwieweit Konnektoren zur Verknüpfung von Sätzen und Satzteilen benutzt werden und ob die Folgebeziehung von Sätzen durch eine sprachliche Form explizit kenntlich gemacht wird.

Tabelle 14: Verwendung von Konnektoren in der Textproduktion

| 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 189 (254) | 74,41 |
| Realschüler | 966 (1065) | 90,70 |
| Gesamt | 1155 (1319) | 87,56 |

Tabelle 15: Sprachliche Markierung von Beziehungen zwischen Sätzen

| 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 137 (254) | 53,93 |
| Realschüler | 805 (1065) | 75,59 |
| Gesamt | 942 (1319) | 71,42 |

Die Analyse der Schülertexte belegt, dass ein Verknüpfen von Teilen zu komplexen Aussageeinheiten für die Schüler keine nennenswerte Schwierigkeit darstellt. Bei dem Ergebnis muss beachtet werden, dass bei der Erhebung der Gebrauch von Konnektoren insgesamt gewertet und dabei nicht zwischen der Verknüpfung nominaler und sententialer Phrasen differenziert wurde.

Die Gruppe der Hauptschüler belegt in diesem Punkt mit einem Anteil von 74 % einen deutlich geringeren Gebrauch von sprachlich explizit verknüpfenden Konstruktionen als die Realschüler mit knapp 91 %. Die sprachlichen Aussagen der ersten Gruppe tendieren zu unverknüpften Konstruktionen, was die Bezugnahme auf komplexe Wirklichkeitsdarstellungen beeinträchtigen kann.

Schwerer fällt den Schülern das sprachliche Explizit-Machen von Verknüpfungen. Mit knapp 54 % dokumentiert die Gruppe der Hauptschüler, dass die sprachliche Bewältigung von Darstellungen eines Sachzusammenhanges hier Grenzen erwarten lässt. Aber auch der Wert der Realschulgruppe legt nahe, dass eine Differenzierung von Bedeutungszusammenhängen mit dem Wert von 74 % gegenüber 91 % bei offenen Verknüpfungen deutlich schwächer ausfällt. Sätze werden sprachlich weniger explizit miteinander verbunden.

### 2.3.2 Diskussion

Die Analyse unter den zwei genannten Aspekten des Gebrauchs von Konnektoren insgesamt und der explizit sprachlichen Markierung von satzübergreifenden Zusammenhängen ist sehr unspezifisch und bedürfte eines genaueren Erfassens der sprachlichen Mittel an sich. Diese Ergebnisse machen auf ein Problem aufmerksam, das nicht auf das nur Sprachliche reduziert werden sollte. Die Grenze der Fähigkeit einer sprachlichen Durchstrukturierung von Aussagen über die Wirklichkeit beeinflusst einen differenzierteren Zugang zu derselben.

Es macht daher Sinn, diesem Aspekt bei der Spracharbeit eine weiterreichende Aufmerksamkeit zu widmen, als dies in den bekannten unterrichtlichen Übungen der Fall ist. Das kann aus einer doppelten

Perspektive verfolgt werden. Eine Aufgabenstellung ist so konzipiert, das ihre Komplexität das Mittel hypotaktischer Konstruktionen zur Lösung der Aufgabe nahe legt. Hier besteht in der Didaktik ein Mangel. Der andere Weg ist das Einüben in hypotaktische Konstruktionen an sich. Aufgaben dieser Art sind gebräuchlich. Beim Test 7 (2000) wurde daher geprüft, inwieweit die Schüler in der Lage sind, unverknüpfte Aussagesätze in komplexe Aussagen umzuformen.

### 2.3.3 Einfache Aussagen zu komplexen umformulieren

Im Test 7 (2000) erhielten die Schüler die Aufgabe, Satzpaare umzuformen. Dabei war es den Schülern freigestellt, welche Form der Umformung sie wählten. Grundsätzlich bestand die Möglichkeit, die zwei vorgegebenen Sätze konjunktional zu verknüpfen, den zweiten durch eine Nominalisierung in den ersten Satz zu integrieren oder einen Relativsatz zu bilden. Die Akzeptanz der Bearbeitung schwankt, im Beispiel (3) liegt sie bei 3 %, im Beispiel (1) beträgt sie jedoch 8 %.

Tabelle 16: Nicht-Bearbeitung der Aufgabenstellung

| 7 (2000) | Gesamt | Realschüler | Hauptschüler |
|---|---|---|---|
| Beispiel (1) | 119 (1563) 7.61 % | 83 (1270) 6.53 % | 36 (293) 128 % |
| Beispiel (2) | 104 (1583) 6.65 % | 72 (1270) 5.66 % | 32 (293) 10.92 % |
| Beispiel (3) | 50 (1563) 3.20 % | 30 (1270) 36 % | 20 (293) 6.82 % |
| Beispiel (4) | 90 (1563) 5.76 % | 61 (1270) 4.80 % | 29 (293) 9.89 % |

#### 2.3.3.1 Eine Aussage erweitern

Das Beispiel (3) (Die Wölfe leben paarweise. Es ist Sommer.) von Aufgabe (2) hat zwei Teilsätze, von denen der zweite die temporalen Umstände des ersten erläutert. Wird der zweite Satz als Ausgangssatz gewählt, dann kann der erste als eine Folge der Aussage des ersten verstanden werden Möglich ist daher die Nominalisierung des zweiten Satzes und die Einfügung als temporales Adverbial in den ersten. Nicht auszuschließen ist eine Lesart, die den zweiten Satz als Bedingung für die Aussage des ersten interpretiert, so dass eine konditionale Verknüpfung vorgenommen wird. Nicht falsch ist es, den zweiten Sachverhalt als Grund für die Aussage des ersten Satzes zu halten. Nach der Lektüre des einleitenden Textes ist eine solche Annahme möglich. Es kann aber nicht ausgeschlossen werden, dass eine Kausalkonstruktion analog zu den vorherigen Konstruktion gewählt wurde. Zu erwarten ist eine breitere Streuung bei den Lösungsansätzen.

Tabelle 17: Zulässige Konstruktionen von Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 262 (293) | 89,42 |
| Realschüler | 981 (1270) | 77,24 |
| Gesamt | 1243 (1563) | 79,53 |

Tabelle 18: Adverbial-Konstruktion von Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 125 (293) | 42,66 |
| Realschüler | 747 (1270) | 58,81 |
| Gesamt | 872 (1563) | 55,79 |

Tabelle 19: Konstruktion mit „denn“ im Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 19 (293) | 6,48 |
| Realschüler | 83 (1270) | 6,53 |
| Gesamt | 102 (1563) | 6,52 |

Tabelle 20: Konstruktion mit „weil“ im Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 28 (293) | 9,55 |
| Realschüler | 71 (1270) | 5,59 |
| Gesamt | 99 (1563) | 6,33 |

Tabelle 21: Konstruktion mit „wenn“ im Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 15 (293) | 5,11 |
| Realschüler | 69 (1270) | 5,43 |
| Gesamt | 84 (1563) | 5,37 |

Tabelle 22: Konstruktion mit „und“ im Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 39 (293) | 13,31 |
| Realschüler | 64 (1270) | 5,03 |
| Gesamt | 103 (1563) | 6,59 |

Tabelle 23: Konstruktion ohne Verknüpfung im Beispiel (3)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 38 (293) | 12,96 |
| Realschüler | 127 (1270) | 10,00 |
| Gesamt | 165 (1563) | 10,56 |

Wie erwartet besitzt die Lösung einer Integration des zweiten Satzes als Adverbiale in den ersten gegenüber den anderen Formen eine deutliche Präferenz. Die Gruppe der Hauptschüler nutzt daneben asyndetische oder und-Verbindungen und unterscheidet sich darin von den anderen.

#### 2.3.3.2 Zwei Aussagen logisch verbinden

Im Beispiel (2) (Menschen bekommen den Wolf selten zu sehen. Der Wolf geht ihnen aus dem Weg) der Aufgabe (2) gibt es eine logische Beziehung zwischen den Aussageinhalten beider Sätze, die wie im Beispiel (1) den Inhalt des ersten Satzes begründend erklärt. Wird der zweite Satz als Ausgangssatz gewählt, dann kann der erste als eine Folge der Aussage des ersten verstanden werden.

Tabelle 24: Zulässige Konstruktionen von Beispiel (2)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 216 (293) | 73,72 |
| Realschüler | 981 (1270) | 77,24 |
| Gesamt | 1197 (1563) | 76,58 |

Tabelle 25: Konstruktion mit „weil“ im Beispiel (2)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 108 (293) | 36,86 |
| Realschüler | 463 (1270) | 34,33 |
| Gesamt | 571 (1563) | 36,53 |

Tabelle 26: Konstruktion mit „denn“ im Beispiel (2)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 49 (293) | 16,72 |
| Realschüler | 293 (1270) | 23,07 |
| Gesamt | 342 (1563) | 21,88 |

Tabelle 27: Konstruktion mit „deshalb“ im Beispiel (2)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 21 (293) | 7,16 |
| Realschüler | 100 (1270) | 7,87 |
| Gesamt | 121 (1563) | 7,74 |

Tabelle 28: Konstruktion ohne Verknüpfung im Beispiel (2)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 38 (293) | 12,96 |
| Realschüler | 152 (1270) | 11,96 |
| Gesamt | 190 (1563) | 12,16 |

Die Mehrzahl der Schüler wählt eine Lesart mit begründendem Charakter. Entsprechend wurde von 58 % der Schüler eine weil- oder denn-Konstruktion gewählt. Mit über 10 % ist der Anteil der nicht verknüpften Konstruktionen gleichbleibend, wobei der Unterschied zwischen Haupt- und Realschülern statistisch vernachlässigbar erscheint.

#### 2.3.3.3 Kausal eine Aussage verknüpfen

Im Beispiel (1) (Wir haben eine Urangst vor dem Wolf. Er ist ein gefährlicher Jäger.) der Aufgabe (2) besteht zwischen den beiden Sätzen logisch eine Beziehung, die den Aussageinhalt des ersten Satzes durch den zweiten begründend erklärt. Wenn daher beide Sätze verstanden worden sind, ist eine kausal unter- oder beiordnende Konstruktion von den Schülern zu erwarten.

Tabelle 29: Zulässige Konstruktionen von Beispiel (1)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 146 (293) | 72,01 |
| Realschüler | 993 (1270) | 78,19 |
| Gesamt | 1139 (1563) | 72,87 |

Die Schwierigkeiten bei der Lösung dieser Aufgabe nahmen verglichen mit dem Lesetest erheblich zu. Immerhin waren es fast 8 %, welche die Aufgabe nicht bearbeitet haben, sehr deutlich ist der Anteil der Hauptschüler. Dieser Trend bestätigt sich auch in den drei nachfolgenden Konstruktionsaufgaben. Grundsätzlich aber löst die Mehrheit die Aufgabe im Sinne der Erwartung.

Prüfen wir, ob und welches lexikalische Mittel zur Verknüpfung der Sätze gewählt worden ist, dann waren es primär kausale Verknüpfungsformen. Die Lexikalisierung mit „weil“ dominiert in beiden Gruppen, wobei der Gebrauch von „weil“ besonders bei den Hauptschülern ausgeprägt ist.

Tabelle 30: Kausal-Konstruktion zu Beispiel (1)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 175 (293) | 59,73 |
| Realschüler | 827 (1270) | 65,12 |
| Gesamt | 1002 (1563) | 64,11 |

Tabelle 31: Konstruktion mit „weil“ im Beispiel (1)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 101 (293) | 34,47 |
| Realschüler | 455 (1270) | 35,82 |
| Gesamt | 556 (1563) | 35,57 |

Tabelle 32: Konstruktion mit „denn“ im Beispiel (1)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 74 (293) | 25,25 |
| Realschüler | 372 (1270) | 29,29 |
| Gesamt | 446 (1563) | 28,53 |

Neben diesen gibt es auch asyndetische Konstruktionen, die in beiden Gruppen gleich groß sind.

Tabelle 33: Konstruktionen ohne Verknüpfung im Beispiel (1)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 36 (293) | 12,28 |
| Realschüler | 166 (1270) | 13,07 |
| Gesamt | 202 (1563) | 12,92 |

#### 2.3.3.4 Logisch offene Interpretationsmöglichkeiten

In der Aufgabe (4) (Nur im Winter können Wölfe große Tiere jagen. Wölfe bilden Rudel.) werden zwei Teilsätze angeboten, die in kausaler Beziehung gedeutet werden können, indem die zweite Aussage einen Grund für den ersten Aussageinhalt benennt. Es besteht auch ein instrumentelles Verhältnis der Aussagesätze zueinander, weil mit der zweiten Aussage ein Mittel genannt wird, das Handeln der Erstaussage zu ermöglichen. Der erste Satz ist verglichen mit denen der drei Teilaufgaben vorher inhaltlich komplexer und stellt von daher eine höhere Anforderung an die Schüler.

Die Akzeptanz entspricht den bisherigen Werten, wie sie in Beispiel (1) und (2) aufgetreten sind. Die Lösungswerte liegen aber deutlich unter den bisherigen, wo stets über 70 % grammatisch mögliche Sätze konstruiert wurden.

Tabelle 34: Zulässige Konstruktionen von Beispiel (4)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 156 (293) | 53,24 |
| Realschüler | 651 (1270) | 51,26 |
| Gesamt | 807 (1563) | 51,63 |

Tabelle 35: Konstruktion mit „weil" im Beispiel (4)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 82 (293) | 27,98 |
| Realschüler | 281 (1270) | 22,12 |
| Gesamt | 363 (1563) | 23,22 |

Tabelle 36: Konstruktion mit „denn" im Beispiel (4)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 39 (293) | 13,31 |
| Realschüler | 196 (1270) | 15,43 |
| Gesamt | 235 (1563) | 15,03 |

Tabelle 37: Konstruktion mit „und" im Beispiel (4)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 35 (293) | 11,94 |
| Realschüler | 174 (1270) | 13,70 |
| Gesamt | 209 (1563) | 13,37 |

Tabelle 38: Konstruktion ohne Verknüpfung im Beispiel (4)

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 28 (293) | 9,55 |
| Realschüler | 71 (1270) | 5,59 |
| Gesamt | 99 (1563) | 6,33 |

Die Lösungen der Teilaufgabe (4) unterscheiden sich von den anderen, weil der Anteil auf 51 % beschränkt bleibt. Die Hälfte nutzt die weil-Konstruktion, der Rest verteilt sich gleichmäßig auf eine denn- oder und-Verknüpfung.

#### 2.3.3.5 Diskussion

Die Frage nach der sprachlichen Flexibilität wird anhand einer Aufgabenstellung zur Konstruktionsvarianz gestellt. Das Ergebnis verweist zuerst einmal auf eine große Akzeptanz der Aufgabenstellung. Die Zahlen belegen, dass mehr als die Hälfte Sätze konjunktional sinnvoll verknüpft hat. Es besteht durchgehend ein Leistungsunterschied zwischen den Schülergruppen, der mindestens 10 % ausmacht.

Auf die Frage, was sagt die Testaufgabe über das Leistungsvermögen der Schüler aus, kann nur das dargebotene Sprachmaterial hinsichtlich seiner linguistischen Komplexität bewertet werden. Zu verknüpfen waren einfache Aussagesätze. Diese waren durch den Lesetext inhaltlich in einen Kontext eingebunden und konnten aus diesem heraus zusätzlich verstanden werden. In der Mehrzahl der Fälle der Beispiele (1), (2) und (4) wurden die Sätze mit einer weil-Konstruktion verbunden. Wie im Test 7 (1999) ist feststellbar, dass das Verknüpfen von Sätzen kein grundsätzliches Problem darstellt. Sobald aber logisch differenziertere Verhältnisse erfasst werden sollen, geht die Fähigkeit, diese sprachlich genau zu erfassen und auszudrücken, deutlich zurück.

## 2.4 Sicherheit im Umgang mit der Sprachnorm

Schreiben setzt die Beherrschung der Sprache im Rahmen der grammatischen Konventionen und der Schrift nach den Vorgaben der orthographischen Norm voraus. Die breite Öffentlichkeit hält dieses Können für selbstverständlich und verbindet damit die Erwartung, dass Schüler in einem bestimmten Alter diese Norm beherrschen können sollten. Die Vergleichsarbeiten berücksichtigen dieses allgemeine Interesse. Im Test 5 (1998) wurden dafür eigene Aufgaben geboten, wie sie den Schülern aus ihrer unterrichtlichen Arbeit bekannt sind. In den Tests zur 7. Jahrgangsstufe wurde auf solche direkten Aufgabestellungen verzichtet. Dafür wurden die Textproduktionen der Schüler unter den Aspekten orthographischer und grammatischer Teilfragen analysiert.

### 2.4.1 Orthographisch korrekt schreiben

Über die Unsicherheit der Schüler im orthographischen Bereich wird allerortens Klage geführt. Im Rahmen der Vergleichsarbeiten stellte sich die Frage, inwieweit die im Test 5 (1998) erkannten Defizite sich in den Tests 7 (1999) und 7 (2000) abgebaut bzw. erkennbar vermindert haben.

Beim ersten Test 5 (1998) wurde ein Dikttat in den Test aufgenommen, um über das Rechtschreibkönnen Hinweise zu erhalten. Die Ergebnisse deckten bestimmte Felder auf, wo das Rechtschreibkönnen der Schüler Schwächen aufwies. Allerdings wurde an dem Ermitteln des Könnens mit Hilfe eines Diktates auch Kritik geübt, weil ein solches eine gewisse Willkür der Auswahl von Wörtern nicht ausschließt.

In den nachfolgenden Tests 7 (1999) und Test 7 (2000) wurde daher auf ein Diktat verzichtet. Statt dessen wurden die Textproduktionen der Schüler auf ihr Können hinsichtlich der orthographischen Norm und ihren Umgang mit grammatischen Konventionen überprüft. Die Analyse im Test 7 (2000) wurde nur bei einer kleinen Stichprobe durchgeführt. Der Umfang der eigenen Textproduktion war sehr eingeschränkt, weil es keine offene Schreibaufgabe gegeben hatte.

#### 2.4.1.1 Der Umgang mit der Phonem-Graphem Zuordnung

Im Test 5 (1998) waren Schwächen im Umgang mit der Doppelkonsonanz festgestellt worden. Der Fehler trat beim Gebrauch von Schreibungen mit „nn“ auf. Eine Stichprobe im Test 7 (2000) belegt, dass es diesen Fehlertyp noch immer gibt, dass aber der Wert zurückgegangen ist. Inwieweit darin eine Veränderung im Hinblick auf eine Normangleichung vermutet werden kann, muss offen gelassen werden, weil der Test 5 (1998) auf ein Diktat zurückgeht, der Test 7 (2000) eine Textproduktion der Schüler zur Grundlage hat. Generell ist aber anzumerken, dass es in der Jahrgangsstufe 7 noch Probleme bei der korrekten Zuordnung von Graphemen zu Phonemen gibt.

Tabelle 39: Fehler bei der Schreibung von Doppelkonsonanz

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Gesamt | 764 (1360) | 56,18 |

| Test 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 54 (122) | 44 |
| Realschüler | 93 (245) | 38 |
| Gesamt | 147 (367) | 40 |

#### 2.4.1.2 Orthographische Fehler aufgrund unzureichender Morphemkenntnisse

Bestimmte Verfahren des Erstschreibunterrichts orientieren sich bereits beim Erwerb der Schrift an Morphemen, um dem Kind ein Instrument zur besseren Kontrolle beim Schreiben von Wörtern an die Hand zu geben. Nur wenn der Schüler Wortstämme sicher erkennt, kann er das Problem der sog. Auslautverhärtung richtig lösen.

Tabelle 40: Fehler im Auslaut

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Gesamt | 576 (1360) | 42,35 |

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 149 (254) | 58,66 |
| Realschüler | 471 (1065) | 44,22 |
| Gesamt | 673 (1318) | 51,02 |

Tabelle 41: Fehler im Auslaut bei -d

| Test 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 24 (122) | 20 |
| Realschüler | 42 (245) | 17 |
| Gesamt | 66 (367) | 18 |

Die beobachteten Werte legen den Schluss nahe, dass ein solches Wissen nicht bzw. nicht in ausreichendem Maß etabliert worden ist. Denn der Fehler tritt als Typ in der 7. Jahrgangsstufe noch immer auf, wobei der höhere Wert im Test 7 (1999) mit der umfangreicheren Sprachproduktion gegenüber dem Diktattext gesehen werden muss. Die Textproduktion im Test 7 (2000) war auf drei Sätze beschränkt, so dass sie weniger aussagekräftig ist und nur als Hinweis auf ein weiterhin bestehendes Thema für den Unterricht in der Orthographie darstellt.

Morphologische Kenntnisse bilden auch die Grundlagen bei der Entscheidung, ob Wörter zusammen oder getrennt geschrieben werden müssen.

Tabelle 42: Zusammen-/Getrennt-Schreibung

| Test 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 33 (122) | 27 |
| Realschüler | 70 (245) | 29 |
| Gesamt | 330 (367) | 28 |

Die Analyse belegt, dass Schüler in diesem Bereich Schwächen zeigen. Welcher Stellenwert ihnen zugeordnet werden muss, bleibt allerdings fraglich. Um darüber etwas aussagen zu können, würde es einer Analyse der Wortlängen bedürfen sowie einer genaueren Klärung, welche Typen Zusammen- und Getrenntschreibungen den Schülern Schwierigkeiten bereiten.

#### 2.4.1.3 Orthographische Fehler aufgrund von Wortart-Unsicherheit

Dass Fehler bei der Groß-Klein-Schreibung in der 5. Jahrgangsstufe auftreten, überrascht nicht, wobei unkommentiert gelassen wird, ob ein Fehleranteil von 70 % als hoch oder normal einzustufen ist. Nachdenklich stimmt die Beobachtung der 7. Jahrgangsstufe, wo keine Veränderung des Fehleranteils feststellbar ist und u.U. sogar von einem Zuwachs dieses Fehlertyps ausgegangen werden muss.

Tabelle 43: Fehler bei der Groß-Klein-Schreibung

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Gesamt | 922 (1360) | 67,79 |
| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
| Hauptschüler | 211 (232) | 90,95 |
| Realschüler | 876 (1065) | 82,25 |
| Gesamt | 1087 (1297) | 83,81 |
| Test 7 (2000) | Total | Prozente |
| Hauptschüler | 86 (122) | 70 |
| Realschüler | 244 (434) | 56 |
| Gesamt | 330 (556) | 59 |

#### 2.4.1.4 Orthographische Fehler aufgrund unzureichender grammatischer Analyse

Um die Schreibung der Konjunktion „dass“ vom Pronomen „das“ unterscheiden zu können, muss die Unterschiedlichkeit der beiden Wortklassen erkannt werden. Das ist nur möglich, wenn ein grammatisches Wissen vorhanden ist. Der Schüler muss über Verfahren verfügen, die es ihm erlauben, den Unterschied zwischen der Nebensatz einleitenden Konjunktion „dass“ und der Markierung des Relativsatzes durch das Pronomen „das“ zu unterscheiden. Der hohe Fehleranteil in der 7. Jahrgangsstufe, der Wert liegt fast 20 % höher als im Test 5 (1998), wird durch die eigene Sprachproduktion bedingt, in der dass-Sätze einen nicht geringen Anteil der Nebensatz-Konstruktionen darstellen. Darin ist ein Hinweis auf ein bestehendes Defizit zu erkennen.

Tabelle 44: Fehler bei der Schreibung von das/dass

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Gesamt | 732 (1360) | 53,82 |
| **Test 7 (1999)** | **Total** | **Prozente** |
| Hauptschüler | 133 (232) | 57,33 |
| Realschüler | 759 (1065) | 71,27 |
| Gesamt | 892 (1297) | 68,78 |
| **Test 7 (2000)** | **Total** | **Prozente** |
| Hauptschüler | 88 (122) | 72 |
| Realschüler | 291 (434) | 67 |
| Gesamt | 397 (556) | 71 |

Der Unterschied bei den Werten der Hauptschüler Test 7 (1999) 57 % und Test 7 (2000) 72 % hat mit der Aufgabenstellung der Textproduktion zu tun. Bei der zweiten Vergleichsarbeit der 7. Jahrgangsstufe war zur Lösung der Aufgabe eine Nebensatzkonstruktion notwendig. Das Problem bestand beim Test 7 (1999) nicht. Entsprechend galt dort die allgemeine Beobachtung, dass hypotaktische Konstruktionen seltener verwendet werden.

#### 2.4.1.5 Fehlendes Wissen über Interpunktion

Eine korrekte Zeichensetzung setzt die Fähigkeit voraus, Satzstrukturen analysieren zu können. Die Ergebnisse für die 7. Jahrgangsstufe lassen sehr deutlich erkennen, welche Mängel in diesem Bereich bestehen. Bei der Textproduktion der Schüler fehlt die Grundlage für den Umgang mit Satzzeichen. Die Differenz zur 5. Jahrgangsstufe ist auf den Umstand zurückzuführen, dass ihr ein Diktat zur Fehleranalyse vorlag. Es ist zu erwarten, dass durch die Art des Diktierens die Satzzeichen für die Schüler erkennbar waren.

Tabelle 45: Fehler bei der Zeichensetzung

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Gesamt | 876 (1360) | 64,41 |
| **Test 7 (1999)** | **Total** | **Prozente** |
| Hauptschüler | 214 (233) | 91,84 |
| Realschüler | 1026 (1065) | 96,34 |
| Gesamt | 1245 (1319) | 94,39 |
| **Test 7 (2000)** | **Total** | **Prozente** |
| Hauptschüler | 108 (122) | 89 |
| Realschüler | 410 (434) | 94 |
| Gesamt | 518 (556) | 93 |

#### 2.4.1.6 Diskussion

Dass es Schwächen im normgerechten Gebrauch der Orthographie gibt, ist keine Besonderheit des Landes Mecklenburg-Vorpommern. Das Benennen von Ursachen dafür ist nicht trivial, so dass Reaktionen auf das Bekannt Werden der Ergebnisse aus dem Test 5 (1998), man müsse mehr üben und einen verbindlichen Wortschatz vereinbaren, am gegenwärtigen Problem wenig ändern werden.

Eine Untersuchung der Textproduktion der Schüler aus dem Test 5 (1998) am Institut für Germanistik der Universität Rostock hat gezeigt, dass eine wesentliche Quelle für den hohen Fehleranteil die breite Streuung der von den Schülern verwendeten Wörter ist. Die Schüler schreiben frei, d.h. sie orientieren sich beim Verfassen ihrer Texte nicht an ihrem Wissen über die richtige Schreibung eines Einzelwortes, sondern versuchen, diese mit dem ihnen zur Verfügung stehenden orthographischen Wissen zu lösen.

Wie eine Untersuchung der Fehler bei der Textproduktion im Test 5 (1998) am Institut für Germanistik der Universität Rostock nachgewiesen hat, kann den Schülern ein Wissen unterstellt werden, das im Sinne der orthographischen Prinzipien interpretierbar ist. Die Zunahme des Fehleranteils in der 7. Jahrgangsstufe kann insofern als ein Indiz dafür genommen werden, dass ein vermehrter Umgang mit einem Regel geleiteten Wissen zu einer Erhöhung der Rechtschreibfehler führt. Denn die Untersuchung hat klar nachgewiesen, dass die beobachteten Fehler nicht auf das phonologische Prinzip zurückgeführt werden können. Der Anteil der Fehler dieses Typs ist beschränkt. Das Phänomen einer Fehlerzunahme in einer solchen Phase ist aus anderen Untersuchungen zu Rechtschreibfehlern bekannt.

### 2.4.2 Grammatisch normangemessene Formen verwenden

Die Beherrschung grammatischer Normen gilt für Schülern der 7. Jahrgangsstufe als abgeschlossen. Es hatte sich im Test 5 (1998) gezeigt, dass die Schüler Schwierigkeiten hatten, die Kasus Dativ und Akkusativ bei den Substantiven und in einer Nominalphrase mit den korrekten morphologischen Formen zu markieren. Daher wurde stichprobenartig in der 7. Jahrgangsstufe geschaut, ob sich noch Schwierigkeiten im Umgang mit der Kasusmarkierung erkennen lassen.

#### 2.4.2.1 Fehlerhafte Kasus-Markierungen

Zur Fähigkeit eines grammatisch normgerechten Umgangs wurden Daten über Fehler bei der Zuweisung von Kasus geprüft sowie Beobachtungen zur Satzgliedfolge in Haupt- und subordinierenden Nebensätzen gemacht.

Tabelle 46: Unkorrekte Dativmorphologie

| Test 5(1998) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Gesamt | 1292 (1383) | 93,42 |
| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
| Hauptschüler | 165 (233) | 70,81 |
| Realschüler | 467 (1065) | 43,85 |
| Gesamt | 632 (1298) | 48,72 |

Tabelle 47: Unkorrekte Kasusmarkierung allgemein

| Test 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 54 (122) | 44 |
| Realschüler | 91 (245) | 37 |
| Gesamt | 145 (367) | 39 |

Unsicherheiten mit der Kasus-Zuweisung treten auch noch in der 7. Jahrgangsstufe auf, wie die Zahlen belegen. Es sind immerhin ca. 40 %. Diese Fehler stehen weitgehend in engem Zusammenhang mit dem Gebrach von Präpositionen. Statistisch nicht weiter verfolgte Teilanalysen belegen, dass im Test 7 (2000) der Umgang mit Präpositionen, die den Genitiv oder Dativ fordern, den Schülern Probleme machten. Im Material der Textproduktionen von 7 (1999) waren vornehmlich Unsicherheiten beim Umgang mit Präpositionen festzustellen gewesen, die Dativmarkierungen forderten. Die starken Abweichungen zwischen Haupt- und Realschülern bei den beiden Tests dürften ihren Grund in der Aufgabenstellung der Textproduktion haben. Die erzählerische Darstellung lässt mehr Konstruktionen mit Präpositionalphrasen erwarten, als das Antworten in drei Sätzen, wobei die betroffene Gruppe sich eher auf zwei Sätze beschränkt hatte.

#### 2.4.2.2 Der Nebensatz mit „weil"

Die Probleme bei der Satzgliedfolge in subordinierten Nebensätzen sind weitgehend auf den adverbialen Gebrauch der Konjunktion „weil" zurückzuführen. In diesen Fälle wird eine Verb-Zweit-Stellung gewählt. Diese Konstruktion wird von den Hauptschülern bevorzug.

Tabelle 48: Verbendstellung im Nebensatz

| 7 (2000) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 45 (122) | 37 |
| Realschüler | 53 (245) | 22 |
| Gesamt | 98 (367) | 27 |

#### 2.4.2.3 Diskussion

Die Diskussion über die Grammatik im Unterricht findet auf zwei Ebenen statt. Sie thematisiert auf der einen Ebene den klassifikatorischen Aspekt sprachlicher Phänomene und benutzt diese Diskussion, um den Schüler für Besonderheiten des Sprachsystems sensibel zu machen. Nicht selten bleibt aber das Gespräch auf eine Vermittlung grammatischer Terminologie und das Zuordnen von typischen Beispielen zur Bedeutungssicherung einer Kategorie beschränkt. Dieser Aspekt wurde, weil die Zeit der Vergleichsarbeiten auf 45 Minuten begrenzt war, zugunsten anwendungsbezogener Aufgabenstellungen zurückgestellt.

Die andere Ebene betrifft das grammatische Können in der konkreten sprachlichen Aufgabe, wie sie das Schreiben eines eigenen Textes fordert. Mit Hilfe von Teilanalysen wurden daher Normabweichungen in den Schülertexten ermittelt. So können Schwachpunkte und tatsächliche Defizite in der Beherrschung der grammatischen Konventionen benannt werden. Bezogen auf den Test muss indes eine gewisse Einschränkung gemacht werden. Die Schüler, die nämlich Schwächen erkennen lassen, sind auch die Schüler, die weniger Text verfasst haben. Das bedeutet einen nur bedingten Zugang zu ihrem sprachlichen Können. So gesehen weisen die Ergebnisse nur in eine Richtung, wo unterrichtlich weiter gearbeitet werden muss.

## 2.5 Schreiben als Textproduktion

Das Schreiben-Können ist für den Deutschunterricht ein nicht weiter hinterfragbares Ziel. Das Schreiben-Lernen hingegen ist ein Gegenstand intensiver Diskussion in der gegenwärtigen Deutschdidaktik. Zwei Pole lassen sich benennen, zwischen denen die methodischen Ansätze angesiedelt sind. Es gibt die Position eines ausschließlich vom Schreiber gesteuerten Schreibens. Die Gegenposition sieht im Schreiben einen Akt, der konventionell vorgegebene Schreibformulare vermittelt, um sicher spezifische kommunikative Ziele zu erreichen.

Der reale Aufsatzunterricht bewegt sich zwischen den beiden Extremen, wobei in den Vergleichsarbeiten von Mecklenburg-Vorpommern der Einfluss der erstgenannten Position zu erkennen ist. Den Schülern wird bewusst Raum zur Entfaltung ihrer Vorstellungswelt zugesprochen. Das geht aus den Kommentaren von Lehreräußerungen hervor.

### 2.5.1 Der Aufsatz in der Vergleichsarbeit

Seit der ersten Vergleichsarbeit 5 (1998) ist die Bedeutung der eigenen Textproduktion für die Vergleicharbeiten unbestritten. Hier kann der Schüler bei einer gewohnten Schreibaufgabe sein sprachliches Können dokumentieren, so dass sichtbar wird, wie er mit seiner Sprache die Aufgabenstellung löst. Das auf diese Weise entstandene Korpus auch aus dem Test 7 (1999) und in begrenztem Umfang aus dem Test 7 (2000) bietet eine Grundlage, die vielfältige Hinweise in sprachsystematischer und textlinguistischer Hinsicht bietet. Die Auswertung der Textproduktionen erfolgte daher bewusst nicht mit Kategorien der unterrichtsüblichen Aufsatzkategorien, sondern orientierte sich an textlinguistischen Positionen.

Der Test 7 (1999) stellte die Schüler vor die Aufgabe, einen Text zu verfassen, in dem zu einer Karikatur, die Goethe als jemanden darstellt, der vor seiner Geburtstagstorte stehend die 250 Kerzen auszublasen versucht.

#### 2.5.1.1 Plastisches Ausgestalten einer Figur

Der Schüler hat beim narrativen Schreiben grundsätzlich zwei Probleme zu lösen. Er muss Figuren „ins Spiel“ bringen und er muss sie „durch das Spiel führen“. Letzteres geschieht, indem er sie handeln

lässt oder mit Handlungen und ihren Konsequenzen konfrontiert. Erstens setzt das Vermögen voraus, Figuren durch Eigenschaftsmerkmale zu kennzeichnen. Dafür ist ein Umfeld nötig, in das hinein oder aus dem heraus er „das Spiel“ konzipieren kann.
Eine erste Frage zielt auf die Existenz eines solchen „Umfeldes“ in den Texten.

Tabelle 49: Aufbau eines Umfeldes für den Protagonisten

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 124 (233) | 53,22 |
| Realschüler | 711 (1065) | 66,76 |
| Gesamt | 835 (1297) | 64,38 |

In mehr als der Hälfte der Fälle baut der Schüler ein szenisches Umfeld für seine Figur(en) auf. Deutlich ist der Unterschied zu den Textproduktionen der beiden Bildungsgängen, wo die Realschüler ein solches Umfeld für einen Protagonisten gestalten.
Ein klar umrissenes „Umfeld“ scheint eine Voraussetzung zur Konzipierung eines Handlungsfeldes. Auf solche Zusammenhänge deuten Teilstudien der Textproduktionen am Institut für Germanistik der Universität Rostock hin. Die Darstellung des „Verhaltens“ einer Figur steht unzweifelhaft in engem Zusammenhang mit der Lösung dieses Teilproblems.

Tabelle 50: Zuordnung von Verhaltensmerkmalen

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 123 (233) | 52,79 |
| Realschüler | 716 (1065) | 67,23 |
| Gesamt | 839 (1297) | 64,69 |

Grundsätzlich scheint das Schreibverhalten an der Lösung dieser beiden prozeduralen Kategorien ausgerichtet zu sein. Es wird ein Umfeld benannt und skizziert, in dem sich dann die Figuren auf eine bestimmte Weise bewegen lassen. Die Vorgabe der Karikatur legt ein solches mögliche Umfeld nahe und initiiert dadurch auch potentielle Klassen von Verhaltensmustern. Als Teil dieser kann auch das Kennzeichnen der Figur durch Angaben darüber, was diese denkt, eingestuft werden. Hier finden sich Werte noch in einem Bereich, der als typisch für die Texte einzustufen ist.

Tabelle 51: Zuordnung von Denkhandlungen

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 101 (233) | 43,35 |
| Realschüler | 620 (1065) | 58,21 |
| Gesamt | 721 (1297) | 55,59 |

Ganz unverkennbar ist der niedrigere Wert bei den Schülern der Hauptschule, aber auch die Daten für die Realschule belegen, dass dieser Lösungsweg für die Schreibaufgabe nur in der Hälfte der Arbeiten mit 56 % gewählt worden ist.

#### 2.5.1.2 Das Fehlen weiterreichender Kennzeichnungen

Wenn die Textproduktionen insgesamt betrachtet werden, ist auffallend, dass die Protagonisten in ihren charakterlichen Eigenschaften so gut wie gar nicht beschrieben werden.[1] Wenn Eigenschaftsmerkmale näher klassifiziert und ausgezählt werden, dann finden sich in den Texten Aussagen über „Gefühle“, „Sinneswahrnehmungen“ und die „äußere Gestalt“ des Haupthandelnden.

[1] In 95% der beschriebenen Fälle.

Tabelle 52: Zuordnung von Gefühlsmerkmalen

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 62 (233) | 26,61 |
| Realschüler | 411 (1065) | 38,59 |
| Gesamt | 473 (1297) | 36,47 |

Tabelle 53: Zuordnung von Sinneswahrnehmung

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 54 (233) | 23,17 |
| Realschüler | 333 (1065) | 31,26 |
| Gesamt | 387 (1297) | 29,84 |

Tabelle 54: Zuordnung von Merkmalen der äußeren Gestalt

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 52 (233) | 22,32 |
| Realschüler | 330 (1065) | 30,98 |
| Gesamt | 382 (1297) | 29,45 |

Von der Möglichkeit einer solchen Ausgestaltung der Erzählung wird eher selten Gebrauch gemacht. Die Werte aller Kategorien liegen um die Hälfte niedriger als die Werte von „Verhalten“ und „Umfeld“. Anzumerken ist, dass die Kategorie „Aussehen“ stark durch das Reizwort „Outfit“ beeinflusst worden ist, das bei der Aufgabe mit vorgegeben war.

#### 2.5.1.3 Diskussion

Als wichtigste Einsicht in die Beherrschung der Figuren-charakterisierenden Prozeduren ist die Enge bei der Gestaltung festzuhalten. Die Schüler beschränken sich in der Regel auf zwei der hier analysierten Prozeduren. Eine nicht außeracht zu lassende Ursache für diese Verengung muss aber auch in der knappen Testzeit gesehen werden. Die Aufgaben waren in 45 Minuten zu lösen, was den Handlungsspielraum für das Konzipieren einer Schreiblösung einschränkt. In diesem Zusammenhang ist die Länge der einzelnen Beiträge mitzubedenken.

Tabelle 55: Anzahl der Wörter in der Schreibaufgabe

| Test 7 (1999) | Total | Mittelwert |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 233 | 156 |
| Realschüler | 1065 | 198 |
| Gesamt | 1297 | 190 |

Unabhängig davon offenbart das Ergebnis dieser Analyse einen Unterschied in der Beherrschung und Anwendung einzelner Schreibprozeduren zwischen den Schülern der beiden Bildungsgänge Haupt- und Realschule.

Durch das Fehlen von Aussagen zu den Teilfeldern erklärt sich dann die unterschiedliche Textlänge zwischen den beiden Gruppen, waren doch die Texte der Realschüler deutlich umfangreicher. Hier wird fassbar, warum Aussagen über die sprachlichen Fähigkeiten bei den Hauptschul-Textproduktionen schwierig sind.

### 2.5.2 Existenz und Beherrschung von Erzählprozeduren

Seit einiger Zeit werden zunehmend von der Deutschdidaktik Ergebnisse der Schreibforschung aufgegriffen und zum Gegenstand der Erziehung zum Schreiben genutzt. Eine wesentliche Erkenntnis ist die Vielschichtigkeit der am Prozess des Schreibens beteiligten Komponenten, welche einer Koordination bedürfen. Das Schreiben ist nicht mehr als ein nur linear angelegter Prozess zu sehen, wie es in der üblichen Aufsatzdidaktik nahegelegt wird, sondern es müssen unterschiedliche Komponenten simultan aufeinander abgestimmt werden. Der Akt des Schreibens als solcher bleibt natürlich ein linear angelegtes Ereignis und hierin liegt das zentrale Problem beim Lösen einer Schreibaufgabe. Einerseits entwickeln sich die Gedanken beim Schreiben und bedingen ihre eigenen Ordnungen, andererseits findet das Schreiben bereits statt und erzwingt die sukzessive Abfolge.

#### 2.5.2.1 Der Umgang mit formalen Merkmalen des Erzählens

Das Einüben von Aufsatzarten ist stets verbunden mit dem Üben bestimmter formaler Merkmale für die jeweilige Textsorte. Ganz allgemein gehört das Einleiten und Beenden einer Erzählung dazu. Dabei muss zwischen der formal angelegten Form und dem darin realisierten Inhalt unterschieden werden. Es ist für die Textproduktion von Schülern der Unterstufe nicht untypisch, dass sie ihre Arbeiten mit dem expliziten Hinweis „Ende“ abschließen. Die Ergebnisse aus der Untersuchung zu den Vergleichsarbeiten 5 (1998) hatten auf den Gebrauch dieser formalen Mittel hingewiesen. Es verwundert daher nicht, wenn auch in den Vergleichsarbeiten 7 (1999) ein erfolgreicher Umgang damit bestätigt wird.

Tabelle 56: Formale Struktur „Einleitung“

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 213 (233) | 91,42 |
| Realschüler | 1015 (1065) | 95,30 |
| Gesamt | 1228 (1298) | 94,61 |

Tabelle 57: Formale Struktur „Schluss“

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 188 (233) | 80,69 |
| Realschüler | 989 (1065) | 92,86 |
| Gesamt | 1179 (1298) | 90,83 |

Das Ergebnis bezeugt die Anwendung dieses Wissens um die Einleitung und den Schluss bei der eigenen Textproduktion. Trotzdem ist anzumerken, dass der Schluss bei den Schülern der Hauptschule nicht so konsequent gestaltet wird. Die Fähigkeit zum bewussten und kritischen Umgang, wie er mit dem Abschließen eines Textes nötig ist, unterscheidet sich in den beobachteten Fällen, auch wenn diese Gruppe die Kategorie beherrscht. Generell muss hier zwischen dem formalen Dokumentieren und dem inhaltlichen Ausgestalten der jeweiligen Erzählstruktur unterschieden werden.

#### 2.5.2.2 Die Fähigkeit zur inhaltliche Ausgestaltung einzelner Strukturen

Schreiben ist ein sehr komplexer Vorgang, bei dem verschiedene Wissensbereiche simultan genutzt und koordiniert werden müssen. Um das Problem der Linerarisierung von Inhalten im Text lösen zu können, muss der Schreiber ein Wissen über Prozeduren besitzen, die das Schreiben strukturell zu organisieren erlauben. Eine sehr wichtige Kategorie ist die Exposition, in welcher Zeit, Ort und Personeninventar für die nachfolgende Erzählung erfasst und eingeführt werden müssen. Wenn diese Eröffnung einer Erzählung nicht ausreichend geplant und beschrieben wird, scheitert in der Regel ein nachfolgender Text an seiner inneren Logik.

Tabelle 58: Gestaltung einer Exposition

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 125 (233) | 53,65 |
| Realschüler | 680 (1065) | 63,85 |
| Gesamt | 805 (1298) | 62,02 |

Tabelle 59: Auflösen eines Erzählknotens

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 47 (233) | 20,17 |
| Realschüler | 317 (1065) | 29,76 |
| Gesamt | 239 (1298) | 18,43 |

In über der Hälfte der Fälle wird von den Schüler eine Exposition zu der Erzählung gestaltet, das gilt für die Haupt- und die Realschule. Wenn auf den Unterschied zwischen Haupt- und Realschülern gesehen wird, so sind erwartungsgemäß Schüler des Realschulbildungsgang eher in der Lage, eine erzähltaugliche Exposition zu entwickeln. Anzumerken ist bei diesem Ergebnis, dass, obwohl die Schüler formal ihre Textproduktionen einleiten, sie dennoch nur zur Hälfte in der Lage waren, diese Einleitung inhaltlich angemessen zu füllen.

Erzählungen zielen auf einen besonderen Punkt ab, man spricht von einem „Bruch“ in der Erwartung, in Abhängigkeit zur Textsorte kann es ein Spannungsmoment sein, wo ein Konflikt aufgebaut und gelöst wird. Es kann eine Pointe sein, wo ein witziger und überraschender Ausgang aus dem Erzählten gestaltet wird. Bei den Vergleichsuntersuchungen 5 (1998) hatte sich gezeigt, dass in den Geschichten der Schüler ein solches Gestaltungsmoment fehlte.

Tabelle 60: Auflösen eines Erzählknotens

| Test 5 (1998) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Gesamt | 66 (1383) | 4,77 |

| Test 7(1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 37(233) | 15,88 |
| Realschüler | 221(1065) | 20,75 |
| Gesamt | 258(1316) | 19,88 |

Der Befund der Vergleichsarbeiten 7 (1999) zeigt gegenüber der Untersuchung der Vergleichsarbeiten 5 (1998) mehr Fälle für eine Gestaltung im Sinne eines Überraschungsmomentes als Schluss. Der Gesamtanteil ist allerdings gering. Weniger als ein Drittel der Schüler realisiert diese Struktur. Deutlich ist der Unterschied zwischen Haupt- und Realschule, Realschüler können mit dieser Erzählstruktur mehr anfangen und erarbeiten sie entsprechend häufiger in ihren Texten.

Die Prozeduren Eröffnung und Auflösung lassen insgesamt deutliche Leistungsunterschiede zwischen den Gruppen erkennen, wobei die Ergebnisse der beiden Gruppen einen deutlichen Anteil der Schüler erkennen lassen, die beim Lösen des Problems Schwierigkeiten haben.

#### 2.5.2.3 Bereitschaft zur Selbstkorrektur

In den Lehrplänen wird die Fähigkeit zur Selbstkorrektur erwartet. Die Einschätzung der Lehrkräfte im Rahmen des Test 5 (1998) sah hier einen Mangel bei den Schülern. Der Test 7 (1999) veranlasste die Schüler, ihre Textproduktion abschließend zu lesen und mit einem andersfarbigen Stift zu korrigieren.

Tabelle 61: Selbstkorrektur der Texte

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---|---|
| Hauptschüler | 66 (233) | 28,33 |
| Realschüler | 439 (1065) | 41,22 |
| Gesamt | 505 (1298) | 38,91 |

Korrekturhinweise fanden sich indes nur bei 39 % der Textproduktionen. In der Mehrheit der Fälle nutzten die Schüler die Korrekturzeit, um ihre Textproduktion fertig zu stellen. Das Korrekturverhalten hat sich im Test 7 (2000) erhöht, was mit der auf drei Sätze angelegten Textproduktionsaufgabe zu tun haben dürfte.

#### 2.5.2.4 Diskussion

Es ist gewiss notwendig, die Ergebnisse im Kontext des Gesamttests zu sehen. Die Testbedingungen lassen gewisse Beeinträchtigungen bei der Textproduktion erwarten. Die Vorgabe einer Karikatur und einzelner Reizwörter (Geburtstagstorte, 250 Kerzen, der alte Geheimrat Goethe, das Outfit, geheime Wünsche beim Auspusten) war von der Aufgabenkommission als ein erhöhter Anreiz gedacht worden. Die Texte belegen, die Vorgaben wurden zur Konstitution eines situativen Umfeldes genutzt. Dieses eignete sich zur Entwicklung einer Erzählung. Die Reizwörter wurden vielfach gebraucht, einfache Sätze mit ihnen zu bilden und so zu einer gewissen Textlänge zu gelangen.

Insgesamt fällt auf, dass die Schreibaufgabe eher formal zu lösen versucht worden ist und weniger einem inhaltlich-funktionalen Vorgehen zugeschrieben werden kann. Es fehlen aber noch weiterreichende Analysen zur Inhaltlichkeit dieser Textproduktionen.

Lösungsunterschiede werden in Verbindung mit den beiden Bildungsgängen erkennbar. Den Hauptschülern fehlen weitgehend Prozeduren, um Details im Sinne der Erwartung einer solchen Textsorte zu bewältigen.

Als ein eigenes Problem erwies sich der Umgang der bewertenden Lehrer mit den Inhalten der Textproduktionen. Viele Schüler entwickelten das Erzählereignis in der ihnen subjektiv vertrauen Um-Welt und lösten dadurch, nicht selten provozierend, wie ihre eigenen Kommentare bezeugen, einen Widerspruch bei den Korrektoren aus.

Tabelle 62: Subjektive Sicht auf das erzählte Ereignis

| Test 7 (1999) | Total | Prozente |
|---|---:|---:|
| Hauptschüler | 143 (233) | 61,37 |
| Realschüler | 750 (1065) | 70,42 |
| Gesamt | 893 (1298) | 68,79 |

Die Einschätzung der Lehrer schwankte zwischen „ein origineller Einfall“ oder „der wollte mich bloß provozieren“. Bei der stofflichen Sichtung der Textproduktionen, das Textkorpus von Test 5 (1998) wurde am Institut für Germanistik der Universität Rostock als Materialsammlung aufbereitet, wurde offenkundig, wie vielfältig die Stoffe waren, welche zur Ausgestaltung gewählt worden waren.

# Kapitel 3

# Die Vergleichsarbeit als eine Standortbestimmung

Die Vergleichsarbeiten werden als ein mögliches Instrument betrachtet, die Qualität des Unterrichts zu erkennen und wo nötig, diese zu verbessern. Im Fach Deutsch werden die Tests als Chance gesehen, Erkenntnisse über die sprachliche Realität der Schüler vor Ort zu erhalten, um das unterrichtliche Handeln an den tatsächlichen Fähigkeiten der Schüler ansetzen zu können. Daher wird eine Diskussion darüber, ob die Leistungen der Schüler gut oder schlecht sind, nicht geführt. Gefragt wird danach, wo Differenzen in der Leistungserwartung vorliegen und inwieweit sich Erklärungshintergründe dafür in den sprachlichen Entwicklungsmöglichkeiten der Schüler bestimmen lassen.

Es wird kein naiv-kausaler Zusammenhang zwischen Unterricht und sprachlichem Vermögen einzelner Schüler unterstellt. Die sprachliche Wirklichkeit in einer Informations- und Kommunikationsgesellschaft ist zu komplex geworden, als dass dem Deutschunterricht eine primäre Funktion für die sprachliche Entwicklung unterstellt werden könnte. Die didaktischen Diskussionen muten eher hilflos an, wenn die vielfältigen Schwierigkeiten vieler Kinder in der Schule angesprochen werden, wie sie im gegenwärtigen Unterricht feststellbar sind.

Die Ergebnisse der Vergleichsarbeiten weisen auf die Notwendigkeit einer weiterreichenden Differenzierung eines unterrichtlichen Angebotes hin. Die grundsätzlich festgestellte Differenz in den sprachlichen Möglichkeiten zwischen Schülern der beiden Bildungsgänge Haupt- und Realschule sensibilisieren dafür, dass der Umgang mit Sprache stark von der jeweils gestellten Aufgabenstellung beeinflusst wird. Wenn das sprachliche Vermögen der jeweiligen Gruppe verbessert werden soll, dann wird dieses nicht allein durch ein umfassenderes und gezieltes Üben von einzelnen sprachlichen Handlungen erreicht werden können. Nötig ist, klarer als bisher zu erkennen, welche sprachlichen Handlungen mit den jeweiligen Gruppen sinnvoll entwickelt werden können und ein Üben mit Erfolg erwarten lassen.

Die Ergebnisse aus den Tests zur 7. Jahrgangsstufe legen daher den Schluss nahe, dass für die einzelnen Schülergruppen sprachlich lösbare Aufgaben gefunden werden müssen. Der gegenwärtige Aufsatzunterricht ist zu breitflächig angelegt, um solchen Bedürfnissen genügen zu können. Zu prüfen ist, welche Prozeduren und in welchem Umfang dieselben von einzelnen Schülergruppen erwartet werden dürfen. Zu klären ist, ob das normangemessene Schreibenkönnen nicht in Abhängigkeit zu den jeweiligen Gruppen weniger als Selbstverständlichkeit, sondern auch als eine spezielle Leistung gewürdigt werden muss. Weiter ist im Rahmen der bestehenden Schreiberziehung zu präzisieren, welche Gegenstandsbereiche vorrangig schreibend und welche sprechend in unserer auf Kommunikation angelegten Gesellschaft erschlossen werden.

Während sich im Bereich der mündlichen Kommunikation in den vergangenen Jahren eine gewisse Differenzierung möglicher Problemfelder abzeichnet, stellt sich der Bereich der Schriftlichkeit eher spröde da. Das Problem, zum Schreiben überhaupt anzuleiten, bedingt eine gewisse Überbetonung der Schreibmotivation gegenüber einem Schreiben, das kommunikativ bedingte Probleme zu lösen hat.

Hier, das machen die Ergebnisse offenkundig, fehlt es an einem Angebot für Schreiber, die nicht von sich aus in der Lage sind, Textsorten unterschiedlich komplexer Struktur beherrschen zu lernen.

Zu klären gilt in Zukunft, welche Komplexität bestimmte Textsorten denn generell benötigen, um kommunikativ erfolgreich sein zu können. Dieses Problem muss die jeweilige Fachwissenschaft lösen. Genauso ist nach Wegen zu suchen, wie bei der Vermittlung von bestimmen Schreibaufgaben die Komplexität reduzierbar und damit für sprachlich schwächere Gruppen beherrschbar gemacht wird. Hier sind die Didaktiker gefordert, ob es dafür Lösungswege gibt und wie diese erworben werden können.

Die Rolle und das Selbstverständnis der Lehrer muss überdacht werden, und hierin wird eine wichtige Funktion der Vergleichsarbeiten gesehen. Die sprachliche Erziehung ist nicht mehr nur auf die Vermittlung vorgegebener Inhalte zu beschränken bzw. auf eine Maximierung dieser Vermittlungsprozesse hin zu verbessern, sondern Sprach- und Kommunikationserziehung muss als ein Problemfeld erkannt werden. Innerhalb desselben entstehen kontinuierlich neue Fragen, die nur im Diskurs der Fachkollegen und Fachleute untereinander beantwortet werden können.

Die Vergleichsarbeiten bieten einen sinnvollen Handlungshintergrund. Sie decken mit ihren Ergebnissen Besonderheiten in der gegenwärtigen sprachlichen Entwicklung von Schülern auf. Damit wird eine empirische Basis geschaffen, von der ausgehend pädagogisch und didaktisch über Bildungsziele im Deutschunterricht allgemein und auf einzelne Probleme hin geredet werden kann. Sprache entwickelt sich dabei nicht abstrakt, sondern ist in ihre Region eingebettet. Hier schafft die Vergleichsarbeit Ein- und Überblick auf Entwicklungen bei den anderen.

# Teil II

# Mathematik

# Kapitel 4

# Einführung und Überblick

Die Vergleichsarbeiten im Fach Mathematik der Klassenstufe 7, die in den Jahren 1999 und 2000 in allen Hauptschulen, Realschulen und verbundenen Haupt- und Realschulen geschrieben wurden, waren in weit stärkerem Maße von dem Gedanken der Überprüfung von grundlegendem Wissen und Können geprägt als dies bei der Vergleichsarbeit des Jahres 1998 in der Klassenstufe 5 der Fall war. Dies war auch ein Ergebnis der Diskussionen in den Aufgabenkommissionen und in der Auswertungsgruppe für die Vergleichsarbeiten. Die Zusammensetzung dieser Gruppen aus Lehrern, Angehörigen des Landesinstitutes für Schule und Ausbildung und der beiden Universitäten des Landes ermöglichte eine enge Vernetzung von theoretischen und praktischen Überlegungen zur Gestaltung der Vergleichsarbeiten, zu deren Auswertung sowie zur inhaltlichen Interpretation und zur weiteren Nutzung der Ergebnisse, insbesondere in den Lehrerfortbildungsveranstaltungen.

Zum grundlegenden Wissen und Können sollen solche Anforderungen gehören, die ein Schüler gewissermaßen *im Schlaf* beherrschen soll. Aus inhaltlicher Sicht zählen vor allem solche Unterrichtsgegenstände dazu, wie sie häufig in Stellungnahmen der Wirtschaft zu den Anforderungen an Schulabgänger zu finden sind. Dazu gehören

- die vier Grundrechenarten,
- das Rechnen mit Dezimalzahlen und Brüchen,
- ein sinnvoller Umgang mit Maßeinheiten,
- der Dreisatz,
- Prozentrechnen,
- Flächen-, Volumen- und Massenberechnungen und
- fundamentale Grundlagen der Geometrie

Hinzu kommen sollte die Fähigkeit, einfache Textaufgaben zu begreifen, die wichtigsten Formeln anzuwenden und mit Taschenrechnern mathematisch überlegt umzugehen. Diese und weitere Anforderungen kann man etwa nachlesen unter *www.frankfurt-main.ihk.de/ausbildung/berufsbildung/marktplatz/-schulabgaenger*.

Bei der Auswertung der erhobenen Daten entstand auch die Frage, welche Ergebnisse soll man als *gut*, welche als *schlecht* bezeichnen. In der Regel werden Bezüge zu anderen statistischen Untersuchungen hergestellt. Dies ist aber nur dann vernünftig, wenn die gestellten Anforderungen und die untersuchten Populationen in etwa vergleichbar sind. Vor allem bezüglich der untersuchten Population fanden wir keine geeigneten Untersuchungen und mussten auf einem anderen Weg zu einer Vergleichsgröße kommen.

Aus theoretischer Sicht sollten die in den Vergleichsarbeiten gestellten Anforderungen so beschaffen sein, dass sie von jedem Schüler fehlerfrei erfüllt werden. Praktisch ist ein solches Ergebnis in einer Vergleichsarbeit nicht zu erwarten, da nicht nur die Vorstellungen der einzelnen Lehrer von grundlegendem Wissen und Können differieren werden, sondern auch die aktuelle Befindlichkeit der Schüler zum Zeitpunkt des Schreibens der Vergleichsarbeit einen wesentlichen Einfluss hat. Die Auswertungskommission hat sich im Ergebnis intensiver Diskusssionen entschieden, mit einem Vergleichswert von 67 % in die Diskussion um die Qualität der Beherrschung grundlegenden Wissens und Könnens zu gehen. Dieser Wert wird in der folgenden Auswertung in unterschiedlichen Zusammenhängen verwendet, er dient gewissermaßen als erste Orientierung und sollte in weiteren Diskussionen, z. B. in Lehrerfortbildungen, inhaltlich präzisiert werden.

Wie bereits erwähnt, wurde vom Bildungsministerium für diese Analyse der Vergleichsarbeiten eine Arbeitsgruppe gebildet, der Hans Joachim Grueter (Studienleiter am Pädagogischen Regionalinstitut Greifswald), Klaus Gülker (Dezernent im Landesinstitut Mecklenburg-Vorpommern für Schule und Ausbildung Schwerin), Prof. Dr. Hans-Peter Mangel (Ernst-Moritz-Arndt-Universität Greifswald, Institut für Mathematik und Informatik) und Prof. Dr. Hans-Dieter Sill (Universität Rostock, Fachbereich Mathematik) angehören. Die Arbeitsgruppe beschäftigte sich mit der Analyse je einer Zufallsstichprobe aus den Jahren 1999 (34 Schulen, 1295 Schüler) und 2000 (33 Schulen, 1330 Schüler), über deren Ergebnisse im weiteren informiert wird.

Die Vergleichsarbeiten (siehe Anhang) und der Bewertungsmaßstab wurden auf der Grundlage der Rahmenpläne für die Grundschule bzw. die Orientierungsstufe durch erfahrene Lehrer aus der Haupt- und Realschule und durch Studienleiter des Landesinstituts für Schule und Ausbildung zusammengestellt. Die reine Arbeitszeit betrug 45 Minuten. Ein Taschenrechner durfte nicht verwendet werden.

Die Auswertung der einzelnen Aufgaben wird unter den Aspekten Geometrie, Arithmetik, Stochastik und Größen vorgenommen. Die Tabellen 1.1 und 1.2 vermitteln einen ersten Eindruck von den Ergebnissen der Vergleichsarbeiten. Die Prozentangaben in diesen beiden Tabellen beruhen auf den von den Lehrern vergebenen Punkten. Grundlage dafür war der vorgeschriebene Bewertungsmaßstab.

Tabelle 1.1: Erfüllungsquote bei den Aufgaben des Jahres 1999 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 1 | 80,9 | 77,5 | 80,3 | 66,7 | 77,3 | 81,4 | 84,0 | 90,7 |
| 2 | 54,5 | 50,5 | 53,7 | 29,0 | 46,9 | 55,6 | 66,9 | 75,7 |
| 3 | 64,7 | 37,1 | 59,6 | 29,5 | 50,2 | 59,6 | 71,1 | 79,3 |
| 4 | 68,9 | 50,8 | 65,6 | 51,6 | 59,4 | 64,4 | 73,7 | 85,5 |
| 5 | 43,2 | 25,2 | 39,8 | 19,5 | 31,7 | 38,5 | 45,3 | 80,5 |
| 6 | 56,8 | 31,2 | 52,1 | 16,9 | 45,0 | 54,8 | 62,1 | 67,6 |
| 7 | 42,3 | 27,4 | 39,5 | 15,8 | 28,2 | 38,7 | 52,6 | 71,4 |
| 8 | 23,3 | 10,4 | 20,9 | 1,7 | 13,8 | 20,1 | 29,3 | 50,0 |
| 9 | 40,9 | 20,2 | 37,0 | 15,0 | 24,9 | 34,3 | 46,9 | 68,0 |
| 10 | 52,4 | 25,4 | 47,4 | 12,0 | 40,2 | 48,6 | 57,7 | 76,4 |
| 11 | 23,4 | 9,2 | 20,7 | 2,4 | 13,2 | 18,1 | 30,3 | 56,1 |
| Gesamt | 51,1 | 33,7 | 47,9 | 30,7 | 42,0 | 47,4 | 54,2 | 66,4 |

Tabelle 1.2: Erfüllungsquote bei den Aufgaben des Jahres 2000 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 1 | 57,5 | 41,9 | 54,1 | 20,5 | 29,3 | 55,8 | 61,0 | 71,6 |
| 2 | 41,5 | 26,0 | 38,2 | 7,4 | 11,2 | 43,8 | 55,6 | 93,3 |
| 3 | 62,4 | 31,9 | 55,8 | 15,8 | 18,0 | 56,3 | 66,7 | 80,0 |
| 4 | 71,4 | 49,2 | 66,6 | 28,1 | 31,3 | 69,6 | 76,2 | 97,6 |
| 5 | 50,8 | 22,8 | 44,7 | 19,3 | 22,6 | 45,1 | 56,3 | 82,7 |
| 6 | 61,2 | 36,6 | 55,9 | 22,2 | 32,8 | 58,8 | 62,8 | 77,5 |
| 7 | 70,8 | 60,9 | 68,7 | 51,9 | 57,6 | 69,8 | 73,3 | 77,2 |
| 8 | 79,7 | 64,7 | 76,4 | 54,3 | 54,8 | 77,8 | 84,0 | 90,0 |
| 9 | 80,7 | 66,2 | 77,6 | 59,3 | 59,9 | 80,0 | 85,7 | 93,8 |
| 10 | 56,6 | 28,1 | 50,5 | 6,8 | 15,4 | 53,3 | 68,2 | 94,8 |
| 11 | 54,1 | 22,8 | 47,4 | 10,5 | 16,2 | 46,5 | 60,0 | 85,7 |
| 12 | 28,5 | 12,6 | 25,1 | 5,0 | 6,9 | 26,3 | 36,0 | 46,3 |
| Gesamt | 59,8 | 38,2 | 55,2 | 28,0 | 33,2 | 56,3 | 60,8 | 74,0 |

Die ersten Prozentangaben in den Tabellen 1.1 und 1.2 beziehen sich auf die Anzahl der Schüler jeweils bezogen auf den Bildungsgang Realschule (RS), Hauptschule (HS) und alle Schüler der Stichprobe. Die Verteilung der Ergebnisse bei den Schulen wird durch die Angabe des kleinsten Wertes (Min.), des Wertes für das 25. Perzentil (25. P.; 25 % der Schulen haben Ergebnisse, die kleiner als der angegebene Wert sind.), des Wertes für den Median (Med.; 50 % der Schulen haben Ergebnisse, die kleiner als der angegebene Wert sind.), des Wertes für das 75. Perzentil (75. P.; 75 % der Schulen haben Ergebnisse, die kleiner als der angegebene Wert und den maximalen Wert (Max.) beschrieben. Die Abkürzungen werden auch in den nachfolgenden Ausführungen verwendet.

# Kapitel 5

# Rechnenkönnen

Das Rechnenkönnen ist ein unverzichtbarer Bestandteil des Mathematikunterrichts an allgemeinbildenden Schulen. Deshalb hatte es auch in den Vergleichsarbeiten seinen Platz. Es soll versucht werden, einige Komponenten des Rechnenkönnens näher zu betrachten, die als Teilforderungen in verschiedenen Aufgaben enthalten waren.

## 5.1 Rechnen mit natürlichen Zahlen

### Anforderungen der Aufgabe 4/2000

- Übersetzen einer sprachlichen Formulierung in einen Rechenausdruck
- Umgang mit standardisierten und umgangssprachlichen Operationsbegriffen
- Lösen einfacher Aufgaben unter Anwendung der Grundrechenoperationen
- Arbeiten in einer Tabelle

### Ausgewählte Ergebnisse

Fast alle Schüler der Stichprobe (99,2 %) haben diese Aufgabe bearbeitet, d. h. sie war ihnen zugänglich. Betrachtet man das Verhältnis von erreichten Punkten zu möglichen Punkten, so nimmt diese Aufgabe den 4. Platz (von 12 Aufgaben) in der Arbeit ein.

Die Angaben in den Tabellen 2.1 und 2.2 geben die Eintragung der richtigen Aufgabe bzw. des richtigen Ergebnisses (entsprechend dem der Arbeit beigefügten Auswertungsbogen) an. Dabei ist unter *richtiger Aufgabe* der fehlerfreie Umgang mit standardisierten und umgangssprachlichen Operationsbegriffen, also das Übersetzen einer sprachlichen Formulierung in einen entsprechenden Rechenausdruck zu verstehen.

Tabelle 2.1: Aufgabe richtig gebildet (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Median | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 4a | 74,9 | 60,9 | 72,0 | 46,2 | 64,7 | 74,4 | 85,7 | 100,0 |
| Aufgabe 4b | 75,2 | 44,1 | 68,6 | 7,4 | 63,5 | 70,9 | 77,6 | 92,9 |
| Aufgabe 4c | 48,4 | 22,1 | 42,9 | 5,3 | 35,3 | 44,4 | 61,1 | 76,5 |

Tabelle 2.2: Richtige Ergebnisse (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Median | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 4a | 74,0 | 59,1 | 70,8 | 45,5 | 59,3 | 72,9 | 83,3 | 100,0 |
| Aufgabe 4b | 92,5 | 71,2 | 88,0 | 51,9 | 83,1 | 88,9 | 95,1 | 100,0 |
| Aufgabe 4c | 69,7 | 56,9 | 67,0 | 41,9 | 61,6 | 69,5 | 76,2 | 100,0 |

Tabelle 2.3: Richtige Eintragungen (in %)

| | Aufgabe | Ergebnis |
|---|---|---|
| Aufgabe 4a | 72,0 | 70,8 |
| Aufgabe 4b | 68,6 | 88,0 |
| Aufgabe 4c | 42,9 | 67,0 |

Die Tabelle 2.3 soll näher kommentiert werden.

Einige Auffälligkeiten:

Aufgabe 4a
Unter den falschen Eintragungen fällt die Aufgabe 4 + 7 (12,3 %) und die Aufgabe 4 - 7 (5,3 %) auf. Neben der Eintragung 7 - 4 (2,3 %) gibt es weitere 13 falsche Arten von Eintragungen, jedoch alle unter einem Prozent. Fast alle Schüler, die die Aufgabe richtig bildeten ($4 \cdot 7$), lösten sie auch richtig.

Aufgabe 4b
Ein ganz anderes Bild ergibt sich bei dieser Aufgabe. Hier haben offensichtlich mehr Schüler das richtige Ergebnis ermittelt als die Aufgabe richtig aufgeschrieben zu haben. Woran könnte das liegen?
13,7 % der Schüler interpretieren *die Hälfte von 18* mit *18 - 9* und kommen damit natürlich auch zu dem richtigen Ergebnis *9*. Denkbar wäre auch, das zu dem richtig ermittelten Ergebnis nachträglich ein dem Schüler geeignet erscheinender Rechenausdruck eingetragen wurde. Schaut man sich die Auflistung der falsch vorgenommenen Eintragungen in der Spalte *Aufgabe* an, insgesamt 49, fallen noch drei weitere auf (s. Tabelle 2.4).

Tabelle 2.4: Falsche Aufgaben für *die Hälfte von 18* (in %)

| Schülereintragung in der Spalte *Aufgabe* | |
|---|---|
| 9 + 9 | 3,8 |
| 18 | 2,0 |
| 18 : 9 | 1,8 |

Erstaunlich ist, dass 63 Schüler (4,7 %) bei der Aufgabe *Die Hälfte von 18* als Ergebnis *18* niederschreiben.

Aufgabe 4c
Auch bei dieser Aufgabe ist häufiger ein richtiges Ergebnis angegeben als eine richtige Aufgabe. So liefern die nicht erwarteten Aufgaben 3 + 3 + 5 (10,8 %) sowie 6 + 5 (12,6 %) ebenfalls richtige Ergebnisse. Interessant wäre eine Diskussion darüber, ob solche Textinterpretationen auch als richtig bewertet werden können.

Unter der Vielzahl falsch gebildeter Aufgaben ist dann aber nur noch auffällig mit 6,1 % die Eintragung $6 \cdot 5$ . Das erklärt auch den Spitzenwert unter den falschen Ergebnissen:
30 (13,9 %).
Offensichtlich wurde hier *6 vermehrt um 5* verwechselt mit *6 vervielfacht mit 5*.

Für die Aufgabe 4 wurden etwa $\frac{2}{3}$ der möglichen Punkte durch die Schüler der Stichprobe erreicht. Das Grundwissen im Bilden und Berechnen einfacher Aufgaben ist vorhanden.

Allerdings treten erhebliche Schwierigkeiten auf, wenn die Aufgabe zwei Operationen enthält.
Auf den ersten Blick gelingt das Ausrechnen offenbar besser als das richtige Bilden des Rechenausdrucks. Das hat damit zu tun, das im Kopf bereits Verkürzungen vorgenommen werden, die dann auch zum richtigen Ergebnis führen können. (Statt $2 \cdot 3$ wird 6 geschrieben.)
Sicherlich ist die Vermutung nicht falsch, dass die Aufgabenkommission die Aufgaben 4a bis 4c nach steigendem Schwierigkeitsgrad angeordnet hat. Insofern bestätigt das Auswertungsergebnis die Richtigkeit der Einschätzung. Tatsächlich wird bei Aufgabe 4c aus dem vorgegebenen Text die erwartete Aufgabe $2 \cdot 3 + 5$ lediglich von 42,9 % der Schüler gebildet.
Betrachtet man einmal das Bilden des Doppelten innerhalb dieses Terms, mit Anrechnung von $3 + 3$ und 6, sind es nur 5 % mehr.
Es ist also schon bemerkenswert, dass diese auch in der Umgangssprache häufig verwendeten Begriffe *die Hälfte* und *das Doppelte* von etwa 50 % der Schüler mathematisch nicht erwartungsgemäß realisiert werden.
Dass 13,7 % der Schüler den Text *die Hälfte von 18* mit dem Term *18 – 9* beschreiben, ist nicht so einfach zu erklären. Mathematisch ist natürlich klar: $x - \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}x$. Es ist aber eher unwahrscheinlich, dass diese Überlegung den Hintergrund der Schülereintragung bildete.

**Schlussfolgerungen**

Das für das Lösen der Aufgabe 4 erforderliche Grundwissen dient der weiteren erfolgreichen Beschäftigung mit der Mathematik und zwar innerhalb und außerhalb des Unterrichts. Deshalb sollte jeder Mathematiklehrer die in dieser Aufgabe geforderten Fähigkeiten und Fertigkeiten häufiger zum Festigungsgegenstand seines Unterrichts machen.

## 5.2 Lösen von Aufgaben mithilfe des Zahlenstrahls

Beide hier betrachteten Aufgaben zeichnen sich dadurch aus, dass den Schülern als Lösungshilfe ein Abschnitt eines Zahlenstrahls auf dem Arbeitsblatt vorgegeben wurde. In der folgenden Analyse wird deutlich, in welcher Weise diese Hilfe in Anspruch genommen wurde. Zunächst sei die Aufgabe aus der Arbeit 1999 betrachtet.

### Anforderungen der Aufgabe 8/1999

- Analyse des vorgelegten Aufgabentextes
- Erkennen von zwei unterschiedlichen Bedingungen, die zwei gesuchte Zahlen miteinander verknüpfen
- Erkennen des operationalen Charakters der einen und des Relationscharakters der anderen Bedingung
- Beherrschung des Differenzbegriffs, auch in graphischer Interpretation
- Gleichzeitiges Beachten sowie graphisches Umsetzen der beiden erkannten Bedingungen
- Anschauliches Denken

### Ausgewählte Ergebnisse

Die Erfüllung von 20,9 % (RS: 23,3 %, HS: 10,4 %) zeigt, dass die Schüler mit den Anforderungen der Aufgabe weniger gut zurecht gekommen sind. Insbesondere die Hauptschüler hatten erhebliche

Schwierigkeiten.
Nur ein geringer Teil der Schüler ermittelte die gesuchten Zahlen richtig, 13,0 % aller Schüler bearbeiteten die Aufgabe nicht.

Tabelle 2.5: Richtige Ergebnisse zu Aufgabe 8/1999 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 1. Zahl (1300) richtig | 21,2 | 11,3 | 17,8 | 0,0 | 9,4 | 16,2 | 25,2 | 43,8 |
| 2. Zahl (2100) richtig | 19,4 | 10,3 | 17,8 | 0,0 | 9,3 | 13,3 | 25,3 | 40,0 |
| beide Zahlen richtig | | | 14,6 | 0,0 | 7,2 | 13,2 | 21,9 | 33,3 |

Betrachtet man die Anforderungen, die diese Aufgabe an die Schüler stellt, wird deutlich, dass sie bezüglich der erforderlichen Analyse der Bedingungen relativ hoch sind.

Zunächst muss der Schüler als eine Voraussetzung für das Lösen der Aufgabe erkennen, dass 1700 Ausgangswert ist. Diese Zahl muss dann richtig auf dem Zahlenstrahl markiert werden. Nur 27,8 % der Schüler der Stichprobe haben 1700 separat oder aber mit anderen Zahlen zusammen an der richtigen Stelle des vorgegebenen Zahlenstrahlabschnitts eingetragen.

Damit hat sich nur ein gutes Viertel mit dieser eigentlich einfachen Handlung eine wichtige Voraussetzung für das Finden der gesuchten Zahlen geschaffen.

Aus der Auswertung geht weiterhin hervor, dass nur etwa 3 % der Schüler vollständig richtige Eintragungen auf dem Zahlenstrahl vornahmen.

Was könnten mögliche Ursachen sein?

- Den Schülern gelingt es nicht, auf die Ebene der Veranschaulichung umzuschalten, obwohl ein Hinweis und eine zeichnerische Darstellung gegeben waren.
- Die Schüler sehen nicht den Nutzen der Veranschaulichung eines Sachverhalts.
- Die Schüler sind unsicher im Umgang mit einem Zahlenstrahl.

Bestätigt werden diese Aussagen auch dadurch, dass immerhin 11,1 % der Schüler die Zahl 1000 und 10,2 % die Zahl 800 als 1. Lösungszahl angaben. Diese Schüler haben erhebliche Defizite beim Umgang mit einem Zahlenstrahl.

Noch mehr Schüler (s. Tabelle 2.6) ermittelten 900 bzw. 2500 als Lösungen.
Das Angeben von 900 als 1. Lösungszahl und 2500 als 2. Lösungszahl deutet auf den Hauptfehler hin, der beim Lösen dieser Aufgabe auftrat: es wurde die Zahl 800 statt 400 als Operationszahl benutzt. Dass damit die Differenz zwischen den Zahlen nunmehr 1600 beträgt, wird den Schülern offenbar nicht bewusst. Zusätzlich wirkt sich noch ungünstig aus, dass viele Schüler nicht bereit sind, durch eine Rückbesinnung auf den Aufgabentext ihr Ergebnis zu überprüfen.

Tabelle 2.6: Beispiele für fehlerhafte Lösungen (Angaben in %)

| Für die 1. Zahl (richtig: 1300) | |
|---|---|
| 900 | 19,3 |
| 1000 | 11,1 |
| 800 | 10,2 |
| 1600 | 7,2 |
| Für die 2. Zahl (richtig: 2100) | |
| 2500 | 22,8 |
| 2400 | 5,5 |

### Schlussfolgerungen

Aufgabe 8 hat mit den schlechtesten Erfüllungsstand der Vergleichsarbeit 1999 (20,87 %), darunter liegt nur noch Aufgabe 11 mit 20,72 % (bezogen auf die durchschnittlich vergebene Punktzahl).

Ursache dafür ist, wie die Auswertung zeigt, das Zusammenfallen mindestens zweier Anforderungsbereiche, die erfahrungsgemäß Schwierigkeiten bereiten:

1. Gründliche Analyse von Aufgabenbedingungen und
2. Umgang mit dem Zahlenstrahl , insbesondere mit den Einteilungen

Gerade letzteres tritt häufig auch in anderen Zusammenhängen auf (Abtragen von Brüchen auf einem Zahlenstrahl oder der Umgang allgemein mit Skaleneinteilungen) und wird deutlich bestätigt durch die mit nur 37 % angegebene Erfüllung bei Aufgabe 9 dieser Arbeit, die auch das Eintragen von Zahlen auf einem Zahlenstrahl zum Inhalt hat.

Daraus ist zu schlussfolgern, dass im Unterricht möglichst aller Klassenstufen wesentlich intensiver mit einem Zahlenstrahl und einer Zahlengeraden gearbeitet werden muss. Erforderlich sind vielfältige Aufgabenstellungen, die den Schülern Sicherheit im Umgang mit dem Zahlenstrahl bzw. der Zahlengeraden geben und ihn gleichzeitig erkennen lassen, wie sinnvoll oftmals die Veranschaulichung eines Sachverhalts an einem Zahlenstrahl/einer Zahlengeraden ist.

Betrachtet werden soll nun noch die entsprechende Aufgabe aus der Arbeit 2000. Wie wurde die vorgegebene Streckeneinteilung von den Schülern als Hilfe wahr genommen?

### Anforderungen der Aufgabe 5/2000

- Bestimmen des Teilungspunktes einer Strecke
- Erfassen und Nutzen einer in Einheiten aufgeteilten Strecke
- Richtiges Markieren der Schnittstelle
- Bestimmen der Teilstücklängen entweder
  - durch Abzählen der Einheitsstrecken (Erkennen der Länge einer Einheit) oder
  - durch Berechnen (Beherrschung der entsprechenden Operation)

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 2.7: Richtige Ergebnisse bei Aufgabe 5/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Kennzeichnung der Schnittstelle mit S | 44,7 | 26,3 | 40,8 | 17,1 | 32,4 | 44,1 | 52,0 | 70,6 |
| Länge von Stück 1 (90 cm) | 42,4 | 13,2 | 36,2 | 10,5 | 25,7 | 35,2 | 49,1 | 62,5 |
| Länge von Stück 2 (30 cm) | 42,9 | 16,4 | 37,3 | 10,5 | 27,8 | 38,9 | 49,6 | 56,7 |

Zur Teilaufgabe a (Kennzeichnung der Schnittstelle):
Vollständig richtig lösten diese Aufgabe 40,8 % der Schüler. Rechnet man noch diejenigen Schüler hinzu, die die Markierung an die erforderliche Stelle setzten, jedoch nicht mit S bezeichneten (wie in der Aufgabenstellung verlangt), kommt man auf 51,7 %.
Damit hat nur etwa die Hälfte der Population die Anforderungen der Teilaufgabe a erfüllt.
Ein Drittel (33,9 %) setzte die Markierung an eine falsche Stelle.

Zur Teilaufgabe b:
Die Tabelle 2.8 gibt Auskunft über die Bearbeitung.

Tabelle 2.8: Bearbeitung der Aufgabe 5b (in %)

| | $\frac{3}{4}$ von 120 | $\frac{1}{4}$ von 120 |
|---|---|---|
| nicht bearbeitet | 5,1 | 5,1 |
| richtig bearbeitet | 36,2 | 37,3 |
| falsch bearbeitet | 58,7 | 57,6 |

Statt der richtigen 90 cm für das eine Teilstück fallen als falsche Angaben auf:
9 (7,9 %)
Hier wurde einfach die Anzahl der Streckenabschnitte angegeben ohne zu beachten, dass sie 10 cm lang sind.
80 (6,0 %)
Diese Angabe deutet auf einen Fehler beim Abzählen hin.
3 (3,4 %)
Hier wurde wie bei der Angabe *9* verfahren, nur das falsche Leistenstück gewählt.

Statt der richtigen 30 cm für das andere Teilstück fallen als falsche Angaben auf:
3 (8,5 %)
Hier wurde ebenfalls die Anzahl der Streckenabschnitte angegeben ohne zu beachten, dass sie 10 cm lang sind.
40 (5,9 %)
Auch diese Angabe deutet auf einen Fehler beim Abzählen hin.

Ein gutes Drittel der Schüler hat diese Aufgabe richtig gelöst, d.h., die Frage nach der Länge der Teilstücke der Leiste richtig beantwortet. Das ist ein unzureichendes Resultat.

Untersucht man, wie die durch die Aufgabenautoren gedachte Hilfe - denn nichts anderes stellt die Teilaufgabe a dar - durch die Schüler genutzt wurde, kann man auch hier nicht zufrieden sein. Gut 50 % nahmen die Markierung an der richtigen Stelle der vorgegebenen Strecke vor. Damit haben sich viel zu wenige Schüler eine gute Ausgangsposition geschaffen.

Sicherlich ist nicht davon auszugehen, dass die 4,9 % der Schüler, die keine Eintragung auf der Strecke vornahmen, bewusst darauf verzichteten, weil sie die Aufgabe rechnerisch lösen wollten.

Das Auswertungsergebnis dieser Aufgabe bestätigt die Erkenntnisse aus den Aufgaben 8/1999 und 9/1999 (s.o.). Auch hier wurden erhebliche Mängel im Umgang mit einem Zahlenstrahl konstatiert. Die Erfüllung dieser Aufgaben lag nur bei 20,9 % bzw. 37,0 % (bezogen auf die durchschnittlich vergebene Punktzahl).

### Schlussfolgerungen

Es muss mit allem Nachdruck gefordert werden, dass diese Erkenntnisse aus den Auswertungen der Vergleichsarbeiten gründlich auf Fortbildungsveranstaltungen bzw. in Fachschaftssitzungen diskutiert werden. Das sollte dazu führen, den Zahlenstrahl innerhalb vielfältiger Übungen häufiger zum Unterrichtsgegenstand zu machen. Die Sicherheit der Schüler im Umgang mit Zahlenstrahl und Zahlengerade muss deutlich erhöht werden.

## 5.3 Fertigkeiten im Rechnen mit gebrochenen Zahlen

### Anforderungen der Aufgabe 10/1999

- Können im Bilden und Berechnen von Termen
- Unterscheidung von jeweils zwei Forderungen bei den Teilaufgaben a), b), und c)
  1. Termbildung
  2. Termberechnung
- Erkennen entsprechender Signalwörter
- Überführen der Signalwörter in mathematische Operationen
- Können im Rechnen mit Brüchen in unterschiedlichen Darstellungen

### Ausgewählte Ergebnisse

Diese Aufgabe wurde von 97,5 % (RS: 99,1 %; HS: 90,8 %) aller Schüler bearbeitet, d.h., sie war ihnen zugänglich. Sie hat als vorletzte Aufgabe der Arbeit einen Erfüllungsstand von 47,4 % und steht damit an der Spitze der letzten fünf Aufgaben.

In diesem Auswertungsabschnitt interessieren insbesondere die Rechenfertigkeiten im Bereich der gebrochenen Zahlen, weniger das Bilden von Termen. Die Tabelle 2.9 gibt einen Gesamtüberblick. In der Aufgabe a) muss mit einem gemeinen Bruch und einer gemischten Zahl und in den Aufgaben b) und c) jeweils mit einem Dezimalbruch und einer natürlichen Zahl gerechnet werden.

Tabelle 2.9: Ergebnisse der Aufgabe 10/1999 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| a) Term | 46,4 | 35,8 | 44,5 | 8,7 | 33,6 | 43,1 | 59,3 | 80,5 |
| Ergebnis | 39,1 | 19,2 | 35,4 | 6,9 | 23,4 | 34,1 | 43,7 | 72,0 |
| b) Term | 45,9 | 32,5 | 43,4 | 10,5 | 30,4 | 43,3 | 55,5 | 78,0 |
| Ergebnis | 63,9 | 40,0 | 59,5 | 28,0 | 48,9 | 61,2 | 69,8 | 82,9 |
| c) Term | 51,0 | 39,6 | 48,9 | 15,8 | 35,9 | 46,1 | 62,0 | 80,5 |
| Ergebnis | 66,4 | 47,5 | 62,9 | 31,3 | 56,1 | 64,6 | 71,8 | 81,3 |

Neben einem allgemeinen Vergleich der Leistungen der Haupt- und Realschüler sowie der Erfüllung bei den Teilaufgaben lässt sich der Tabelle 2.9 auch entnehmen, dass die Erfüllung in der Position *Ergebnis* bei den Teilaufgaben b) und c) insgesamt und in beiden Bildungsgängen besser als in der Position *Term* ist.

Das bedeutet, dass nicht alle Schüler für die Ermittlung des Ergebnisses zuvor einen Term bildeten.

Deutlich wird auch die besonders große Differenz (fast 25 %) in der Position *Ergebnis* zu Aufgabe b) zwischen den Haupt- und Realschülern. Die Division eines Dezimalbruchs durch eine natürliche Zahl gelingt also den Realschülern wesentlich besser.

Hier nun einige weitere Analyseergebnisse zu den drei Teilaufgaben.

Aufg. 10a) (richtiger Term: $\frac{3}{5}$ l + 1 $\frac{1}{2}$ l , richtiges Ergebnis: $2\frac{1}{10}$ l)

Von den Schülern, die den Term richtig gebildet haben, ermittelten 57,5 % das richtige Ergebnis. 20,0 % kamen ohne Term zum richtigen Ergebnis.

Bei den falschen Ergebnissen fällt auf

$1\frac{4}{7}$ (8,3 %)
Dieses Ergebnis dürfte so entstanden sein: $\frac{3}{5} + \frac{1}{2}$, $3 + 1 = 4$ und $5 + 2 = 7$. Die *1* wurde beibehalten. Ursache ist das Nichtbeherrschen der Addition ungleichnamiger Brüche.

und

$\frac{6}{7}$ (3,5 %),
entstanden aus $\frac{3}{5} + \frac{3}{2}$, $3 + 3 = 6$ und $5 + 2 = 7$. Auch hier sind Unsicherheiten im Regelwissen festzustellen.

Aufg. 10b) (richtiger Term: 3,5 kg : 7, richtiges Ergebnis: 0,5 kg)

Von den Schülern, die den Term richtig gebildet haben, ermittelten 75,7 % das richtige Ergebnis. 50,5 % ermittelten das richtige Ergebnis, ohne einen Term eingetragen zu haben.
Folgende falsche Ergebnisse wurden angegeben, obwohl der Term richtig aufgestellt wurde:
5 (10,4 %), 5 g (3,4 %), n (1,5 %).

Bei dieser Teilaufgabe haben 51,7 % der Schüler keinen Term eingetragen aber der Anteil richtiger Ergebnisse liegt um 16,1 % über dem Anteil richtiger Terme.

Worin kann die Ursache liegen?
Die Schüler haben aus Zeitgründen (vorletzte Aufgabe) oder weil sie es aus ihrem Mathematikunterricht so kennen, *ergebnisorientiert* gearbeitet und deshalb auf das Aufschreiben eines Terms verzichtet.

Obwohl bei dieser Aufgabe mit 59,5 % das beste Teilresultat erzielt wurde, kann dieser Erfüllungsstand nicht befriedigen und ist sicherlich nur zum Teil mit Zeitdruck zu erklären. Die Aufgabe 3,5 : 7 sollte ein Siebtklässler auch ohne Taschenrechner (dessen Verwendung in dieser Vergleichsarbeit nicht erlaubt war) sicher lösen können.
Etwa ein Zehntel aller Schüler gab als falsches Ergebnis 5 an. Die immer wieder gestellte Forderung, ein ermitteltes Ergebnis zu überprüfen, wurde von diesen Schülern offensichtlich nicht erfüllt.

Aufg. 10c) (richtiger Term: 80 l – 12,5 l, richtiges Ergebnis: 67,5 l)
Von den Schülern, die den Term richtig gebildet haben, ermittelten 67,2 % das richtige Ergebnis. 61,4 % ermittelten das richtige Ergebnis, ohne einen Term eingetragen zu haben.
Folgende falsche Ergebnisse wurden angegeben, obwohl der Term richtig aufgestellt wurde:
68,5 (10,0 %), 77,5 (5,7 %), 57,5 (1,2 %).

Teilaufgabe c) hat das beste Resultat (s. Tabelle 2.9), obwohl 47,6 % der Schüler auf das Bilden eines Terms verzichteten oder ihn zumindest nicht aufgeschrieben haben. Auffällig ist das fehlerhafte Ergebnis 68,5. Diese Fehlerart (Zehntelstelle wird beim Subtrahieren vernachlässigt) tritt recht häufig auf.

## Schlussfolgerungen

Insgesamt hat also bei Aufgabe 10 knapp die Hälfte aller Schüler (45,6 %) die geforderten Terme richtig gebildet und gut die Hälfte (52,6 %) die Ergebnisse richtig angegeben. Auf den vermeintlichen Widerspruch wurde schon eingegangen.

Einen gewissen Einfluss auf das Resultat dieser Aufgabe könnte die Platzierung als vorletzte Aufgabe der Arbeit gehabt haben. Weiterhin mussten sich die Schüler drei mal auf unterschiedliche Sachverhalte sowie mathematische Operationen einstellen. Das fällt einigen Schülern vermutlich schwer. Rechenfehler gab es hauptsächlich bei der Addition gemeiner Brüche.

9,2 % der Hauptschüler bearbeiten diese Aufgabe nicht und nur 3 % hatten alle Teilergebnisse vollständig richtig (Realschüler: 15 %).
Da Aufgaben dieser Art im Mathematikunterricht der sich anschließenden Schuljahre immer wieder eine Rolle spielen, insbesondere im Stoffgebiet *Gleichungen*, muss in der Orientierungsstufe intensiver an solchen Grundforderungen gearbeitet werden.

## 5.4 Lösen von Gleichungen

### Anforderungen der Aufgabe 7/2000

- Bestimmen einer unbekannten Zahl auf der Grundlage einer gegebenen Gleichung
- Beherrschung eines Verfahrens zum Bestimmen der Lösung einer Gleichung

### Ausgewählte Ergebnisse

Die Aufgabe 7/2000 fordert keine Fixierung eines Lösungsweges. Aus diesem Grunde kann man nicht entscheiden, ob ein Schüler durch Probieren, inhaltliche Überlegungen oder kalkülmäßiges Lösen zum richtigen Ergebnis gekommen ist. Die Ergebnisse bei den Teilaufgaben a) und b) (s. Tabelle 2.10) unterstreichen, dass das Lösen derartiger Gleichungen von den Lehrern wohl zum grundlegenden Wissen und Können gezählt wird und demzufolge eine entsprechende Beachtung findet. Der große Leistungsabfall bei Teilaufgabe c) kann durch eine Analyse der angegebenen Lösungen etwas erhellt werden: 23,7 % der Schüler halten diese Gleichung für nicht lösbar; 9,5 % bearbeiten die Teilaufgabe c) nicht; 32,9 % schreiben die Zahl 10 als Ergebnis; die Ergebnisse 20 oder 8 haben jeweils 2 % der Schüler; eine Vielzahl weiterer Ergebnisse liegt unterhalb von 1 %.

### Schlussfolgerungen

Der geringe Erfolg bei Teilaufgabe c) und die Hauptfehler bei dieser Teilaufgabe lassen die Vermutung zu, dass die vermittelten Verfahren nicht ausreichend geübt wurden oder dass sie von den Schülern nicht auf kompliziertere Gleichungsstrukturen übertragen werden können. In letzterem Fall kann die Ursache in der zu geringen Allgemeinheit des vermittelten Verfahrens liegen.

Tabelle 2.10: Richtige Lösungen bei der Anforderung Bestimmen einer unbekannten Zahl (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 7a ($7 + x = 16$) | 97,8 | 90,7 | 96,3 | 82,4 | 94,1 | 98,0 | 100,0 | 100,0 |
| Aufgabe 7b ($3 \cdot x - 2 = 16$) | 93,4 | 78,3 | 90,2 | 63,0 | 86,4 | 92,7 | 96,3 | 100,0 |
| Aufgabe 7c ($15 - 2 \cdot x = 5$) | 22,2 | 13,9 | 20,5 | 0,0 | 12,5 | 21,4 | 27,8 | 40,0 |
| Aufgabe 7 richtig | 21,4 | 10,7 | 19,1 | 0,0 | 11,8 | 19,8 | 27,8 | 39,0 |
| Mittelwert | 71,1 | 61,0 | 69,0 | | | | | |

# Kapitel 6

# Können im Arbeiten mit Größen

## 6.1 Kenntnisse und Vorstellungen zu Größen

### Anforderungen

**Aufgabe 4/1999**

- Kenntnis der Größen Masse, Flächeninhalt, Länge und Volumen als Bezeichnung für bestimmte Eigenschaften von Objekten, die quantitativ erfasst werden können
- Kenntnis von Einheiten der Größen und Größenvorstellungen zu den Einheiten

**Aufgabe 6/2000**

- Zuordnung der Begriffe Masse, Volumen, Länge und Zeit zu Einheiten dieser Größen
- Erfassen der ungewohnten Aufgabenstellung

Die Anforderungen der *Aufgabe 4/1999* liegen vor allem auf der inhaltlichen Ebene. Zur Lösung muss der Schüler sich einen konkreten Gegenstand zunächst vorstellen. Dann muss er erkennen, um welche Größenart es sich jeweils handelt, d.h. welches Merkmal an dem konkreten Gegenstand gefragt ist. Bei den Teilaufgaben a) und d) werden bereits in der Aufgabenstellung die betreffenden Fachbegriffe genannt. Bei Teilaufgabe b) muss der Schüler wissen, dass die Größe einer Fläche durch den Flächeninhalt gemessen wird und bei c), dass die Entfernung zweier Städte eine Länge ist.

Weiterhin muss ein Schüler den Größenarten Masse, Flächeninhalt, Länge und Volumen die entsprechenden Einheiten zuordnen können. Er muss dann versuchen, für die jeweilige Größenart eine oder mehrere passende Einheiten zu finden. Mit der Formulierung *Mit welcher Einheit würdest du ... angeben?* ist gemeint, dass eine sinnvolle Einheit anzugeben ist.

Bei der Lösung der Aufgabe können weiterhin folgende Probleme auftreten:

- Während sich die Vorstellungen der Schüler zur Größe von Broten oder von Streichholzschachteln wenig unterscheiden dürften, müssen sie sich bei b) und c) einen Fußboden bestimmter Größe bzw. zwei bestimmte Städte vorstellen.
- Die Objekte können im Extremfall auch sehr groß oder sehr klein sein (z.B. ein Brot für das Guinness Buch der Rekorde, ein Fußboden einer Puppenstube oder die Entfernung zweier Städte auf einer Landkarte).
- Bei a) kann ein Vergleich mit der Vorstellung zur Einheit 1 kg erfolgen, während bei b), c) und d) ein Vergleich nur mit Vorstellungen zu Vielfachen von Einheiten möglich ist.

Die Anforderungen der *Aufgabe 6/2000* liegen mehr auf der formalen Ebene. Die Schüler mussten die formale Zuordnung der Größenbegriffe zu ihren Einheiten bzw. umgekehrt kennen. Das Vorgehen bei der Lösung lässt sich kaum noch in Teilhandlungen zerlegen. Es ist eine relativ elementare Anforderung, die eine Teilhandlung bei Lösung der Aufgabe 4/1999 ist.

Eine Schwierigkeit bestand im Verstehen der etwas ungewohnten Aufgabenstellung. Die Schüler mussten erkennen, dass sie aus 6 vorgegebenen Größenarten die auszuwählen und in ein Feld einzusetzen hatten, von der Einheiten bei der Umrechnung auftraten.

*Probleme bei der Auswertung der Aufgabe 4/1999* traten durch die mehrfache Bedeutung von Eintragungen auf. So kann $m$ einmal das Formelzeichen für die Masse oder die Einheit Meter bedeuten, der Buchstabe $l$ kann für die Einheit Liter stehen bzw. als Formelzeichen der Länge angesehen werden. Es wurde jeweils die Bedeutung gewählt, die der Aufgabe am ehesten entspricht.

## Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 3.1: Richtige Lösungen der Aufgabe 4/1999 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 4a | 78,6 | 64,2 | 75,9 | 57,9 | 69,4 | 75,6 | 84,6 | 92,0 |
| 4b | 64,6 | 50,0 | 61,9 | 37,5 | 53,6 | 62,4 | 73,0 | 85,7 |
| 4c | 94,2 | 86,7 | 92,8 | 78,0 | 90,4 | 94,2 | 98,4 | 100 |
| 4d | 42,2 | 14,2 | 36,8 | 0,0 | 23,0 | 34,3 | 48,5 | 78,9 |
| Mittelwert | 69,9 | 54,5 | 66,9 | | | | | |

(Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: bei a): g, kg; bei b): $m^2$, qm, $dm^2$, a; bei c): km; bei d): $mm^3$, $cm^3$, ml, $dm^3$)

Tabelle 3.2: Fehlergruppen bei der Lösung der Aufgabe 4/1999 (in %)

| Fehlergruppe | a) Masse | | | b) Flächeninhalt | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| Anzahl unterschiedlicher Eintragungen | 46 | | | 40 | | |
| Nicht geeignete Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur jeweiligen Größe | 1,3 | 1,3 | 1,3 | 6,4 | 5,8 | 6,3 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zum Volumen | 1,6 | 0,8 | 1,5 | 4,5 | 2,9 | 4,2 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur Länge | 13,0 | 21,3 | 14,5 | 21,5 | 33,8 | 23,8 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zum Flächeninhalt | 1,4 | 1,3 | 1,4 | —— | —— | —— |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur Masse | —— | —— | —— | 0,9 | 2,1 | 1,1 |
| Sonstige Fehler | 1,6 | 1,3 | 1,5 | 1,0 | 3,3 | 1,5 |
| Nicht bearbeitet | 2,5 | 10,0 | 3,9 | 0,9 | 2,1 | 1,2 |

| Fehlergruppe | c) Länge | | | d) Volumen | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| Anzahl unterschiedlicher Eintragungen | 22 | | | 66 | | |
| Nicht geeignete Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur jeweiligen Größe | 0,9 | 2,9 | 1,3 | 8,3 | 7,9 | 8,3 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zum Volumen | 0,6 | 0,4 | 0,5 | —— | —— | —— |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur Länge | —— | —— | —— | 25,7 | 46,3 | 29,5 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zum Flächeninhalt | 2,7 | 0,8 | 2,3 | 12,0 | 10,4 | 11,7 |
| Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zur Masse | 0,2 | 0,0 | 0,2 | 2,6 | 2,9 | 2,6 |
| Sonstige Fehler | 0,5 | *1,3* | 0,6 | 2,5 | 4,0 | 2,8 |
| Nicht bearbeitet | 0,9 | 7,9 | 2,2 | 6,9 | 14,4 | 8,3 |

*Hauptfehler und mögliche Ursachen*

Die große Anzahl unterschiedlicher Eintragungen der Schüler, insbesondere bei der Teilaufgabe d) zeugt insgesamt von den großen Unsicherheiten vieler Schüler im Umgang mit Größen und ihren Einheiten.

Der Hauptfehler bei den Teilaufgaben a), b) und d) war die Angabe einer Einheit, eines Formelzeichens oder eines Begriffes zur Länge. Bei Teilaufgabe a) (Masse eines Brotes) taten dies 14,5 % der Schüler. 9,4 % gaben die Einheit Zentimeter und 2,8 % die Einheit Meter an. Ursache könnten die unsicheren Vorstellungen zum Begriff Masse sein, für den umgangssprachlich oft die Bezeichnung Gewicht verwendet wird. Die Schüler gaben dann aber eine sinnvolle Einheit für die Länge eines Brotes an (auch Meter ist sinnvoll: *Meterbrot*).

Bei Teilaufgabe b) (Fläche eines Fußbodens) nahmen 23,8 % der Schüler und bei Teilaufgabe d) (Volumen einer Streichholzschachtel) 29,5 % der Schüler eine Eintragung zur Einheit Länge vor. Diese Schüler können offensichtlich nicht ausreichend zwischen Längen-, Flächen- und Volumeneinheiten differenzieren. Eine Ursache könnte sein, dass den Schülern die Einheiten der Länge mit Abstand am häufigsten im Mathematikunterricht und in ihrem täglichen Leben begegnen und die Einheiten des Flächeninhalts und des Volumens auf den Längeneinheiten basieren. Die Länge könnte immer dann herangezogen werden, wenn es Unklarheiten zur eigentlichen Größe gibt, d.h. es liegt eine unzulässige Verallgemeinerung der Vorstellungen zur Länge vor.

Die angegebenen Einheiten der Länge waren durchaus sinnvoll, so gaben bei b) 21,8 % die Einheit Meter an und bei d) 28,0 % der Schüler die Einheit Zentimeter oder Millimeter an, d.h. diese Schüler können sich vermutlich einen Fußboden oder eine Streichholzschachtel durchaus vorstellen und geeignete Einheiten für ein Merkmal angeben.

11,7 % der Schüler gaben bei Teilaufgabe d) Einheiten, Formelzeichen oder Begriffe zum Flächeninhalt an. Dies lässt darauf schließen, dass auch die Größen Flächeninhalt und Volumen nicht in ausreichender Weise differenziert werden können.

Unterschiede zwischen Haupt- und Realschülern traten insbesondere bei der fehlerhaften Verwendung der Größe Länge bei den Teilaufgaben a), b) und d) sowie bei der Nichtbearbeitung der Teilaufgaben a), c) und d) auf. Ansonsten sind die Unterschiede gering. Das könnte darauf hinweisen, dass außer den genannten Problemen zum Längenbegriff die übrigen Probleme nicht im mangelnden Leistungsvermögen der Schüler begründet liegen.

Tabelle 3.3: Richtige Lösungen der Zuordnung der Begriffe bei der Aufgabe 6/2000 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 6a | 86,7 | 61,9 | 81,4 | 53,8 | 77,8 | 84,3 | 88,2 | 95,8 |
| 6b | 65,2 | 34,9 | 58,8 | 11,1 | 52,9 | 57,9 | 70,4 | 88,0 |
| 6c | 89,6 | 64,1 | 84,2 | 33,3 | 82,4 | 85,7 | 92,0 | 96,7 |
| 6d | 97,2 | 82,6 | 94,1 | 66,7 | 92,9 | 95,8 | 97,6 | 100 |
| Mittelwert | 86,2 | 62,6 | 81,2 | | | | | |

(Als richtige Lösungen wurden folgende Eintragungen gewertet: bei a): Masse; bei b): Volumen, Rauminhalt; bei c): Länge; bei d): Zeit)

*Hauptfehler und mögliche Ursachen*

Obwohl bei dieser Aufgabe Begriffe zur Auswahl vorgegeben waren, von denen einer in ein Feld eingetragen werden sollte, haben sich einige Schüler noch weitere Eintragungen ausgedacht. Diese Schüler haben möglicherweise die Aufgabenstellung nicht richtig erfasst. Für Probleme mit der Aufgabenstellung spricht auch der hohe Prozentsatz der Hauptschüler, die diesen Aufgabenteil nicht bearbeitet haben. Dagegen spricht allerdings, dass die Zuordnung der Zeit bei der letzten Teilaufgabe fast vollständig richtig erfolgte.

Tabelle 3.4: Fehler bei der Lösung der Aufgabe 6/2000 (in %)

| Antworten | 6a) Masse | | | 6b) Volumen | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| Anzahl unterschiedlicher Eintragungen | 15 | | | 29 | | |
| Masse (bei a) Gewicht) | 6,0 | 6,8 | 6,2 | 2,0 | 5,7 | 2,8 |
| Volumen | 3,3 | 9,3 | 4,6 | — | — | — |
| Länge | 0,4 | 1,4 | 0,6 | 6,1 | 15,7 | 8,1 |
| Flächeninhalt | 0,2 | 1,4 | 0,5 | 19,0 | 21,0 | 19,4 |
| Temperatur | 0,5 | 2,5 | 0,9 | 1,4 | 2,8 | 1,7 |
| Sonstige Fehler | 0,4 | 3,9 | 1,2 | 2,1 | 4,7 | 1,7 |
| Nicht bearbeitet | 2,6 | 12,8 | 4,7 | 4,2 | 15,3 | 6,5 |

| Antworten | 6c) Länge | | | 6d) Zeit | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| Anzahl unterschiedlicher Eintragungen | 16 | | | 9 | | |
| Masse | 1,1 | 6,0 | 2,2 | 0 | 0 | 0 |
| Volumen | 1,4 | 2,5 | 1,7 | 0 | 0,4 | 0,1 |
| Länge | — | — | — | 0 | 0 | 0 |
| Flächeninhalt | 2,8 | 7,1 | 3,7 | 0 | 0 | 0 |
| Temperatur | 0,2 | 1,1 | 0,4 | 0 | 0,4 | 0,1 |
| Sonstige Fehler | 1,4 | 5,7 | 2,4 | 0,4 | 4,0 | 1,2 |
| Nicht bearbeitet | 3,4 | 13,5 | 5,6 | 2,4 | 12,8 | 4,6 |

*Bei Teilaufgabe a)* gaben 6,2 % der Schüler anstelle Masse die Bezeichnung Gewicht an. Obwohl dies den umgangssprachlichen Gepflogenheiten entspricht, wurde die Antwort hier als falsch gewertet, da der Begriff nicht vorgegeben war und die Einheiten nicht zutreffen. 4,6 % der Schüler trugen den Begriff Volumen ein. Masse und Volumen eines Körpers stehen vermittelt über die Dichte in einem engen Zusammenhang, der zu diesem Fehler geführt haben könnte. Auch bei Teilaufgabe 4d/1999 haben 2,6 % beim Volumen einen Bezug zur Masse hergestellt.

Die Hauptprobleme traten erneut im Umgang mit der Größe Volumen und ihren Einheiten bei *Teilaufgabe b)* auf. Nur knapp 60 % der Schüler konnten eine richtige Zuordnung vornehmen. Fast 20 % gaben den Begriff Flächeninhalt und 8 % den Begriff Länge an. Im Unterschied zur inhaltlichen Anforderung in Teilaufgabe 4d/1999 wird auf der formalen Ebene die Größe Volumen eher mit der Größe Flächeninhalt als mit der Größe Länge verwechselt.

Fast keine Probleme traten bei der Zuordnung des Begriffes Zeit auf. Dies könnte daran liegen, dass es keine inhaltlichen Beziehungen zu den anderen Größen gibt und auch formal die Bezeichnungen der Einheit und die Umrechnungszahlen keine Gemeinsamkeiten haben.

Erhebliche Unterschiede zwischen Haupt- und Realschülern gab es bei allen Teilaufgaben bezüglich der Nichtbearbeitung der Aufgabe, was auf die schon genannten Probleme im Verständnis von Aufgabenstellungen und in der konzentrierten Abarbeitung zweier verschiedener Aufgabentypen in einer Aufgabenstellung insbesondere bei leistungsschwächeren Schülern zurückzuführen sein könnte. Es wäre für diese Schüler besser gewesen, die Zuordnung der Größenarten in einer Extraaufgabe zu formulieren.

Weiterhin haben die Hauptschüler erheblich häufiger den Masseeinheiten den Begriff Volumen, den Volumeneinheiten den Begriff Länge und den Längeneinheiten die Begriffe Masse (eventuell Verwechslung mit dem Symbol m für Masse) und Flächeninhalt zugeordnet.

#### Schlussfolgerungen

Die Anforderungen der Aufgabe sind als elementar und grundlegend einzuschätzen. Es sind lediglich Größenvorstellungen zu gebräuchlichen Einheiten bzw. ihren Vielfachen erforderlich. Die Schüler kennen die Größen Masse und Länge bereits aus der Grundschule, die Größen Flächeninhalt und Volumen werden in der 5.Klasse behandelt und in der Klasse 6 entweder explizit in einem Stoffgebiet oder beim Lösen von Sachaufgaben bzw. beim Berechnen von Oberfläche und Volumen von Quadern wiederholt.

Im Rahmenplan sind alle gesuchten Einheiten als verbindlich genannt und es wird explizit auf die Bedeutung inhaltlicher Vorstellungen zu den Größen und ihren Einheiten hingewiesen.

Die Vorstellungen der Schüler zur *Einheit Kilometer* sowie die Zuordnung der Größe Zeit zu ihren Einheiten sind in beiden Bildungsgängen als gut bis sehr gut einzuschätzen. Es stellte sich insgesamt eine Dominanz der Größe Länge heraus, die mit Vorstellung und Kenntnissen zum Flächeninhalt und Volumen stark interferiert. Deshalb können trotz der guten Ergebnisse die Vorstellungen zur *Größenart Länge* insgesamt nicht zufrieden stellen.

Zu den *Einheiten der Masse* Gramm und Kilogramm liegen noch zufriedenstellende Größenvorstellungen vor und auch bei der Zuordnung des Begriffes Masse gab es gute Resultate. Im weiteren Mathematikunterricht wird allerdings nur noch selten auf die Vorstellungen zur Masse eingegangen, während in anderen Unterrichtsfächern (Biologie, Physik) die Vorstellungen benötigt und auch gefestigt werden.

Die Kenntnisse zum *Flächeninhalt* und vor allem zum *Volumen* sind unzureichend. Das erfolgreiche Weiterlernen der Schüler ist erheblich behindert, wenn diese Lücken nicht geschlossen werden. In allen Zweigen der Berufsausbildung sind sichere Vorstellungen zu den überprüften Größen und ihren Einheiten eine notwendige Voraussetzung.

Zur Verhinderung oder Kompensation der genannten Mängel sind neben den Testaufgaben u.a. folgende Aufgabentypen geeignet:

- Angabe von Objekten und einem Merkmal der Objekte, das in gegebenen Einheiten gemessen werden kann. (Umkehraufgabe zu 4/1999)
  Bsp.: Gib an, was in der Einheit Quadratmeter gemessen werden könnte.
- Angabe der Größenart zum gegebenen Merkmal eines gegebenen Objektes (Teilhandlung von 4/1999)
  Bsp.: Welche Größe ist gemeint? a) der Umfang eines Fußballfeldes b) ein Flascheninhalt
- Angabe von Objekten und einem Merkmal der Objekte, das einer gegebenen Größenart entspricht. (Umkehraufgabe zur genannten Teilhandlung)
  Bsp.: Gib Beispiele für das Auftreten der Größe Länge an.
- Zuordnung von Größenarten zu ihren Einheiten und umgekehrt. (Teilhandlung von 4/1999 und Umkehraufgabe zu 6/2000)
  Bsp.: Welche der folgenden Einheiten sind Volumeneinheiten?
- spezielle Aufgaben zum Differenzieren zwischen den Größenarten Länge, Flächeninhalt und Volumen sowie ihren Einheiten
  Bsp.: Trage in die Tabelle alle Einheiten der Größen (Länge, Flächeninhalt, Volumen) ein.

## 6.2 Umrechnen von Größen

### Anforderungen der Aufgaben 5/1999 und 6/2000

Kennen eines Verfahrens zum Umrechnen von Größen und Können im Anwenden des Verfahrens auf die Umrechnung benachbarter Einheiten, dabei

- Können im Multiplizieren und Dividieren mit Zehnerpotenzen
- Kennen folgender Umrechnungszahlen: kg – t, km – m, $m^2$ - $dm^2$, $dm^3$– Liter, $dm^3$ – $cm^3$, $mm^3$ – $cm^3$, h – min

– Lesen der gemischten Schreibweise als 3 km + 85 m bzw. 12 km + 980 m

– Größenvorstellungen zu den betreffenden Einheiten

– Gewohnheiten zur Kontrolle der Rechnungen

Das Umrechnen von Größen ist eine komplexe Anforderung, die mehrere Teilhandlungen auf inhaltlicher bzw. formaler Ebene erfordert. In entfalteter Form können bei der Umwandlung von Größen in Dezimalschreibweise folgende Teilhandlungen unterschieden werden:

1. Reaktivieren von Größenvorstellungen zu den beiden Einheiten (inhaltlich)
2. Feststellen, welche Einheit größer ist (inhaltlich)
3. Ermitteln der Rechenoperation (formale Regel: Bei Umrechnung in eine größere Einheit dividieren, bei Umrechnung in eine kleinere Einheit multiplizieren)
4. Ermitteln der Umrechnungszahl (formale Kenntnisse zu Einheiten)
5. Ausführen der Rechnung (meist formales Verschieben des Kommas)
6. Kontrolle der Umwandlung durch Vorstellen beider Größenwerte (inhaltlich)

Liegt eine gemischte Schreibweise vor (Aufgabe 5b/1999 und 6c/2000), ist außer diesen 6 Teilhandlungen noch das Umwandeln der gemischten Schreibweise in eine Summe zweier Größen und nach Umwandlung eines Summanden die Addition beider Werte erforderlich. Es ist aber auch möglich, die gemischte Schreibweise zunächst in eine Dezimalschreibweise zu überführen, was wiederum inhaltlich durch Interpretation der Dezimalstellen oder formal durch Umrechnen der kleineren Einheit in die größere erfolgen kann.

Bei der Teilaufgabe 6d/2000 trat die gemischte Zahl $4\frac{1}{2}$ auf, die entweder als Summe $4 + \frac{1}{2}$ oder als Dezimalbruch 4,5 gelesen werden konnte, woraus sich jeweils unterschiedliche Lösungswege ergeben.

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 3.5: Richtige Lösungen der Aufgabe 5/1999 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 5a | 49,3 | 31,7 | 46,0 | 18,8 | 40,9 | 47,0 | 54,1 | 66,7 |
| 5b | 57,9 | 38,8 | 54,4 | 31,3 | 47,3 | 56,2 | 59,9 | 80,0 |
| 5c | 33,7 | 18,3 | 30,9 | 2,6 | 20,9 | 31,1 | 41,3 | 82,9 |
| 5d | 26,7 | 12,5 | 24,1 | 0 | 9,6 | 18,4 | 35,9 | 82,9 |
| 5e | 48,1 | 25,8 | 43,9 | 12,5 | 32,6 | 42,8 | 55,1 | 87,8 |
| Mittelwert | 43,1 | 25,4 | 39,9 | | | | | |

Tabelle 3.6: Richtige Lösungen der Aufgabe 6/2000 (in %)

| Aufgabe | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| 6a | 66,3 | 44,5 | 61,7 | 28,6 | 53,6 | 61,5 | 70,9 | 86,7 |
| 6b | 37,1 | 22,8 | 34,1 | 4,9 | 17,6 | 32,1 | 44,7 | 70,0 |
| 6c | 66,3 | 43,1 | 61,4 | 37,0 | 55,1 | 63,6 | 70,0 | 87,5 |
| 6d | 71,3 | 39,1 | 64,5 | 25,9 | 53,8 | 64,7 | 75,0 | 85,7 |
| Mittelwert | 60,3 | 37,4 | 55,4 | | | | | |

Die durchschnittliche Erfüllungsquote einer Aufgabe zur *Größenumwandlung* lag in der Arbeit 7/1999 bei 39,9 % und in der Arbeit 7/2000 bei 55,4 %, wobei im Schnitt 13,7 % (1999) bzw. 7,4 % (2000) eine solche Aufgabe nicht bearbeitet haben. Die Aufgabe 5/1999 ist allerdings insgesamt als schwieriger einzuschätzen, da 3 von 5 Aufgaben Umrechnungen von Flächen- bzw. Volumeneinheiten sind, während dies bei der Aufgabe 6/2000 nur bei einer von 4 Teilaufgaben der Fall ist.

Die besten Ergebnisse wurden beim Umrechnen von Einheiten der Größen Länge, Masse und Zeit erreicht. Die größten Probleme traten bei den Größen Flächeninhalt und Volumen auf.

Es lassen sich die Ergebnisse folgender Teilaufgaben miteinander vergleichen, da die Anforderungen sehr ähnlich sind:

- 5a/1999 und 6a/2000: Die Ergebnisse der Aufgabe 6a/2000 sind um etwa 16 % besser als die der vergleichbaren Aufgabe 5a/1999.
- 5b/1999 und 6c/2000: Bei der Umwandlung einer gemischten Längenangabe wurden in der Arbeit 7/2000 um 7 % bessere Ergebnisse als in der Arbeit 7/1999 erreicht.
- 5e/1999 und 6b/2000: Obwohl in beiden Fällen benachbarte Volumeneinheiten umzurechnen waren, sind gegen den allgemeinen Trend die Ergebnisse der Aufgabe 6b/2000 um 10 Prozentpunkte schlechter als die Ergebnisse der Aufgabe 5e/1999.

Es traten bei beiden Arbeiten deutliche Unterschiede zwischen Schülern im Realschulbildungsgang und im Hauptschulbildungsgang auf. Die durchschnittlichen Erfüllungsquoten unterscheiden sich um etwa 20 Prozentpunkte.

*Hauptfehler und mögliche Ursachen*

Tabelle 3.7: Anzahl fehlerhafter Eintragungen

| Aufgabe | a) | b) | c) | d) | e) |
|---|---|---|---|---|---|
| 5/1999 | 43 | 59 | 31 | 43 | 27 |
| 6/2000 (Umrechnungen) | 34 | 42 | 81 | 126 | |

Bereits die große Anzahl unterschiedlicher Eintragungen zeigt die Probleme, die viele Schüler mit dem Umrechnen von Größen haben, wobei diese Anzahl nicht mit der Erfüllungsquote korreliert. So wurden z.B. bei der Aufgabe 6d/2000 die besten Ergebnisse erzielt, obwohl hier die größte Anzahl fehlerhafter Eintragungen zu verzeichnen war.

Aus den Eintragungen der Schüler lässt sich nicht direkt ermitteln, ob sie bei der Lösung der Aufgaben ihre Größenvorstellungen verwendet haben. Um einen gewissen Anhaltpunkt dafür zu erhalten, wurde die Häufigkeit der falschen Ergebnisse ermittelt, die in hohem Maße unsinnig sind und bei Verwendung von Größenvorstellungen vor oder nach der Rechnung als fehlerhaft hätten erkannt werden können (siehe Tabelle 3.8).

Der ermittelte Anteil unsinniger Ergebnisse hängt natürlich von den gewählten Intervallen und den speziellen Werten bei den einzelnen Umrechnungen ab. Aber aus der Tabelle ist bereits zu erkennen, dass offensichtlich viele Schüler ihre Größenvorstellungen nicht bei der Umrechnung von Größen verwenden. Wegen der z.T. geringen Unterschiede zwischen Haupt- und Realschülern scheint dies kein Problem der Leistungsfähigkeit zu sein, sonder eher daran zu liegen, dass die Verfahrenskenntnisse unzureichend entwickelt sind.

*Umwandlung von Dezimalbrüchen, Aufgaben 5a, 5c, 5d, 5e/1999 und 6a, 6b/2000*

Um Aussagen zur verwendeten Rechenoperation und Umrechnungszahl zu gewinnen, wurden die Fehler der Schüler nach diesen Aspekten gegliedert. In die Fehlergruppe falscher Dezimalbruch, wurden alle

Tabelle 3.8: Anteil unsinniger Ergebnisse bei den Aufgaben 5/1999 und 6/2000 (in %)

| Aufgabe | Ergebnis | unsinnige Angaben | RS | HS | alle | übrige Fehler (alle) |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 5a/1999 | 0,225 t | e > 1 t | 37,8 | 47,5 | 39,6 | 4,1 |
| 5b/1999 | 3085 m | e<1000 m; e>4000 m | 23,7 | 36,3 | 26,0 | 10,9 |
| 5c/1999 | 20 $dm^2$ | e<1 $dm^2$; e>1000 $dm^2$ | 20,0 | 23,8 | 20,7 | 36,7 |
| 5d/1999 | 13,4 l | e<1 l; e>1000 l | 17,6 | 10,4 | 16,3 | 30,3 |
| 5e/1999 | 34 $cm^3$ | e<0,1 $cm^3$; e>1000 $cm^3$ | 21,7 | 27,1 | 22,7 | 24,8 |
| 6a/2000 | 0,5 t | e > 1 t | 26,6 | 42,3 | 29,9 | 4,2 |
| 6b/2000 | 2500 $cm^3$ | e<100 $cm^3$; e>100000 $cm^3$ | 38,1 | 40,6 | 38,6 | 20,5 |
| 6c/2000 | 12980 m | e<1000 m; e>100000 m | 11,0 | 21,4 | 13,2 | 15,4 |
| 6d/2000 | 270 min | e<60 min; e>600 min | 8,4 | 15,3 | 9,8 | 17,0 |

Ergebnisse eingeordnet, die ein Dezimalbruch sind und bei denen eine Ziffer fehlt, weitere Ziffern (neben der Null) auftreten oder Nullen eingefügt oder angehängt wurden.

*Angabe nicht verändert* bedeutet, dass die Schüler den gleichen Zahlenwert hingeschrieben haben, was nur bei 5d/1999 die richtige Entscheidung war.

Der Tabelle 3.9 (siehe Seite 24) können folgende allgemeine Aussagen entnommen werden.

Der Anteil der *Nichtbearbeitungen* ist mit Ausnahme der Aufgabe 5d/1999 relativ gering, was darauf hinweist, das die Schüler mit diesem Aufgabentyp vertraut sind und in etwa wissen, was hier zu machen ist. Der Anteil der Nichtbearbeitung ist bei den Hauptschülern um etwa 4 % bis 9 % größer, womit auch ein Teil der stark differierenden Erfüllungsquoten erklärt werden kann.

Bei der überwiegenden Mehrzahl der falschen Ergebnisse (mit Ausnahme von 5d) war zumindest die *Rechenoperation* richtig, d.h. die Schüler erkannten in richtiger Weise, dass die betreffende Zahl verkleinert bzw. vergrößert werden muss. Am häufigsten wurde die falsche Rechenoperation noch bei den Aufgaben 5c mit 18,4 % und 5a mit 13,3 % verwendet. Bei den beiden Aufgaben zum Volumen 5e und 6b verwendeten nur 3,9 % bzw. 12,5 % keine oder die falsche Rechenoperation, obwohl die Kenntnisse zum Volumen bei den Aufgaben 4/1999 und 6/2000 ja am schlechtesten waren.

Es gibt bezüglich der verwendeten Rechenoperation bei vielen Aufgaben erstaunlich geringe Unterschiede zwischen den Haupt- und Realschülern, was darauf hinweisen könnte, dass die Ausbildung dieser Teilhandlung unabhängig vom Leistungsvermögen ist, wobei allerdings die Unterschiede in der Bearbeitung zu beachten sind.

Bei allen Aufgaben haben nur wenige Schüler die Ziffern bzw. die *Ziffernfolge* verändert oder Nullen zwischen die Ziffern eingefügt. Diese Fälle sind alle in den Fehlergruppen *falscher Dezimalbruch* und *Bruch oder Sonstiges* erfasst. Das Einfügen von Nullen in die Ziffernfolge trat noch am häufigsten bei der Aufgabe 5d auf, mit der viele Schüler ohnehin nichts anzufangen wussten. Man kann also feststellen, dass die überwiegende Mehrzahl der Schüler mit dem formalen Verfahren der Verschiebung des Kommas unter Beibehaltung der Ziffernfolge vertraut ist.

Die Auswertungen zur verwendeten *Umrechnungszahl* müssen für jeden Aufgabentyp gesondert erfolgen.

Bei den *Aufgaben 5a und 6a* mussten jeweils Kilogramm in Tonnen umgewandelt werden, d.h. es war die Umrechnungszahl 1000 zu verwenden. Der Hauptfehler war in beiden Fällen, dass mit der Umrechnungszahl 100 gearbeitet wurde, was jeweils etwa 20 %. der Schüler taten. Die falsche Umrechnungszahl 10 verwendeten 13,8 % bzw. 6,6 % der Schüler.
Bei der Aufgabe *5c/1999* verwendeten 39,2 % aller Schüler die falsche Umrechnungsrechnungszahl 10 für die Umwandlung von Quadratmetern in Quadratdezimeter. Diese Schüler haben möglicherweise die Umrechnungszahl von Metern in Dezimeter einfach auf die Flächeneinheiten übertragen. Es haben mit 33,4 % aller Schüler sogar weniger die richtige Umrechnungszahl 100 verwendet. Die schon genannten mangelnde Differenzierungsfähigkeit zwischen den Größen Länge und Fläche tritt hier sehr deutlich zu Tage.

Tabelle 3.9: Fehler bei den Aufgaben 5a, 5c, 5d, 5e/1999 und 6a, 6b/2000 (in %)

| Fehlergruppe | Aufgabe 5a | | | Aufgabe 5c | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| RO richtig, UZ = 10 | 6,4 | 7,1 | 6,5 | 27,2 | 29,6 | 27,6 |
| RO richtig, UZ = 100 | 16,8 | 18,3 | 17,1 | r | r | r |
| RO richtig, UZ = 1000 | r | r | r | 8,2 | 8,3 | 8,3 |
| RO richtig, UZ = 10000 | 2,4 | 0,8 | 2,1 | 0,8 | 2,1 | 1,0 |
| RO richtig, UZ > 10000 | 0,6 | 0,4 | 0,5 | 0,1 | 0,0 | 0,1 |
| **RO richtig** | **26,2** | **26,6** | **26,2** | **36,3** | **40** | **37** |
| Angabe nicht verändert | 0,9 | 1,3 | 0,9 | 2,5 | 4,2 | 2,8 |
| RO falsch, UZ = 10 | 7,0 | 8,8 | 7,3 | 11,8 | 10,8 | 11,6 |
| RO falsch, UZ = 100 | 2,7 | 1,7 | 2,5 | 4,2 | 2,5 | 3,9 |
| RO falsch, UZ > 100 | 2,3 | 3,8 | 2,6 | 0,1 | 0,0 | 0,1 |
| **RO falsch oder keine** | **12,9** | **15,6** | **13,3** | **18,6** | **17,5** | **18,4** |
| Falscher Dezimalbruch | 2,0 | 7,9 | 3,1 | 0,6 | 3,8 | 1,2 |
| Bruch oder Sonstiges | 0,9 | 1,3 | 1,0 | 0,5 | 2,9 | 0,9 |
| Nicht bearbeitet | 8,8 | 17,1 | 10,3 | 10,4 | 17,5 | 11,7 |

| Fehlergruppe | Aufgabe 5d | | | Aufgabe 5e | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| RO richtig, UZ = 10 | - | - | - | 17,6 | 17,1 | 17,5 |
| RO richtig, UZ = 100 | - | - | - | 19,4 | 27,1 | 20,8 |
| RO richtig, UZ = 1000 | - | - | - | r | r | r |
| RO richtig, UZ = 10000 | – | - | - | 1,5 | 5,4 | 2,2 |
| RO richtig, UZ > 10000 | - | - | - | 1,4 | 3,3 | 1,8 |
| **RO richtig** | **-** | **-** | **-** | **39,9** | **52,9** | **42,3** |
| Angabe nicht verändert | r | r | r | 0,4 | 2,1 | 0,7 |
| RO falsch, UZ = 10 | 24,4 | 32,9 | 25,9 | 1,9 | 1,7 | 1,9 |
| RO falsch, UZ = 100 | 11,1 | 7,1 | 10,3 | 0,2 | 2,1 | 0,5 |
| RO falsch, UZ > 100 | 6,2 | 2,9 | 5,5 | 0,8 | 1,3 | 0,8 |
| **RO falsch oder keine** | **41,7** | **42,9** | **41,9** | **3,3** | **7,2** | **3,9** |
| Falscher Dezimalbruch | 2,7 | 7,5 | 3,6 | 0,8 | 1,7 | 0,9 |
| Bruch oder Sonstiges | 1,4 | 0,8 | 1,3 | 0,1 | 0,4 | 0,2 |
| Nicht bearbeitet | 27,6 | 36,3 | 29,2 | 7,9 | 12,1 | 8,6 |

| Fehlergruppe | Aufgabe 6a | | | Aufgabe 6b | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | RS | HS | alle |
| RO richtig, UZ = 10 | 2,3 | 6,0 | 3,1 | 24,1 | 23,1 | 23,9 |
| RO richtig, UZ = 100 | 15,3 | 22,1 | 16,8 | 15,5 | 16,7 | 15,8 |
| RO richtig, UZ > 1000 | 2,8 | 3,6 | 2,9 | 3,5 | 3,6 | 3,5 |
| **RO richtig** | **20,4** | **31,7** | **22,8** | **43,1** | **43,4** | **43,2** |
| Angabe nicht verändert | 0,3 | 0,4 | 0,3 | 3,2 | 5,3 | 3,7 |
| RO falsch, UZ = 10 | 3,0 | 5,7 | 3,5 | 4,5 | 5,3 | 4,7 |
| RO falsch, UZ = 100 | 2,3 | 3,9 | 2,6 | 3,1 | 1,1 | 2,7 |
| RO falsch, UZ = 1000 | 2,1 | 2,1 | 2,1 | 1,3 | 0,7 | 1,2 |
| RO falsch, UZ > 1000 | 0,1 | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,0 | 0,2 |
| **RO falsch oder keine** | **7,8** | **12,1** | **8,6** | **12,3** | **12,4** | **12,5** |
| Falscher Dezimalbruch | 1,0 | 2,1 | 1,2 | 0,6 | 3,2 | 1,1 |
| Bruch oder Sonstiges | 1,2 | 1,4 | 1,3 | 1,7 | 4,6 | 2,3 |
| Nicht bearbeitet | 3,2 | 7,8 | 4,2 | 5,1 | 13,5 | 6,8 |

(RO Rechenoperation, UZ Umrechnungszahl, r richtig)

Mit der aus formaler Sicht einfachsten Aufgabe 5d/1999 kamen mit Abstand die wenigsten Schüler zurecht. Nur 24,1 % erkannten, dass 1 $dm^3$ und 1 l das gleiche sind. 29,2 % haben die Aufgabe gar nicht bearbeitet und 25,9 % verschoben das Komma eine Stelle nach links oder rechts. An dieser Aufgabe wird besonders deutlich, dass die Schüler wahrscheinlich fast nur auf der formalen Ebene gearbeitet haben und das Komma nach bestimmten Überlegungen oder auch wahllos nach links oder rechts um eine bestimmte Stellenzahl verschoben haben und dabei teilweise mehr oder weniger zufällig das richtige Ergebnis trafen. Möglich wäre allerdings auch, dass die Vorstellungen zur Einheit 1 $dm^3$ unzureichend ausgeprägt sind.

Bei den Aufgaben 5e/1999 und 6b/2000 musste jeweils eine Volumeneinheit in eine benachbarte kleinere umgewandelt werden, d.h. es war die Umrechnungszahl 1000 zu verwenden. Dies gelang nur 43,9 % bzw. 34,1 % der Schüler. Die Umrechnungszahl 100 verwendeten bei Aufgabe 5e mit 21,3 % und bei Aufgabe 6b mit 18,5 % etwa gleich viele Schüler. Die Umrechnungszahl 10 wurde dagegen bei Aufgabe 5e von 19,4 % und bei Aufgabe 6b von 28,6 % der Schüler benutzt, worin damit die Hauptsache für das schlechte Ergebnis bei dieser Aufgabe besteht. Es könnte vermutet werden, dass der Zahlenwert 2,5 bei Aufgabe 6b die Umrechnungszahl 10 eher nahe legt als der Zahlenwert 34000 bei Aufgabe 5e. Dies spräche erneut für eine Orientierung an mehr formalen Gesichtspunkten beim Lösen dieser Aufgaben.

*Umwandlung gemischter Größenangaben, Aufgaben 5b/1999 und 6c/2000*

Obwohl es sich bei den betreffenden Aufgaben um die Größe Länge handelt, mit der Schüler noch am besten vertraut sind, liegen die Ergebnisse mit 54,4 % (5b/1999) und 61,4 % (6c/2000) nicht oder nur wenig über den anderen Resultaten. Die Analyse der Fehler ergab einige Besonderheiten, die jetzt extra diskutiert werden sollen.

Eine Gruppierung der Fehler erwies sich als sehr schwierig, da die Ergebnisse der Schüler auf sehr verschiedenen Wegen entstanden sein können und dies auch die Hauptfehler betrifft. So sind für das falsche Ergebnis 385 m bei Aufgaben 5b, das 11,4 % der Schüler angaben, u.a. folgende Erklärungen möglich:

A) Die Schüler haben ein Komma zwischen die Kilometer- und der Meterangabe gesetzt, um eine Kilometerangabe zu erhalten und dann den Wert 3,85 mit der falschen Umrechnungszahl 100 multipliziert.

B) Die Schüler haben die Kilometer durch Multiplikation mit 100 in Meter umgerechnet und dann 85 addiert.

C) Die Schüler haben sich bei der Summe 3000 + 85 verrechnet.
Wegen der Häufigkeit der ebenfalls auftretenden Werte 3850 (7,7 %) und 3,85 (7,2 %), die mit dem Fehlertyp A) am besten erklärt werden können, wurde auch 385 in diese Fehlergruppe eingeordnet.

Als ein Nacheinanderstellen von Werten wurden z.B. folgende Ergebnisse gedeutet:

- bei Aufgabe 5b: 3000,85; 300,85; 300085; 300 m 85 m; 85,3
- bei Aufgabe 6c: 120 m 980; 120,9800; 1200980; 12000980; 980,012

Diese Schüler können durch die gemischte Schreibweise beeinflusst worden sein.

In die Gruppe *falsche Rechnungen* wurden falsche Ergebnisse eingeordnet, bei denen vermutlich eine Addition der beiden Werte und eine vorherige oder nachträgliche Multiplikation mit Zehnerpotenzen stattfand, z.B.

- bei Aufgabe 5b: 1085 (= 1000 + 85); 115 (= 30 + 85); 88000 (= (3 + 85)·1000)
- bei Aufgabe 6c: 110 (= 12 + 98); 1180 (= 200 + 980); 3180 (= 2200 + 980)

Tabelle 3.10: Fehler beim Umrechnen gemischter Größenangaben, Aufgaben 5b/1999 und 6c/2000 (in %)

| | Aufgabe 5b/1999 | | |
|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle |
| Werte nacheinander gestellt | 1,9 | 1,7 | 1,9 |
| falsche Rechnungen | 2,0 | 1,3 | 1,9 |
| Komma gesetzt (3,85) | 6,4 | 10,8 | 7,2 |
| Komma gesetzt; mal 10 (38,5) | 0,6 | | 0,5 |
| Komma gesetzt; mal 100 (385) | 10,3 | 15,8 | 11,4 |
| Komma gesetzt; mal 1000 | 8,1 | 6,3 | 7,7 |
| Komma gesetzt; mal $10^i$, i = 4; 5; -1; -2; -3 | 2,8 | 2,6 | 2,7 |
| nur mit km oder m gerechnet | 0,8 | 0,8 | 0,8 |
| sonstige Fehler | 2,3 | 5,8 | 2,9 |
| nicht bearbeitet | 7,0 | 16,3 | 8,7 |
| | Aufgabe 6c/2000 | | |
| | RS | HS | alle |
| Werte nacheinander gestellt | 3,0 | 1,8 | 2,7 |
| falsche Rechnungen | 2,3 | 3,9 | 2,6 |
| Komma gesetzt (12,980) | 6,0 | 10,7 | 7,0 |
| Komma gesetzt; mal 10i, i ∈ Z | 3,2 | 4,7 | 3,4 |
| nur mit km oder m gerechnet | 1,3 | 3,2 | 1,7 |
| sonstige Fehler | 10,5 | 13,5 | 11,1 |
| darunter: | | | |
| 2180 = 1200 + 980 | 6,4 | 3,9 | 5,9 |
| 992 = 12 + 980 | 0,2 | 2,5 | 0,7 |
| 1100 = 120 + 980 | 0,6 | 1,1 | 0,7 |
| nicht bearbeitet | 7,5 | 19,2 | 10,0 |

Diese Schüler wissen zumindest, dass zwei Größenangaben in irgendeiner Weise zu addieren sind.

Bei der Aufgabe 6c/2000 führte die falsche Strategie *Komma setzen* und multiplizieren mit 1000 zum richtigen Ergebnis, womit eine Erklärung für die um 7 % besseren Ergebnisse bei dieser Aufgabe möglich wäre.

Die Ursachen für die als *Komma-trennt-Strategie* bezeichnete fehlerhafte Vorstellung von Schülern, das ein Komma die größere von der kleineren Einheit trennt, liegen im Grundschulunterricht. Dort wurden insbesondere Längenangaben aus einer Kommaschreibweise in eine gemischte Schreibweise umgewandelt und umgekehrt.

Hauptschüler haben die *Komma-trennt-Strategie* etwas häufiger als Realschüler angewendet. Sie haben im weit höherem Maße die Aufgaben nicht bearbeitet.

*Größenumwandlung mit gemischter Zahl, Aufgabe 6d/2000*

Bei dieser Aufgabe traten 126 verschiedene Eintragungen auf, die aber nur von 337 Schülern stammen. Viele Ergebnisse wurden nur von 1 bis 2 Schülern angegeben. Eine Interpretation vieler Resultate ist sehr schwierig meist gibt es mehrere Deutungsmöglichkeiten. Eine Gruppierung der Fehler konnte aus diesen Gründen nicht vorgenommen werden. Die Tabelle 3.11 zeigt die häufigsten Eintragungen und eine mögliche Interpretation.

Bei dieser Aufgabe gibt es mit 25,4 % den größten Unterschied zwischen der Erfüllungsquote der Haupt- und Realschüler bei allen Teilaufgaben zur Größenumwandlung. Wie die Tabelle zeigt, ist dieser Unterschied vor allem auf den unterschiedlichen Bearbeitungsgrad zurückzuführen.

Es ist zu vermuten, dass bei der Multiplikation mit 60 und der Umrechnung von $\frac{1}{2}$ h in Minuten eine Reihe von Rechenfehlern aufgetreten ist.

Nur 3 % der Schüler haben aber einen Dezimalbruch als Ergebnis angegeben.

Tabelle 3.11: Die häufigsten Fehler bei Aufgabe 6d/2000 (in %)

| Eintragung | Interpretation | RS | HS | alle |
|---:|---|---:|---:|---:|
| keine | nicht gekonnt | 5,5 | 20,6 | 8,7 |
| 310 | 280 + 30; bei $4 \cdot 60$ verrechnet | 2,9 | 2,1 | 2,7 |
| n.l. | nicht gekonnt | 0,5 | 5,0 | 1,4 |
| 290 | 240 + 50; $\frac{1}{2}$ h = 50 min. | 1,0 | 0,7 | 1,0 |
| 250 | 220 + 30; bei $4 \cdot 60$ verrechnet | 0,8 | 1,4 | 0,9 |
| 255 | 240 + 15; $\frac{1}{2}$ h = 15 min. | 0,8 | 0,7 | 0,8 |
| 4,30 | an 4 h 30 min gedacht | 0,6 | 1,4 | 0,8 |
| 540 | $9 \cdot 60; 9 = 4\,\frac{1}{2} \cdot 2$ | 0,9 | 0,4 | 0,8 |
| 510 | $480 + 30; 480 = 60 \cdot 4 \cdot 2$ | 0,7 | 0,7 | 0,7 |
| 300 | 270 + 30; bei $4 \cdot 60$ verrechnet | 0,6 | 0,7 | 0,6 |
| 420 | $60 \cdot 7; 7 = 4 + 1 + 2$ | 0,6 | 0,7 | 0,6 |
| 45 | $4 \cdot 10 + 5$ | 0,7 | 0,4 | 0,6 |
| 43000 | $(400 + 30) \cdot 100$ | 0,5 | 0,7 | 0,5 |
| 30 | nur min. | 0,4 | 0,7 | 0,5 |
| 9/2 | $4\,\frac{1}{2} = 9/2$ | 0,3 | 1,1 | 0,5 |

## Schlussfolgerungen

Angesichts der unbefriedigenden Ergebnisse der Schüler sollte über das grundlegende Wissen und Können der Schüler zum Umrechnen von Größen, das sie jederzeit mit einer Sicherheit von mindestens 67 % beherrschen, neu nachgedacht werden. Es scheint eine wesentliche Einschränkung der dabei betrachteten Einheiten notwendig zu sein. Als Minimum wären sichere Größenvorstellungen und ein sicheres Können im Umwandeln bezüglich folgender Einheiten denkbar: zur *Masse*: 1 g; 1 kg; 1 t; zur *Länge*: 1 cm; 1 m; 1 km; zum *Flächeninhalt*: 1 $cm^2$; 1 $m^2$; 1 $km^2$; zum *Volumen*: 1 ml; 1 l; 1 $m^3$; zur *Zeit*: 1 s; 1 min; 1 h; 1 d

Damit würden z.B. die Aufgaben 5c; 5d, 5e und 6d nicht zum grundlegenden Wissen und Können gehören.

Zu fragen ist auch, welche Rolle die Umwandlung gemischter Größenangaben spielen soll. Die Umwandlung einer gemischten Größenangabe in einen Dezimalbruch oder in die kleinere Einheit ist in der Praxis relativ selten erforderlich. Wenn bei den Schülern die sichere Kenntnis vorhanden ist, dass sich gemischte Größenangaben wie auch gemischte Zahlen stets als Summe schreiben lassen, können diese Anforderungen als Problem eingestuft werden, das sich leicht durch Zurückführen auf Bekanntes lösen lässt. Die umgekehrte Aufgabe, eine Dezimalangabe wie etwa *3,05 Euro* als gemischte Angabe zu lesen, ist vielleicht wichtiger.

Es wirken sich bei diesen Aufgaben erneut die Defizite des Mathematikunterrichts in der Grundschule aus. Die Größen Masse, Länge und Zeit sowie die Umrechnungszahlen von Kilogramm und Tonnen, Kilometer und Meter sowie Stunden und Minuten sind den Schülern seit der Grundschule bekannt. Ebenso wurde dort mit gemischten Längenangaben gearbeitet. Die Aufgaben 5a, 5b, 6a, 6c und 6d gehören deshalb bereits zum Grundkönnen, das am Ende der Klasse 4 vorhanden sein sollte.

Auch mit den genannten Einschränkungen bezüglich des grundlegenden Wissens und Könnens muss insgesamt eingeschätzt werden, dass die durchschnittlichen Erfüllungsquoten von 40 % in der Arbeit 7/1999 bzw. 55 % in der Arbeit 7/2000 völlig unzureichend sind. Insbesondere die Hauptschüler, bei denen die durchschnittlichen Erfüllungsquoten nur 25 % bzw. 37 % betrugen, sind auf Grundanforderungen im beruflichen und alltäglichen Leben kaum vorbereitet. Der Mathematikunterricht hat damit eine seiner Hauptaufgaben, nämlich bei allen Schülern eine gewisses Mindestniveau für das weitere Leben zu sichern, bis zu dem betrachteten Zeitpunkt am Beginn der Klasse 7 nicht erfüllt.

Positiv ist einzuschätzen, dass die Schüler bei Umrechnungen von Größenangaben mit einer Einheit das Prinzip der Multiplikation und Division mit Zehnerpotenzen bzw. der Kommaverschiebung erfasst haben, da sie die Ziffernfolge mit wenigen Ausnahmen beibehalten haben. Mit Ausnahme der Teilaufgabe d) haben die Schüler mit großer Sicherheit erkannt, dass der Zahlenwert größer bzw. kleiner werden muss.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass in den Klassen 5 und 6 das Arbeiten mit Größen wesentlich zu qualifizieren ist. Es ist ein Umdenken bei Schülern und auch Lehrern erforderlich. Das Umrechnen einer Größe ist eine komplexe Handlung, die nicht auf das formale Verschieben des Kommas reduziert werden kann. Es geht um das Ausbilden der genannten 6 Teilhandlungen, wozu jeweils spezielle Aufgabentypen geeignet sind. Eine entscheidende Veränderung kann nur gelingen, wenn die Größenvorstellungen der Schüler in die Handlung einbezogen werden. Ein reines Auswendiglernen von Umrechnungszahlen hat wenig Sinn, da sehr schnell Verwechslungen eintreten können. Unter Verwendung von Größenvorstellungen können fast alle wichtigen Umrechnungszahlen selbst reaktiviert bzw. kontrolliert werden.

# Kapitel 7

# Stochastisches Können

## 7.1 Ermitteln von Anzahlen

### Anforderungen der Aufgabe 9/2000

- Erfassen des Sachverhaltes (Zahlencode, Fahrradschloss, Möglichkeiten ausprobieren)
- Unterscheidung von Zahl und Ziffer
- Ermitteln von Anzahlen durch systematische Probieren aller Möglichkeiten oder durch Anwendung einer Zählregel

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.1: Richtige Lösungen zu Aufgabe 9/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| richtige Lösungen | 81,3 | 65,1 | 77,9 | 59,3 | 72,7 | 78,6 | 85,3 | 93,8 |

(Als richtige Lösungen wurden gewertet: 6; Angabe aller 6 Möglichkeiten; nicht alle Möglichkeiten aufgeführt, aber Anzahl 6 angegeben)

Mit 78 % richtiger Ergebnisse kann das Können der Schüler im Lösen einfacher kombinatorischer Aufgaben als zufriedenstellend eingeschätzt werden. Auch die Streuung der Ergebnisse der Schulen ist gering. An der Schule mit den schlechtesten Ergebnissen lösten immerhin noch rund 60 % der Schüler die Aufgabe richtig.

*Hauptfehler und mögliche Ursachen*

Die überwiegende Mehrzahl (85 %) der Schüler versuchte durch Probieren und Aufschreiben aller Möglichkeiten die gesuchte Anzahl zu bestimmen. Nur wenige Schüler (2 %) haben nicht beachtet, dass es keine Wiederholungen von Ziffern geben darf, obwohl darauf nicht extra hingewiesen wurde. Der Hauptfehler war bei diesem Vorgehen, dass nicht alle Möglichkeiten gefunden wurden (7 %).

Nur 11 % der Schüler versuchte ohne erkennbares Probieren sofort eine Anzahl hinzuschreiben, wobei allerdings nur 3 % die richtige Anzahl 6 angaben. Bei keinem dieser Schüler war zu erkennen, ob er diese Zahl durch Anwendung einer Zählregel gefunden hat. Nur 3 % der Schüler haben vermutlich gerechnet, wobei jeweils nur falsche Ergebnisse entstanden (z. B. $3 + 3 + 3 = 9$, $1 \cdot 2 \cdot 7 = 14$).

Tabelle 4.2: Vorgehensweise und Fehler der Schüler (Angaben in % des Bildungsganges)

| | RS | HS | alle |
|---|---|---|---|
| Aufzählen von Möglichkeiten | 86,7 | 76,2 | 84,5 |
| davon | | | |
| - alle Möglichkeiten gefunden | 78,7 | 61,2 | 74,7 |
| - zu wenig Möglichkeiten gefunden | 5,8 | 11,7 | 7,1 |
| - Wiederholungen von Ziffern | 1,5 | 2,8 | 1,8 |
| - Möglichkeiten richtig aber Anzahl falsch oder Möglichkeiten unvollständig aber Anzahl richtig | 1,1 | 0,4 | 0,9 |
| Angaben von Anzahlen | 10,7 | 13,9 | 11,4 |
| darunter | | | |
| - richtige Anzahl angegeben | 2,7 | 3,9 | 2,9 |
| - gerechnet, jedoch nur falsch | 3,1 | 2,1 | 2,9 |

### Schlussfolgerungen

Die Aufgabe zählt zu den Standardaufgaben der Kombinatorik und ist in dem Rahmenplan für die Grundschule für die Ziffern 1; 2; 3 als Beispiel enthalten. In den Jahrgangsstufen 3/4 sollen Anordnungen von bis zu vier Elementen behandelt werden.

Die Anforderungen der Aufgabe können als grundlegendes Wissen und Können auf dem Gebiet der Kombinatorik angesehen werden. Eine weitere Elementarisierung ist kaum möglich. Komplexere Aufgaben sowie das Beherrschen der Produktregel sollten nicht als grundlegend angesehen werden.

In der Vergleichsarbeit in Klasse 5 im Jahre 1998, also im gleichen Jahrgang, wurde eine Aufgabe mit dem gleichen Hauptanliegen gestellt: „Bilde aus den Ziffern 3 , 5 , 2 alle möglichen dreistelligen Zahlen. (Keine Ziffer darf in einer Zahl mehrfach vorkommen.)“ Diese Aufgabe wurde von 63,0 % der Schüler richtig gelöst. Im Vergleich mit Klasse 5 wurde in Klasse 7 bezüglich dieser Anforderung also ein Zuwachs von 15 Prozentpunkten bei den richtigen Lösungen erreicht.

Die guten Ergebnisse zu Beginn der Klasse 5 sind mit großer Sicherheit auf die Arbeit der Grundschullehrerinnen zurückzuführen, da vermutlich vorher keine Wiederholung erfolgte. Im Rahmenplan[1] ist für die Klasse 5/6 das *Lösen einfacher kombinatorischer Aufgaben* vorgesehen, wobei als Hinweise *Aufgaben zum Auszählen bzw. systematischen Probieren* und *Arbeiten mit Baumdiagrammen und Tabellen* genannt werden. Das Lösen kombinatorischer Aufgaben mithilfe der Produktregel ist für die Klassenstufen 7/8 vorgesehen.

Es kann angesichts der Verbesserung der Leistungen eingeschätzt werden, dass fast alle Lehrer die Rahmenplanforderung für die Klassen 5/6 mit gutem Erfolg erfüllt haben. Obwohl einige Lehrbücher in der Klasse 6 bereits die Produktregel enthalten, hat offensichtlich kaum ein Lehrer dies bereits zum Gegenstand des Unterrichts gemacht.

Die Bewältigung dieses Bestandteils des grundlegenden Wissens und Könnens kann als Beispiel dafür angesehen werden, dass eine kontinuierliche und abgestimmte Entwicklung des Könnens bereits in der Grundschule beginnen sollte.

[1] Rahmenplan Verbundene Haupt- und Realschule, Hauptschule, Realschule, Gesamtschule, Mathematik, Jahrgangstufen 5-9/10, Erprobungsfassung, 1998

## 7.2 Berechnen von Wahrscheinlichkeiten

### Anforderungen der Aufgaben 7/1999 und 10/2000

- Bestimmen von möglichen Würfelergebnissen nach einer gegebenen Bedingung
- Kenntnis, dass die Wahrscheinlichkeit im Fall gleichwahrscheinlicher Ergebnisse das Verhältnis der Anzahl der günstigen zu den möglichen Ergebnissen ist
- Kenntnis, dass Wahrscheinlichkeiten als gemeiner Bruch, Dezimalbruch oder in Prozent angegeben werden können
- Kenntnis des Begriffs gerade Zahl
- Kennen eines Spielwürfel und wissen, dass alle Seiten gleichwahrscheinlich sind
- Erfassen des Sachverhaltes

Die beiden Aufgaben stimmen bis auf folgende Unterschiede in den Formulierungen überein. In der Aufgabe 7/1999 wird von Gewinnregeln gesprochen und angegeben, wann ein Spieler gewinnt. In der Auswertung zeigt sich, dass offensichtlich einige Schüler die Formulierung so verstanden, dass bei bestimmten Augenzahlen, etwa der Augenzahl 2 (gerade und kleiner als 5) mehrere Mitspieler gewinnen können. Weiterhin zeigt sich, dass unter der Angabe der Gewinnmöglichkeiten viele Schüler die Angabe der Anzahl der Möglichkeiten verstanden. In der Aufgabe 10/2000 wurde deshalb die Formulierung verwendet, dass ein bestimmter Spieler bei einem bestimmten Ergebnis einen Punkt erhält und nach den Augenzahlen gefragt, bei denen dies eintritt. Es wurde auch nicht nach der Gewinnwahrscheinlichkeit sondern der Wahrscheinlichkeit einen Punkt zu bekommen gefragt.

Beide Aufgaben bestehen aus zwei Teilen, der Ermittlung von Augenzahlen bzw. Gewinnmöglichkeiten und der Berechnung von Wahrscheinlichkeiten. Der erste Teil der Aufgabenstellung gehört nicht im engeren Sinne zum stochastischen Können, da die Schüler auch ohne Kenntnisse zur Stochastik die Augenzahlen aus dem beschriebenen Sachverhalt bestimmen können. Sie mussten dazu die sprachlichen Formulierungen *eine gerade Zahl, eine Zahl größer als 4* sowie *eine Zahl kleiner als 5* in bezüglich der möglichen Augenzahlen beim Würfeln übersetzen können. Insbesondere bei Aufgabe 7/1999 erfolgt aber sicher auch durch den Begriff *Gewinnmöglichkeiten* eine Beeinflussung dieser Überlegungen durch den stochastischen Hintergrund.

Die richtige Berechnung der Wahrscheinlichkeiten im zweiten Teil der Aufgabenstellung hängt von der Richtigkeit der ermittelten Anzahl im ersten Teil ab, die Erfüllungsquote kann also nur niedriger sein.

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.3: Richtige Lösungen der Aufgabe 7/1999 (in %)

| Teilaufgaben | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Gewinnmöglichkeiten Sandra | 66,4 | 48,3 | 63,1 | 32,4 | 54,6 | 66,2 | 77,7 | 89,5 |
| Gewinnmöglichkeiten Ina | 61,0 | 43,3 | 57,8 | 24,3 | 46,0 | 60,4 | 72,9 | 86,7 |
| Gewinnmöglichkeiten Peter | 62,3 | 48,8 | 59,8 | 27,0 | 49,0 | 61,7 | 73,6 | 84,2 |
| Gewinnwahrscheinlichkeit S. | 31,8 | 15,8 | 28,8 | 0,0 | 15,7 | 23,5 | 47,5 | 73,9 |
| Gewinnwahrscheinlichkeit I. | 22,8 | 10,0 | 20,5 | 0,0 | 4,8 | 14,5 | 38,8 | 73,9 |
| Gewinnwahrscheinlichkeit P. | 20,6 | 9,2 | 18,5 | 0,0 | 4,1 | 11,2 | 38,2 | 60,9 |
| Mittelwert Gewinnmöglichk. | 63,2 | 46,8 | 60,2 | | | | | |
| M. Gewinnwahrscheinlichk. | 25,1 | 11,7 | 22,6 | | | | | |

Im Unterschied zu der im Auswertungsbogen für die Aufgabe 7/1999 nur genannten Angabe der Gewinnmöglichkeiten *Lösung durch Aufzählen der betreffenden Ergebnisse* wurde auch die Angabe der Anzahl der Gewinnmöglichkeiten als richtig gewertet. Bei Tabelle 4.3 wurden als richtige Lösungen gewertet: Augenzahlen Sandra: 2, 4, 6; 3; Augenzahlen Ina: 5, 6; 2; Augenzahlen Peter: 1, 2, 3, 4; 4; Wahrscheinlichkeit Sandra: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{18}{36}$; 0,5; 50 %; 5:10; Wahrscheinlichkeit Ina: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{12}{36}$; $33\frac{1}{3}$ %; $0,\overline{3}$; 0,33; 1:3; 2 zu 6; Wahrscheinlichkeit Peter: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{24}{36}$; $66\frac{2}{3}$ %; $0,\overline{6}$; 0,66; 4 zu 6.

Bei Aufgabe 6/2000 wurde infolge der geänderten Aufgabenformulierung nur die Angabe aller betreffenden Augenzahlen als richtig gewertet. Bei Tabelle 4.4 wurden als richtige Lösungen gewertet: Augenzahlen Sandra: 2,4,6; Augenzahlen Ina: 5,6; Augenzahlen Peter: 1,2,3,4; Wahrscheinlichkeit Sandra: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{4}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{18}{36}$; 0,5; 50 %; 5:10; Wahrscheinlichkeit Ina: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{12}{36}$; $33\frac{1}{3}$ %; $0,\overline{3}$; 0,33; 1:3; 2 zu 6; Wahrscheinlichkeit Peter: $\frac{2}{3}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{24}{36}$; $66\frac{2}{3}$ %; $0,\overline{6}$; 0,66; 4 zu 6).

Den Tabellen 4.3 und 4.4 können folgende allgemeine Einschätzungen entnommen werden.

Obwohl bei der Aufgabe 10/2000 weniger Eintragungen als richtig gewertet wurden, erreichten die Schüler im Schnitt um 10 % bessere Ergebnisse. Das könnte auf die veränderte Formulierung der Aufgabe zurückgeführt werden.

Die durchschnittliche Erfüllungsquote bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten stieg aber nur leicht um 4,3 %. Auf diesen Aufgabenteil hat sich die geänderte Formulierung möglicherweise wenig ausgewirkt. Der Anstieg der Erfüllungsquote könnte auf die verbesserte Arbeit an einigen Schulen zurückgeführt werden, denn die maximalen Unterschiede zwischen den Schulen (an der Spannweite ersichtlich) sind erheblich größer geworden, wie die Tabelle 4.5 zeigt.

Während sich die Unterschiede zwischen den Schulen im Mittelfeld (vgl. die Vierteldifferenzen) nur wenig geändert haben, hat sich die Spannweite um 20 % und mehr vergrößert und beträgt teilweise fast 100 %. Auch die Erfüllungsquoten an den mittleren Schulen (Median) sind bei der Ermittlung der Augenzahlen um etwa 12 – 14 % und bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten um 6 – 10 % gestiegen.

Die Unterschiede in den durchschnittlichen Erfüllungsquoten der beiden Aufgabenteile sind in beiden Jahrgängen erheblich. Sie betragen 37,6 % bzw. 43,9 %. In beiden Jahrgängen blieben bei mindestens einem Viertel der Schulen die Erfüllungsquoten bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten für Ina und Peter unter 10 %. Dies lässt mit ziemlicher Sicherheit darauf schließen, dass an diesen Schulen keine Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt wurde. Das Würfeln mit einem Würfel ist ein Standardbeispiel bei der Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung, das in allen Lehrbüchern zum großen Teil sogar als Musterbeispiel behandelt wird. Es ist kaum denkbar, dass Elemente der Wahrscheinlichkeitsrechnung behandelt wurden, ohne auf das Würfeln einzugehen. Dagegen spricht auch nicht, dass die Ergebnisse bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeiten $\frac{1}{2}$ für Sandra teilweise um 10 % besser sind. Eine Möglichkeit zur Angabe der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{2}$ ist sicher vielen Schüler aus dem Alltag bekannt.

Tabelle 4.4: Richtige Lösungen der Aufgabe 10/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Teilaufgaben | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Augenzahlen Sandra | 82,7 | 46,6 | 75,0 | 14,8 | 70,6 | 80,8 | 84,6 | 100 |
| Augenzahlen Ina | 75,1 | 44,8 | 68,7 | 11,1 | 61,8 | 73,3 | 85,0 | 100 |
| Augenzahlen Peter | 74,9 | 44,8 | 68,6 | 7,4 | 61,8 | 73,3 | 88,5 | 100 |
| Wahrscheinlichkeit Sandra | 35,9 | 11,7 | 30,8 | 0,0 | 14,1 | 29,1 | 51,9 | 93,8 |
| Wahrscheinlichkeit Ina | 30,6 | 6,4 | 25,5 | 0,0 | 7,7 | 20,8 | 46,4 | 93,8 |
| Wahrscheinlichkeit Peter | 29,4 | 6,4 | 24,5 | 0,0 | 7,7 | 20,8 | 46,3 | 87,5 |
| Mittelwert Augenzahlen | 77,6 | 45,4 | 70,8 | | | | | |
| Mittelwert Wahrscheinlichkeit | 32,0 | 8,2 | 26,9 | | | | | |

Tabelle 4.5: Spannweite und Vierteldifferenz der Schulergebnisse bei den Aufgaben 7/1999 und 10/2000 (in %)

| | Spannweite | | Vierteldifferenz | | Median | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 7/1999 | 10/2000 | 7/1999 | 10/2000 | 7/1999 | 10/2000 |
| Augenzahlen Sandra | 57,0 | 85,2 | 23,0 | 14,0 | 66,2 | 80,8 |
| Augenzahlen Ina | 62,3 | 88,9 | 26,9 | 23,2 | 60,4 | 73,3 |
| Augenzahlen Peter | 57,2 | 92,6 | 24,6 | 26,7 | 61,7 | 73,3 |
| Wahrscheinlichkeit Sandra | 73,9 | 93,8 | 31,7 | 37,7 | 23,5 | 29,2 |
| Wahrscheinlichkeit Ina | 73,9 | 93,8 | 34,0 | 38,7 | 14,5 | 20,8 |
| Wahrscheinlichkeit Peter | 60,9 | 87,5 | 34,1 | 38,6 | 11,2 | 20,8 |

(Die Vierteldifferenz ist die Differenz aus dem 75. und 25. Perzentil. Sie umfasst 50 % der Werte.)

Aufgrund der Tatsache, dass an vielen Schulen möglicherweise in den Klassen 5 und 6 keine Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung erfolgte, ist es sehr problematisch, wenn die Ergebnisse aller Schulen zusammengefasst werden. Da jedoch die entsprechenden Informationen nicht vorliegen und um einen ersten Eindruck von den Fehlern zu bekommen, sollen im Folgenden doch die Fehler in der Grundgesamtheit aller Schüler dargestellt werden.

*Hauptfehler und mögliche Ursachen*

Tabelle 4.6: Anzahl der unterschiedlichen Antworten der Schüler

| Aufgabe | Gewinnmöglichkeiten, Augenzahlen | | | Wahrscheinlichkeit | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Sandra | Ina | Peter | Sandra | Ina | Peter |
| 7/1999 | 88 | 103 | 107 | 197 | 215 | 230 |
| 10/2000 | 45 | 40 | 43 | 148 | 165 | 177 |

Es ergab sich eine sehr große Anzahl unterschiedlicher Antworten der Schüler, insbesondere bei der Angabe der Gewinnwahrscheinlichkeiten aber auch bereits bei der Angabe der Gewinnmöglichkeiten. So wurden etwa bei der Angabe der Gewinnwahrscheinlichkeit von Peter von 760 Schülern insgesamt 230 unterschiedliche Eintragungen vorgenommen.

Da sich die Hauptfehler der Schüler und ihre Verteilung bei den einzelnen Teilaufgaben und auch zwischen den Aufgaben 7/1999 und 10/2000 nicht wesentlich unterscheiden, soll exemplarisch am Beispiel der Eintragungen zu Sandra in der Aufgabe 7/1999 auf die Hauptfehler und ihre möglichen Ursachen eingegangen werden.

Tabelle 4.7: Antworten der Schüler zu den Gewinnmöglichkeiten bei Aufgabe 7/1999 (in %)

| Eintragungen | Sandra | | |
|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle |
| Angabe möglicher Ergebnisse | 63,1 | 47,5 | 60,2 |
| *richtig* | *60,6* | *44,2* | *57,5* |
| eine Zahl falsch oder fehlt | 1,5 | 1,3 | 1,5 |
| mehrere Ergebnisse falsch | 1,0 | 2,1 | 1,2 |
| Anzahl der Möglichkeiten | 11,0 | 20,0 | 12,7 |
| *richtig* | *5,9* | *4,2* | *5,6* |
| falsch | 5,1 | 15,8 | 7,1 |
| Verhältnisse | 5,4 | 1,3 | 4,6 |
| *richtige Wahrscheinlichkeit* | *4,0* | *1,3* | *3,5* |
| falsche Wahrscheinlichkeit | 0,9 | 0,0 | 0,8 |
| richtige Chancenverhältnis | 0,5 | 0,0 | 0,4 |
| Prozentangaben | 2,7 | 0,0 | 2,2 |
| *richtig* | *1,3* | *0,0* | *1,1* |
| falsch | 1,3 | 0,0 | 1,1 |

Tabelle 4.7: Antworten der Schüler zu den Gewinnmöglichkeiten bei Aufgabe 7/1999 (in %) (Fortsetzung)

| Eintragungen | Sandra | | |
|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle |
| wörtliche Formulierungen | 3,4 | 5,0 | 3,7 |
| *richtiger Vergleich der Wahrscheinlichkeiten* | *0,2* | *0,0* | *0,2* |
| falscher Vergleich der Wahrscheinlichkeiten | 0,1 | 0,4 | 0,2 |
| *richtige qualitative Angabe* | *0,8* | *0,8* | *0,8* |
| falsche qualitative Angabe | 1,6 | 3,8 | 2,0 |
| sonstige Formulierungen | 0,8 | 0,0 | 0,6 |
| sonstige oder keine Angaben | 14,4 | 26,3 | 16,6 |
| *noch als richtig zu werten* | *0,3* | *0,0* | *0,2* |
| nicht richtig | 3,3 | 3,4 | 3,3 |
| nicht bearbeitet | 10,8 | 22,9 | 13,1 |
| ***noch als richtig zu werten*** | ***73,0*** | ***50,4*** | ***68,8*** |

Tabelle 4.8: Antworten der Schüler zu den Gewinnwahrscheinlichkeiten bei Aufgabe 7/1999 (in %)

| Eintragungen | Sandra | | |
|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle |
| *erwartete richtige Ergebnisse* | *31,8* | *15,8* | *28,8* |
| falsche Dezimalbrüche | 0,4 | 0,0 | 0,3 |
| falsche Prozentangaben | 4,7 | 2,9 | 4,4 |
| Angabe von Anzahlen | 11,2 | 15,0 | 11,9 |
| richtig | 4,9 | 5,4 | 5,0 |
| falsch | 5,0 | 8,8 | 5,7 |
| größer als 6 | 1,2 | 0,8 | 1,2 |
| Angabe von Würfelergebnissen | 4,7 | 4,6 | 4,7 |
| richtig | 2,2 | 1,3 | 2,0 |
| falsch | 2,6 | 3,3 | 2,7 |
| Angabe von gemeinen Brüchen | 5,6 | 3,3 | 5,2 |
| *Brüche mit richtigem Wert* | *1,6* | *0,0* | *1,3* |
| Brüche mit anderen Werten | 4,0 | 3,3 | 3,9 |
| Angabe von Verhältnissen | 1,8 | 1,3 | 1,7 |
| *Verhältnis richtig* | *0,0* | *0,4* | *0,1* |
| Verhältnisse falsch | 0,9 | 0,4 | 0,8 |
| *richtiges Chancenverhältnis* | *0,9* | *0,4* | *0,8* |
| wörtliche Formulierungen | 16,4 | 15,8 | 16,3 |
| *richtige Angaben* | *2,9* | *5,4* | *3,4* |
| *richtiger Vergleich* | *0,9* | *0,0* | *0,7* |
| falsche Vergleiche | 0,5 | 0,0 | 0,4 |
| qualitative Einschätzungen | 10,5 | 8,8 | 10,2 |
| sonstige Formulierungen | 1,6 | 1,7 | 1,6 |
| sonstige oder keine Angaben | 23,4 | 41,3 | 26,7 |
| nicht bearbeitet | 20,4 | 37,9 | 23,6 |
| ***noch als richtig zu werten*** | ***38,1*** | ***22,1*** | ***35,1*** |

Bei der Auswertung der Ergebnisse wurde erneut versucht, jeden Eintrag der Schüler zu deuten und einer der aufgeführten Antwortgruppen zuzuordnen. Es zeigte sich, dass auch einige weitere als nur die erwarteten Antworten als richtig eingestuft werden könnten. Diese Antworten sind kursiv hervorgehoben. Die in den Tabellen enthaltenen Summen der als richtig zu wertenden Schülerantworten weichen deshalb z.T. erheblich von den verteilten Punkten und den zunächst auch in unserer Auswertung als richtig eingestuften Antworten ab. Dies zeigt aber nur, dass viele Schüler möglicherweise intuitiv die Größe der Wahrscheinlichkeit erfasst haben, ihnen aber die Kenntnisse fehlten, dies auch mathematisch korrekt auszudrücken.

*Zur Angabe der Gewinnmöglichkeiten von Sandra:*

Viele Schüler haben bereits in das Feld für die Gewinnmöglichkeiten, ein Verhältnis, eine Prozentangabe oder eine wörtliche Formulierung für die Wahrscheinlichkeit eines Gewinns von Sandra angegeben, was insgesamt 6,0 % in richtiger Weise gelang. Dieser Versuch kann einerseits als mangelnde Kenntnis der grundlegenden Unterschiede zwischen Möglichkeiten und Wahrscheinlichkeiten gedeutet werden, was wiederum auf eine Nichtbehandlung der Wahrscheinlichkeitsrechnung schließen lässt. Andererseits zeigt sich damit, dass die Schüler aus dem täglichen Leben durchaus Kenntnisse zum Wahrscheinlichkeitsbegriff besitzen und z.T. richtig anwenden können.

Mangelnde Kenntnisse zum Begriff der geraden Zahl zeigten sich nur bei wenigen Schülern, da 1,5 % aller Schüler überhaupt eine ungerade Zahl bei ihren Ergebnisse angaben, davon 0,5 %, als Gewinnmöglichkeiten *1, 3, 5*, also die Komplementärmenge der Ergebnismenge.

*Angabe der Gewinnwahrscheinlichkeiten:*

Die Anzahl unterschiedlicher Eintragungen ist im Vergleich mit der Angabe von Gewinnmöglichkeiten mehr als doppelt so groß. Dies zeugt einerseits von den großen Unsicherheiten der Schüler aber auch von einer Spezifik des Stochastikunterrichts. Die Ergebnisse einer Aufgabe können in der Stochastik in unterschiedlicher aber durchaus zutreffender Weise angegeben werden.

11,9 % der Schüler gab erneut eine einzige Zahl an, die als Anzahl der Möglichkeiten gedeutet wurde. Die richtige Anzahl 3, die 5,0 % aller Schüler angaben, wurde aber in diesem Fall nicht als richtige Angabe einer Wahrscheinlichkeit gewertet.

4,7 % der Schüler gaben erneut Würfelergebnisse an.

Von 5,2 % der Schüler wurden insgesamt 29 verschiedene Brüche angegeben, von denen 5 (z.B. $\frac{18}{36}$, $\frac{30}{60}$) den Wert 0,5 hatten und als richtig gewertet wurden.

1,7 % der Schüler gaben Verhältnisse an, darunter auch als richtig gewertete Chancenverhältnisse wie 50 : 50 oder $\frac{50}{50}$.

16,3 % der Schüler versuchten eine wörtliche Formulierung der Wahrscheinlichkeit vorzunehmen, was 4,1 % in akzeptabler Weise gelang.

Als richtige Antworten konnten insgesamt noch die Eintragungen bei 35,1 % aller Schüler gewertet werden.

## Schlussfolgerungen

*Bezug zum grundlegenden Wissen und Können:*

Die Anforderungen der Aufgabe sind als elementar und grundlegend einzuschätzen. Im Rahmenplan für die Klassen 5 und 6 sind im Thema *1. Natürliche Zahlen*, das in der Regel in Klasse 5 behandelt wird, und im Thema *2.2 Gebrochene Zahlen*, das für die Klasse 6 vorgesehen ist, Inhalte zur Stochastik enthalten. Diese umfassen die Einführung des Wahrscheinlichkeitsbegriffes, die Durchführung einfacher Zufallsexperimente mit Münzen und Würfeln sowie das Berechnen von Wahrscheinlichkeiten bei gleichmöglichen Ergebnissen.

Es ist kaum möglich, eine einfachere Aufgabe dieser Art zu stellen, höchstens bei Verwendung des einfachen Münzwurfes als Zufallsexperiment.

Die insgesamt unzureichende Bewältigung dieser elementaren Aufgabe lässt mit großer Sicherheit den Schluss zu, dass in einer großen Anzahl von Klassen keine Stochastik unterricht wurde.

Eine mögliche Ursache für diesen massenhaften Verstoß gegen verbindliche Rahmenplanforderungen könnte die Stellung der Inhalte zur Stochastik im Plan sein, die dort nicht als eigenständiges Thema ausgewiesen ist und so vielleicht nicht den entsprechenden Stellenwert erhält. Weiterhin könnte die große Stofffülle in den Klassen 5 und 6 zu zeitlichen Problemen geführt haben, bei denen dann viele Lehrer auf die Inhalte zur Wahrscheinlichkeitsrechnung verzichtet haben.

## 7.3 Auswerten statistischer Daten

### Anforderungen der Aufgabe 8/2000

- Kenntnis des Begriffes *absolute Häufigkeit*
- Ablesen auf einer Skala mit der Einheit 5
- Erfassen eines Sachverhaltes

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 4.9 Richtige Lösungen der Aufgabe 8/2000 (in %)

| Teilaufgaben | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Techno | 87,0 | 86,1 | 86,8 | 66,7 | 85,2 | 88,8 | 94,5 | 100 |
| Rock | 86,5 | 84,7 | 86,1 | 66,7 | 84,6 | 88,6 | 93,1 | 100 |
| Pop | 85,1 | 84,3 | 85,0 | 64,7 | 83,6 | 86,4 | 92,9 | 100 |
| Sonstiges | 85,4 | 83,6 | 85,0 | 64,6 | 80,8 | 87,5 | 93,3 | 100 |
| alle 4 Zahlen richtig | 82,5 | 76,9 | 81,3 | 58,8 | 77,8 | 83,7 | 89,5 | 100 |
| Gesamtzahl der Schüler | 63,5 | 39,1 | 58,3 | 23,5 | 52,7 | 60,0 | 70,4 | 81,3 |
| Mittelwert Ablesen | 86,0 | 84,7 | 85,7 | | | | | |

Das Ablesen einer absoluten Häufigkeit einer Kategorie aus einem Streifendiagramm wurde im Schnitt von 85,7 % der Schüler richtig vorgenommen. Die Unterschiede zwischen den Schülern im Haupt- und Realschulbildungsgang sind sehr gering, sie betragen nur etwa 1,5 %.

Der Anteil richtiger Lösungen wird etwas geringer, je weiter rechts die Kategorien auf der x-Achse angeordnet sind, da wahrscheinlich beim Verfolgen der etwas längeren Gitterlinie Fehler auftreten können. Der Abfall der Erfüllungsquote ist mit maximal 1,8 % aber ebenfalls sehr gering. Die Erfüllungsquote bei der Kategorie *Rock* unterscheidet sich kaum von den anderen, obwohl hier kein Zwischenwert auftrat.

Alle 4 Zahlen haben 81,3 % der Schüler richtig abgelesen. Daraus ergibt sich bereits, dass die Leistungen im Ablesen der 4 Werte nicht unabhängig voneinander sind. Der Unterschied zwischen Haupt- und Realschüler ist mit 5 % vergleichsweise immer noch gering.

Das richtige Ablesen aller 4 Zahlen war eine notwendige Voraussetzung zum richtigen Lösen der Teilaufgabe b), die nur 58 % der Schüler richtig lösten, das sind etwa 70 % der Schüler, die alle 4 Zahlen richtig abgelesen haben. Zur Berechnung der gesuchten Gesamtzahl mussten die 4 abgelesenen Werte und die Zahl 12 addiert werden.

### Schlussfolgerungen

*Bezug zum grundlegenden Wissen und Können:*

Die Anforderungen in Teilaufgabe a) sind als elementar und grundlegend für das stochastische Können einzuschätzen. Das Ablesen von Werten aus einem Diagramm ist eine notwendige Teilhandlung bei der Auswertung von Daten und beim sonstigen Arbeiten mit Skalen in der Mathematik und in anderen Fächern (z.B. Ablesen von Werten auf Messgeräten in der Physik). Sie setzt voraus, dass die Schüler die Skaleneinteilung erfassen und die nicht beschrifteten Teilstriche richtig interpretieren können. In dem Diagramm ist eine sehr einfache Skale angegeben, auf der jeder zweite Wert beschriftet ist. Da jeder Streifen an einer eingezeichneten Gitternetzlinien endet, war keine Interpolation erforderlich.

Die Teilaufgabe b) ist für sich genommen eine einfache Sachaufgabe, die in einem oder 2 Schritten gelöst werden kann und nur Fertigkeiten im Addieren zweistelliger natürlicher Zahlen erfordert. Mit ihr wurde der Umfang einer Grundgesamtheit berechnet, nur insofern kann sie zum grundlegenden stochastischen Wissen und Können gerechnet werden.

Das Können der Schüler der im Ablesen von Werten aus einfachen Diagrammen kann als gut eingeschätzt werden. Damit ist aber nur eine der grundlegenden Voraussetzungen zum Analysieren und Interpretieren von Daten erfüllt.

# Kapitel 8

# Können im Lösen von Sachaufgaben

In diesem Kapitel werden anhand der Aufgaben 6/1999, 11/1999 sowie 12/2000 einige ausgewählte Ergebnisse zur Arbeit mit Skizzen und zum Umgang mit arithmetischen bzw. geometrischen Sachverhalten durch die Schüler dargestellt.

## 8.1 Zur Arbeit mit Skizzen

### Anforderungen der Aufgabe 6a/1999

- Erfassen und Analysieren eines einfachen Sachverhalts
- Umsetzung des Sachverhalts in eine Skizze
- Richtiges Beschriften der Skizze

### Ausgewählte Ergebnisse

Die Schüler lernen, dass ihnen Skizzen bei der Problemanalyse von Sachverhalten helfen können. Die Aufgaben waren nun so gestellt, dass überprüft werden kann, wie mit Skizzen umgegangen wird.

In der Aufgabe 6a wurden die Schüler zum Anfertigen einer Skizze direkt aufgefordert. Dieser Aufforderung kamen auch 93,3 % der Schüler nach. Die Tabelle 5.1 gibt Auskunft über die Ausführung der Skizze.

12,5 % der Schüler (RS: 11,7 %; HS: 17,2 %) fertigten eine Skizze ohne Beschriftung an.

In der Bearbeitung der Aufgabe gibt es große Unterschiede zwischen den beteiligten Schulen. In 32 von 34 Schulen ist für die Resultate dieser Aufgabe der Vergleichsarbeit die größte Streuung im Vergleich zu den anderen Aufgaben zu verzeichnen.

### Schlussfolgerungen

Die Auswertungsergebnisse zeigen, dass viele Schüler von der Unterstützung des Löseprozesses durch eine geeignete Skizze nicht ausreichend überzeugt sind. Selbst wenn eine Skizze gegeben ist (z. B. bei Aufgabe 5/2000, ausführlich behandelt im Kapitel 2), wird sie nicht von allen Schülern angenommen.

10,0 % haben dort keine Eintragung auf dem Zahlenstrahl vorgenommen bzw. diesen Teilschritt nicht bearbeitet. Bei Aufgabe 6a/1999 hat nur ein gutes Drittel eine dem Sachverhalt entsprechende Skizze erstellt.

Es muss mit allem Nachdruck gefordert werden, dass intensiver mit einem Zahlenstrahl bzw. mit Skalen gearbeitet wird. Die Sicherheit der Schüler im Umgang mit Zahlenstrahl, Zahlengerade sowie Skaleneinteilungen muss deutlich erhöht werden. (s.a. Kapitel 2)

Tabelle 5.1: Ergebnisse zu Aufgabe 6/1999 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Beschriftete und dem Sachverhalt der Aufgabe entsprechende Skizze angefertigt (6a) | 35,5 | 28,3 | 34,3 | 6,7 | 27,4 | 40,1 | 52,4 | 64,0 |
| Richtiges Ergebnis (6b) | 57,4 | 42,9 | 54,7 | 32,1 | 46,9 | 55,3 | 62,4 | 68,4 |
| Antwortsatz (6b) | 97,0 | 92,1 | 96,1 | 81,3 | 92,8 | 97,3 | 100,0 | 100,0 |

Als ein weiterer Schwerpunkt hat sich das richtige bzw. geeignete Beschriften von Skizzen herausgestellt. Auch das sollte im Unterricht immer wieder Berücksichtigung finden.

## 8.2 Aufgaben mit arithmetischen Sachverhalten

### Anforderungen der Aufgabe 6b/1999

- Erfassen und Analysieren eines einfachen Sachverhalts
- Aussondern einer für das Lösen nicht erforderlichen Angabe
- Ersetzen umgangssprachlicher Beschreibungen durch mathematische Operationen
- Addieren und Subtrahieren von Dezimalbrüchen
- Formulieren eines Antwortsatzes

In Auswertung der Vergleichsarbeit Klasse 5 (1998) konnten gute Schülerleistungen im Zusammenhang mit der Bearbeitung der Sachaufgabe (Aufgabe 10) konstatiert werden. Die Schüler waren erfolgreich im Erfassen des Sachverhalts und konnten zu dem vorgegebenen Text die entsprechende mathematische Aufgabe bilden.

Probleme gab es bei der richtigen Absolvierung aller Teilschritte, was möglicherweise mit der Konzentrationsfähigkeit der Schüler zu tun hat. Auffällig waren erhebliche Unterschiede zwischen den Schulen z.B. in Bezug auf Rechenfehler bei dieser Aufgabe (Streuung: 75 %).

Mit Hilfe der o.a. Aufgabe soll nun versucht werden, einige Aussagen zum Umgang mit Sachaufgaben arithmetischen Hintergrunds von Schülern der Orientierungsstufe zu machen.

Durch den Auftrag in der Teilaufgabe a) *Fertige eine Skizze zu dem Sachverhalt an und beschrifte sie.* wurde den Schülern eine Hilfe zur Problemanalyse gegeben. Bei richtiger Ausführung konnte das Bilden eines Terms unterstützt werden. Bis auf knapp 7 % fertigten auch alle Schüler eine Skizze an, allerdings etwa nur ein Drittel eine solche, die dem Sachverhalt entsprach.

Interessant ist, dass es etwa 20 % der Schüler schafften, ohne eine richtige Skizze den 1. Term fehlerfrei aufzuschreiben. Diese Schüler waren in der Lage, den Sachverhalt auch ohne bzw. ohne vollständige Skizze zu analysieren. Das strukturelle Denken ist hier offenbar gut ausgeprägt und bedarf nicht der Unterstützung durch die Anschauung.

Einen Überblick über die Bearbeitung der einzelnen Teilschritte vermittelt die Tabelle 5.2.

Zu einigen Auffälligkeiten:

Spalte Term 1
8,7 % der Schüler schrieben 1,8 – 0,7 , was auf eine fehlerhafte Problemanalyse hindeutet.
24,3 % bearbeiteten diesen Schritt überhaupt nicht.

Tabelle 5.2: Bearbeitung der Teilschritte in Aufgabe 6/1999

| | bearbeitet | | | | | | nicht bearbeitet |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Skizze | Term 1<br>1,8 + 0,7 | Ergebnis 1<br>2,5 | Term 2<br>3,4 - 2,5 | Ergebnis 2<br>0,9 | Antwortsatz | |
| alle | 34,3 %<br>richtig | 55,8 %<br>richtig | 54,8 %<br>davon 94,9 %<br>richtig | 46,4 %<br>richtig | 50,8 %<br>davon 92,2 %<br>richtig | 95,6 %<br>richtig | 8,3 % |

Spalte Ergebnis 1
23,3 % haben diesen Schritt nicht bearbeitet , während 9 % als Lösung 1,1 angaben, also subtrahiert haben.

Spalte Term 2
Bereits 45 % der Schüler haben diesen Schritt nicht bearbeitet.

Spalte Ergebnis 2
4,6 % der Schüler ermittelten 1,1. Hier wurde die Subtraktion nicht sicher beherrscht. 25,3 % haben diesen Schritt nicht mehr bearbeitet.
Angegeben wurden auch Ergebnisse wie 9 km, 4820,14 oder 0,9 kg.

Auffällig ist außerdem der höhere Prozentsatz in der Spalte *Ergebnis 2* gegenüber der Spalte *Term 2*. Erklärbar ist dies dadurch, dass Schüler auf schrittweises Lösen verzichtet haben und sofort das Endergebnis beispielsweise aus dem Term 3,4 – 1,8 – 0,7 ermittelten.

Insgesamt ist eine Erfüllung (bezogen auf die durchschnittlich vergebene Punktzahl) von 52,1 % (Realschüler: 56,8 %, Hauptschüler 31,2 %) nicht zufriedenstellend. Vielen Schülern gelang es nicht, den gegebenen Sachverhalt in eine richtige Skizze und die umgangssprachlichen Beschreibungen *vorgedrungen* und *entfernt* in entsprechende mathematische Operationen umzusetzen.

Erwähnt werden soll an dieser Stelle noch, das die nicht für das Lösen erforderliche Angabe *Nach fünf Monaten...* erfolgreich ausgesondert wurde.

## Schlussfolgerungen

Umgangssprachliche Beschreibungen in entsprechende mathematische Operationen umzusetzen, stößt immer wieder auf Schwierigkeiten. (Bei dieser Aufgabe bereitete offensichtlich die Formulierung *vorgedrungen* Probleme.) Lehrbücher und Handreichungen bieten zu diesem Sachverhalt Übungsmaterial an, das stärker genutzt werden sollte.

Das Berechnen der Terme, wenn sie richtig ermittelt wurden, bereitete so gut wie keine Schwierigkeiten. Festzustellen ist, dass das Rechnen mit Dezimalbrüchen in dieser Aufgabe relativ problemlos erfolgte, wie auch das Formulieren eines richtigen Antwortsatzes.

## 8.3 Aufgaben zu geometrischen Sachverhalten

Die Aufgabenkommission beabsichtigte eine weitgehende Kongruenz der Aufgabenstellungen in den beiden Arbeiten. Zum Vergleich sind die Aufgabentexte deshalb hier noch einmal aufgeführt.

Aufgabe 11/1999

| |
|---|
| Ein Klassenraum ist 8 m lang, 6 m breit und 3 m hoch. Berechne den Flächeninhalt der größten **Wand**. Gib die Rechnung und das Ergebnis an. |

Aufgabe 12/2000

| |
|---|
| Ein quaderförmiger Karton für die Verpackung eines Computers ist 60 cm lang, 40 cm breit und 20 cm hoch.<br>Berechne den Flächeninhalt einer der beiden größten Flächen. |

### Anforderungen der Aufgaben

- Vorstellungen von einem Quader haben
- Berechnen des Flächeninhalts einer Rechteckfläche
- Erkennen der größten Flächen eines Quaders
- Identifizieren dieser Flächen als Rechteckflächen
- Den Flächeninhalt eines Rechtecks berechnen können
- Einsetzen der richtigen Werte für die Seitenlängen
- Richtige Produktbildung
- Formulieren einer Antwort
- Fähigkeit und Bereitschaft zur Kontrolle

### Ausgewählte Ergebnisse zur Aufgabe 11/1999

Die Aufgabe hat mit einer Erfüllung (bezogen auf die durchschnittlich vergebene Punktzahl) von etwa 20 % das schlechteste Ergebnis der Arbeit 1999. 22,3 % der Schüler (RS: 19,1 % /HS: 36,7 %) haben die gesamte Aufgabe nicht bearbeitet, das ist die höchste Quote der Nichtbearbeitung.

Entscheidend für die richtige Lösung war das Finden des Produktes $8\ m \cdot 3\ m$ . Nur 21,4 % der Schüler (RS: 23,8 % /HS: 10,8 %) schrieben als Rechnung dieses Produkt auf.
Fast ebenso viele Schüler, nämlich 19,2 % (RS: 19,9 % /HS: 15,8 %) bildeten das Produkt aus den drei Streckenlängen. Diese Schüler haben eine unzureichende Analyse des Sachverhaltes vorgenommen und entweder den Begriff *Flächeninhalt* nicht richtig erfasst oder einfach mit den drei gegebenen Größenangaben für Länge, Breite und Höhe ohne weiteres Nachdenken gerechnet. Dieses Bestreben, alle

Tabelle 5.3: Ergebnisse zu Aufgabe 11/1999 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Median | 75. P. | Max. |
| Richtiges Produkt gebildet | 23,8 | 10,8 | 21,4 | 4,3 | 12,8 | 19,4 | 26,9 | 57,9 |
| Richtiges Ergebnis | 22,8 | 10,0 | 20,5 | 4,3 | 13,4 | 18,3 | 28,2 | 57,9 |
| Richtige Maßeinheit ($m^2$) | 49,4 | 23,3 | 44,6 | 17,4 | 28,0 | 46,2 | 56,8 | 78,0 |
| Antwortsatz | 75,5 | 57,5 | 72,1 | 32,1 | 62,5 | 75,3 | 84,0 | 93,8 |

gegebenen Größen bei der Rechnung zu verwenden, könnte dazu geführt haben, dass insgesamt 34,4 % der Schüler alle drei Größen in ihre Rechnung einbezogen.

4,5 % der Schüler (4,9 % / 2,5 %) berechneten das Produkt der beiden längsten Strecken 8 m und 6 m. Der Fehler kann mit dem fehlenden Verständnis des Wortes *Wand* zusammenhängen. Diese Schüler sahen möglicherweise auch die Decke oder den Fußboden des Raumes als Wand an. Sie haben aber immerhin erkannt, dass eine möglichst große Fläche zu berechnen ist und dafür die zwei größten Längenangaben ausgewählt.

2,4 % der Schüler gaben einen Term an, der die Summe der Produkte aller Paare von Seiten enthält. Diese Schüler haben offensichtlich versucht, die Oberfläche des Quaders bzw. die Gesamtfläche aller Wände, des Fußbodens und der Decke zu berechnen. Insgesamt 6,5 % der Schüler verwendeten die Zahl 2 in ihren Termen. Dies lässt ebenfalls darauf schließen, dass die Oberflächenformel für einen Quader oder das Bestreben zur Oberflächenberechnung eine Rolle gespielt haben.

In der Aufgabenstellung war keine Aufforderung zum Anfertigen einer Skizze enthalten, weil die Aufgabenkommission den Sachverhalt für so einfach und den Schülern so vertraut hielt, dass diese sich ihn auch ohne Skizze vorstellen können. Eine Skizze haben von sich aus nur 5 Schüler angefertigt. Angesichts der schlechten Ergebnisse wäre eine Skizze für viele Schüler sicher ein Hilfe gewesen.

Insgesamt zeigt sich ein Bestreben der Schüler, die Aufgabe in ein bekanntes Schema der Berechnung an Quadern einzuordnen (Volumen oder Oberfläche). Sie sind unzureichend befähigt, den Sachverhalt einer Aufgabe und die Fragestellung zu erfassen, zu analysieren und sich Gedanken über ein mögliches Vorgehen zu machen.

### Ausgewählte Ergebnisse zur Aufgabe 12/2000

Diese Aufgabe bearbeiteten 83,8 % der Schüler.
Die prozentuale Erfüllung bezüglich der erreichten Punktzahlen liegt insgesamt bei 25,1 % (RS: 28,5 %, HS: 12,6 %).
Die Tabelle 5.4 gibt einen Überblick über die Realisierung der wichtigsten Lösungsschritte der Aufgabe.

Nur ein Drittel aller Schüler hat eine der größten Flächen dieses Quaders (Kartons) richtig erkannt. Das wäre eine wichtige Voraussetzung für das richtige Berechnen des Flächeninhalts gewesen. Außerdem gibt diese Handlung Aufschluss über den Entwicklungsstand des Raumvorstellungsvermögens.
Allerdings könnte man auch ohne jegliches Raumvorstellungsvermögen das richtige Produkt bilden, wenn man ganz formal die beiden längsten der gegebenen Seiten für die Produktbildung benutzt. Von daher sind Rückschlüsse auf ein entwickeltes Raumvorstellungsvermögen kritisch vorzunehmen.

Ein relativ hoher Schüleranteil (13,2 %) verwendet alle drei gegebenen Seitenlängen für die Bildung eines Produkts. Diesen Schülern ist die Aufgabenanalyse nicht gelungen. Auch das Bilden der Aufgabe 60cm + 40cm + 20cm von immerhin 47 Schülern (3,5 %) zeigt, dass das Problem der Aufgabe nicht verstanden wurde.

Das richtige Ergebnis (2400 cm$^2$) haben, wie die Tabelle 5.4 zeigt, nur wenige Schüler angegeben. Die Tabelle 5.5 gibt häufig aufgetretene falsche Ergebnisse an.

Tabelle 5.4: Ergebnisse zu Aufgabe 12/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Median | 75. P. | Max. |
| Erkennen der größten Fläche | 37,8 | 19,2 | 33,8 | 12,1 | 23,1 | 34,5 | 41,4 | 62,5 |
| Richtiges Produkt gebildet | 27,5 | 11,0 | 24,0 | 3,3 | 15,4 | 24,1 | 33,3 | 60,0 |
| Richtiges Ergebnis | 17,4 | 3,9 | 14,6 | 0,0 | 6,1 | 14,9 | 22,4 | 33,3 |
| Antwortsatz | 80,0 | 55,5 | 74,8 | 42,9 | 66,7 | 75,3 | 86,7 | 100,0 |

Tabelle 5.5: Beispiele für falsche Ergebnisse (Angaben in %)

| Ergebnisangabe | |
|---|---|
| 240cm$^2$ | 4,2 |
| 1200cm$^2$ | 3,0 |
| 240cm | 2,8 |
| 120cm$^2$ | 2,6 |
| 2400cm | 2,6 |
| 48000cm$^3$ | 2,3 |
| 100cm | 2,0 |

Fast schon kurios muten Ergebnisse an wie 30 cm, 480 l, 240 V, 120 , die einzelne Schüler notierten.

Von den Schülern, die das richtige Produkt bildeten, gelangten nur gut die Hälfte auch zum richtigen Ergebnis. Das ist ein Zeichen für erhebliche Mängel im Rechnen.

### Vergleich der beiden Aufgaben

Beide Aufgaben lassen sich in ihren Anforderungen miteinander vergleichen.
In der Aufgabenstellung ist jeweils der mathematische Körper *Quader* in einen Sachverhalt gekleidet.
In der Aufgabe 11/1999 wird von einem Klassenraum ausgegangen, der den Schülern spätestens seit der 5. Klasse als Modell für einen Quader bekannt ist. In der Aufgabe 12/2000 dient als Modell ein quaderförmiger Verpackungskarton.
In beiden Fällen ist eine näher beschriebene Rechteckfläche zu identifizieren und zu berechnen.
Die Zahlenwerte sind in beiden Aufgaben einfach gehalten.

Der Unterschied besteht in den zu berechnenden Flächen. In Aufgabe 12/2000 ist es eine der beiden größten Flächen des Quaders und damit auch des Kartons. Es besteht also Übereinstimmung zwischen mathematischem Körper und Modell in Bezug auf diese Fläche.
Bei der Aufgabe 11/1999 ist die gesuchte größte Wandfläche nicht gleichzeitig auch eine der größten Begrenzungsflächen des Quaders.
Erwähnt werden soll an dieser Stelle, dass die Formulierung *Berechne den Flächeninhalt der größten Wand.* nicht ganz sauber erfolgte, denn *die* größte Wand gibt es hier nicht.

Folgendes Wissen und Können sollte nachgewiesen werden:

- Der Schüler muss erkennen,
  - dass ihm durch diese Aufgaben jeweils ein Quadermodell vorgelegt wird (Klassenraum bzw. Karton) und eine näher beschriebene Teilfläche zu berechnen ist.
  - dass der Klassenraum durch das Angeben von Länge, Breite und Höhe und der Karton durch den Zusatz *quaderförmig* als Quader festgelegt wird.
- Der Schüler muss wissen, dass
  - ein Quader von Rechteckflächen begrenzt wird
  - die Flächen paarweise gleich groß sind
  - ganz bestimmte Kantenlängen die größten (Wand-) Flächen beschreiben
  - der Flächeninhalt eines Rechtecks aus dem Produkt der Seitenlängen errechnet wird
  - für die Ergebnisangabe die Einheit cm$^2$ bzw. m$^2$ erforderlich ist

Weiterhin muss der Schüler ein ausreichend entwickeltes räumliches Vorstellungsvermögen besitzen. Die umgangssprachlichen Begriffe *Wand* und *Karton* müssen verstanden werden.
Entscheidend für den Lösungserfolg dieser Aufgaben ist das Identifizieren der größten (Wand-) Fläche. Zur Unterstützung der Problemanalyse bietet sich das Anfertigen einer Skizze an.
Schließlich müssen einfache natürliche Zahlen miteinander multipliziert werden können. Ein Rasterfeld für das Ausführen der Rechnung war jeweils auf dem Arbeitsblatt vorgegeben. Von Vorteil sind letztlich auch Größenvorstellungen von den Kantenlängen bzw. berechneten Flächen, um sie für eine mögliche Kontrolle des Ergebnisses nutzen zu können.

Tabelle 5.6: Vergleich der Aufgaben 11/1999 und 12/2000 (Angaben in %)

| | 11/1999 | 12/2000 |
|---|---|---|
| durchschnittliche Erfüllung (bezogen auf die durchschnittlich vergebene Punktzahl) | 20,0 | 25,1 |
| nicht bearbeitet | 22,3 | 16,7 |
| richtiges Produkt für die Berechnung der gesuchten Fläche aufgeschrieben | 21,2 | 24,0 |
| alle drei gegebenen Seitenlängen in die Berechnung einbezogen | 34,4 | 29,9 |
| Produkt der beiden längsten Seiten berechnet (führt bei 12/2000 zum richtigen Ergebnis) | 4,5 | 24,0 |
| Produkt aus allen drei Seitenlängen gebildet | 19,2 | 13,2 |
| Skizze angefertigt | 0,4 | 0,0 |

Die Tabelle 5.6 ermöglicht einen Vergleich wesentlicher Merkmale. Die durchschnittliche Erfüllung ist zwar -wie die Tabelle 5.6 zeigt- in der Arbeit 2000 etwas besser, reicht aber keinesfalls aus. Ein Erfüllungsstand von 25,1 % lässt auf Mängel im grundlegenden Wissen und Können schließen. Schwer einzuschätzen ist die Rolle von Zeitdruck und Konzentrationsrückgang bei diesen jeweils letzten Aufgaben der Arbeit. Der Anteil der Schüler, die diese Aufgabe nicht bearbeiteten, ist relativ hoch.
Ein entwickeltes Raumvorstellungsvermögen drückt sich bei der Bearbeitung dieser Aufgaben darin aus, dass die zu berechnende Fläche richtig erkannt wird, also dass die Zahlenwerte der zur Berechnung erforderlichen Kanten- bzw. Seitenlängen als richtiges Produkt aufgeschrieben werden. Hier zeigt sich eine leichte Verbesserung bei der Arbeit 2000.
Bedauerlich ist, dass kaum Schüler eine Skizze angefertigt haben. Diese Methode der Problemanalyse sollte eigentlich fester Bestandteil des Mathematikunterrichts sein. Ist es wirklich nur Zeitnot gewesen, die die Schüler von einer gründlichen Problemanalyse z.B. mittels einer Skizze abgehalten hat?
Auch das Einbeziehen aller drei Seitenlängen in eine Berechnung lässt auf oberflächliche Problemdurchdringung schließen. Ein sehr hoher Anteil von Schülern (obwohl in der Arbeit 2000 etwas zurück gegangen) macht diese Fehler. Diese Schüler erinnern sich offenbar an Standardaufgaben zur Volumen- oder Oberflächenberechnung von Quadern, in die in der Regel alle drei Kantenlängen eingehen.

## Schlussfolgerungen

Die in diesem Abschnitt beschriebenen Aufgaben gehören mit einer durchschnittlichen Erfüllung von 20,0 % bzw. 25,1 % zu den mit Abstand am schlechtesten gelösten. Vier Gründe erscheinen wesentlich für dieses Ergebnis.

1. Den Schülern gelingt es offenbar nicht, sich eine klare *Vorstellung vom gegebenen Sachverhalt* zu machen. Ein Karton als Modell eines Quaders müsste bereits seit der Grundschule bekannt sein. Ob jedoch das Wissen über die Existenz paarweise kongruenter Seitenflächen noch aktuell ist, ist fraglich. Das Vorstellungsvermögen unterstützt hätte sicher eine Skizze, die sich die Schüler aber nicht anfertigten. Die Aufgabenkommission hielt die Aufgabe für zu einfach, als hier auch noch eine Zeichnung mitzuliefern.

2. Es müssen Zweifel am notwendigen *Begriffswissen* angemeldet werden. Auf Grund des schlechten Ergebnisses ist davon auszugehen, dass einige Schüler mit den Begriffen *Quader* und *Flächen-*

*inhalt einer Seitenfläche* bzw. *Oberfläche eines Quaders* nicht sicher umgehen können. Es wird empfohlen, geeignete Übungen zur Festigung gerade dieses Begriffswissens durchzuführen.

3. Diese Aufgabe ist *keine Standardaufgabe* vom Typ

   – Flächeninhalt eines Rechtecks
   – Oberflächeninhalt eines Quaders
   – Volumen eines Quaders

   für die es auch Formeln gibt. Hier musste eine bestimmte Fläche an einem Quader identifiziert und berechnet werden. Außerdem mussten unter den drei gegebenen Größen die richtigen für die Berechnung ausgewählt werden. 13,2 % aller Schüler verwendeten alle drei Werte für eine Produktbildung, um vielleicht doch irgendwie bei einer Standardaufgabe ($V = abc$) anzukommen. Der Unterschied von Standard- und Nichtstandardaufgaben sollte den Schülern durchaus bewusst gemacht werden.

4. Vergleicht man den Anteil der Schüler, die das Produkt mit den richtigen Seitenlängen aufschrieben mit dem, die zur richtigen Lösung kamen, stellt man fest, dass es nur etwas mehr als die Hälfte sind. Dies ist ein erschreckend hoher Anteil an *Rechenfehlern bei diesen einfachen Zahlen.*

Diese vier Analysepunkte machen deutlich, zu welchen Inhalten bei der Auswertung der Vergleichsarbeiten an den Schulen Überlegungen für eine entsprechende Unterrichtsgestaltung angestellt werden sollten.

# Kapitel 9

# Geometrisches Können

In den Vergleichsarbeiten der Klassenstufe 7 der Jahre 1999 und 2000 sind insgesamt 7 Aufgaben aus dem Bereich der Geometrie gestellt worden. Im Jahr 1999 lag der Schwerpunkt auf der Überprüfung der Beherrschung von Begriffen (Aufgaben 1 und 2) und von elementaren Konstruktionen (Aufgabe 3). Bei der Vergleichsarbeit des Jahres 2000 wurden Aufgaben zum Messen von Winkeln (Aufgabe 1), zum Spiegeln einer Strecke an einer Geraden (Aufgabe 2), zur Anwendung von Sätzen über Winkel an geschnittenen Geraden (Aufgabe 3) und zum räumlichen Vorstellungsvermögen (Aufgabe 11) gestellt.

## 9.1 Erkennen geometrischer Figuren

### Anforderungen der Aufgabe 1/1999

- Erkennen eines Körpers aus seinem Schrägbild
- Beherrschen der einen Quader definierenden Merkmale

### Ausgewählte Ergebnisse

Bei den Figuren, die für die Aufgabe 1/1999 ausgewählt wurden, erfüllen die Figuren der Teilaufgaben a) und c) die Merkmale eines Quaders, allerdings repräsentieren diese Figuren (flacher Quader, Würfel) nicht die übliche Darstellung eines Quaders. Bei dieser ist in der Regel die Höhe größer als die Breite und die Länge des Körpers. Vergleicht man die Ergebnisse (s. Tabelle 6.1) bei den Teilaufgaben a) und c) im Realschulbildungsgang, so kann man feststellen, dass beide Anforderungen für die Schüler etwa dieselbe Schwierigkeit haben. Der im Hauptschulbildungsgang auftretende Unterschied könnte darauf zurückgeführt werden, dass der Würfel von einer Reihe von Schülern nicht als spezieller Quader angesehen wird.

Der relativ hohe Erfüllungsstand bei den Einzelanforderungen könnte eine gewisse Zufriedenheit hervorrufen, wäre da nicht das Gesamtergebnis von ca. 34 %. Bedeutet doch dieses Gesamtergebnis in Gegenüberstellung zu den Einzelergebnissen, dass es viele Schüler gibt, die neben einer richtigen Antwort auch falsche Ergebnisse haben. Der Begriff *Quader* oder das Erkennen eines Körpers aus seinem Schrägbild werden letztendlich nicht beherrscht.

Nimmt man an, dass die Schwierigkeit in dieser Aufgabe nicht im Bereich des Erkennens eines Körpers aus seinem Schrägbild liegt, dann besteht die Möglichkeit, dass sich die Schüler bei ihren Entscheidungen an Vorstellungen orientieren, die durch eine zu enge Bindung an spezielle Veranschaulichungen entstanden sind. Anders ausgedrückt: Das Identifizieren eines Körpers unter Verwendung der ihn definierenden Merkmale wird nicht ausreichend beherrscht.

### Schlussfolgerungen

Während in der Grundschule die Namen für die zu behandelnden Körper im allgemeinen unter Bezug auf ausgewählte Modelle dieser Körper eingeführt und gefestigt werden, gehört es zum Unterricht in den nachfolgenden Klassenstufen die diesen Körper definierenden Merkmale herauszuarbeiten und die Schüler zu befähigen, diese Merkmale auch zur Identifizierung entsprechender Körper zu verwenden. Es wird ein höheres Niveau in der Beherrschung eines Begriffs angestrebt.

Tabelle 6.1: Richtige Lösungen bei der Anforderung *Erkennen eines Quaders* (in %)

| Figur richtig eingeordnet | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Figur 1 (Quader) | 76,7 | 76,7 | 76,7 | 43,6 | 71,6 | 80,8 | 86,4 | 95,5 |
| Figur 2 (Pyramide) | 90,6 | 89,6 | 90,4 | 77,4 | 87,8 | 91,4 | 96,4 | 100,0 |
| Figur 3 (Würfel) | 76,8 | 68,3 | 75,2 | 46,9 | 66,7 | 74,8 | 86,4 | 100,0 |
| Figur 4 (Pyramidenstumpf) | 73,0 | 62,5 | 71,0 | 48,0 | 63,0 | 72,0 | 82,6 | 100,0 |
| Figur 5 (dreiseitiges Prisma) | 87,6 | 89,6 | 88,0 | 61,5 | 84,1 | 89,9 | 95,6 | 100,0 |
| Aufgabe 1 richtig | 35,5 | 25,8 | 33,7 | 6,0 | 22,2 | 33,6 | 48,3 | 65,9 |
| Mittelwert | 80,9 | 77,3 | 80,3 | | | | | |

## 9.2 Konstruktion einer Geradenspiegelung

### Anforderungen der Aufgabe 2/2000

- Erzeugen des Bildes einer Strecke bei einer Spiegelung an einer Geraden
- Genaues Zeichnen
- Anwenden der Vereinbarung über die Bezeichnung von Bildpunkten (A' zu A, B' zu B)

### Ausgewählte Ergebnisse

Tabelle 6.2: Richtige Ergebnisse bei Teilaspekten der Aufgabe 2/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Prinzip einer Spiegelung | 52,8 | 35,2 | 49,1 | 11,1 | 38,2 | 50,0 | 68,4 | 85,7 |
| Hilfslinien gezeichnet und richtig | 33,4 | 18,5 | 30,2 | 0,0 | 18,2 | 31,4 | 50,0 | 81,0 |
| Genauigkeit der Bildstrecke eingehalten | 64,3 | 42,7 | 64,3 | 35,7 | 52,7 | 59,8 | 76,7 | 93,8 |
| Aufgabe 2 richtig | 22,5 | 9,3 | 19,7 | 0,0 | 11,9 | 20,4 | 30,2 | 66,7 |

Bei der Auswertung der Aufgabe 2/2000 (s. Tabelle 6.2) wurde zunächst überprüft, ob die Schüler das Prinzip einer Spiegelung erfasst haben. Es wurde weiterhin ermittelt, ob und wie die Schüler die Verbindungslinien zwischen Original- und Bildpunkt gezeichnet haben (senkrecht oder nicht senkrecht zur Spiegelungsgerade). Bezüglich der Genauigkeit wurde die Länge der Bildstrecke überprüft. Ebenfalls wurde das Bezeichnen des Spiegelbildes analysiert.

653 Schüler (49,1 %) haben das Prinzip der Spiegelung (ohne Berücksichtigung der Bezeichnung der Bildpunkte, ggf. größere Ungenauigkeiten) richtig erfasst. Unter diesen Schülern sind 262 Schüler (19,7 %), die die Bezeichnung der Spiegelpunkte mit A' und B' vorgenommen haben und bei denen gleichzeitig keine Genauigkeitsprobleme auftraten (Aufgabe 2 richtig). Betrachtet man die Bezeichnung der Bildpunkte bei den 653 Schülern, so ergibt sich die folgende Aufteilung (Tabelle 6.3).

Tabelle 6.3: Bezeichnungen der Bildpunkte bei Aufgabe 2/2000 (in %)

| Bezeichnung der Bildpunkte | |
|---|---|
| Bezeichnung der Bildpunkte mit A' und B' | 41,2 |
| Bezeichnung der Bildpunkte mit A und B | 24,8 |
| Andere Bezeichnung der Bildpunkte, z.B. P,Q oder s | 4,3 |
| Keine Bezeichnung der Bildpunkte | 29,7 |

### Schlussfolgerungen

Die Ergebnisse der Aufgabe 2 werfen u.a. die Frage auf, ob die hier geprüften Anforderungen bezüglich der Ausführung einer Spiegelung im Rahmen des grundlegenden Wissens und Könnens und der damit angestrebten Qualität in der Beherrschung angemessen sind oder ob eine Beschränkung auf eine Skizze mit Bezeichnung der Bildpunkte, in der die Kennzeichen einer Spiegelung (Verbindungsstrecke von Original- und Bildpunkt senkrecht zu Spiegelungsgeraden, Mittelpunkt der Verbindungsstrecke liegt auf der Spiegelungsgeraden) markiert sind, ausreichend ist. Legt man den Schwerpunkt auf ein Verständnis der Spiegelung und weniger auf ein Konstruieren, etwa auch noch eingeschränkt auf Konstruktionen mit Zirkel und Lineal, bliebe mehr Zeit für die inhaltliche Arbeit am Begriff, dessen Beherrschung letztendlich Grundlage für jegliche Anwendung ist, auch für ein Verstehen und Ausführen einer Konstruktion mit Zirkel und Lineal. Diese Überlegung erfolgt auch vor dem Hintergrund, dass ein nicht geringer Teil der Schüler ganz andere Konstruktionen ausführte.

## 9.3 Erkennen zueinander senkrechter Geraden

### Anforderungen der Aufgabe 2/1999

– Erkennen zueinander senkrechter Geraden in zeichnerischen Darstellungen

### Ausgewählte Ergebnisse

Die Teilaufgaben a) und c) sind an der Standarddarstellung zueinander senkrechter Geraden orientiert. Während bei der Teilaufgabe a) die Gerade g an den linken Rand gerückt ist, wurde bei der Teilaufgabe c) die Standarddarstellung etwas gedreht. Die Teilaufgabe e) kann als Kombination der Teilaufgaben a) und c) aufgefasst werden. Neben den Schülern, die die Aufgabe fehlerfrei bewältigt haben, gibt es noch eine Reihe von Schülern (12 %), die ein oder zwei zueinander senkrechte Geraden richtig bestimmt und weder die Teilaufgabe b) noch die Teilaufgabe d) ausgewählt haben. Man kann also sagen, dass 37 % der Schüler einfachste Anforderungen wie sie durch die Teilaufgaben a) und c) repräsentiert werden beherrschen. Wird die Anforderung *Erkennen zueinander senkrechter Geraden* in einen umfassenderen Sachverhalt eingebettet (Teilaufgabe e)), so haben die Schüler doch erhebliche Schwierigkeiten. Hinzu kommt, dass etwa 35 % der Schüler nur die Teilaufgabe d) ausgewählt haben, sie verwechselten offensichtlich *senkrecht* und *parallel* miteinander.

### Schlussfolgerungen

Die Ergebnisse der Aufgabe machen deutlich, dass auch bei derart einfachen geometrischen Begriffen ein erheblicher Übungsbedarf und damit Zeitbedarf besteht. Dies gilt es auch bei der Erstellung von Rahmenplänen stärker zu beachten.

Tabelle 6.4: Richtige Lösungen bei der Anforderung *Erkennen zueinander senkrechter Geraden* (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 2a | 48,9 | 46,3 | 48,4 | 10,3 | 34,8 | 50,9 | 62,9 | 83,3 |
| Aufgabe 2b | 85,0 | 73,3 | 82,9 | 56,3 | 77,3 | 83,0 | 91,5 | 100,0 |
| Aufgabe 2c | 51,3 | 48,8 | 50,8 | 15,2 | 42,6 | 53,9 | 66,5 | 76,2 |
| Aufgabe 2d | 47,6 | 45,4 | 47,2 | 17,2 | 37,9 | 46,5 | 62,1 | 80,0 |
| Aufgabe 2e | 41,8 | 39,6 | 41,4 | 6,9 | 31,8 | 46,4 | 53,2 | 71,0 |
| Aufgabe 2 richtig | 27,1 | 17,5 | 25,3 | 0,0 | 16,2 | 26,4 | 37,7 | 54,8 |
| Mittelwert | 54,9 | 50,7 | 54,1 | | | | | |

## 9.4 Zeichnen von Parallelen und Mittelsenkrechten

### Anforderungen der Aufgabe 3/1999

– Zeichnen einer Parallelen zu einer Geraden durch einen gegebenen Punkt

– Konstruktion einer Mittelsenkrechten zu einer gegebenen Strecke

### Ausgewählte Ergebnisse

Bei Aufgabe 3/1999 erfordert die Teilaufgabe a) weniger Teilhandlungen als die Teilaufgabe b). Dies wird auch in den Ergebnissen deutlich. Bei der Teilaufgabe a) zeichnen 31 % der Schüler zwar eine Parallele zu g, diese geht aber nicht durch den Punkt P. Die Aufgabenstellung wurde möglicherweise von diesen Schülern nicht vollständig erfasst.

### Schlussfolgerungen

Der Unterschied in den Ergebnissen der beiden Teilaufgaben weist noch einmal mit Nachdruck auf das Problem der Bestimmung des grundlegenden Wissens und Könnens sowie auf das Problem der Sicherung dieses Wissens und Könnens hin.

Tabelle 6.5: Richtige Ergebnisse bei Aufgabe 3/1999 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 3a richtig | 67,4 | 50,4 | 64,2 | 20,0 | 56,1 | 67,4 | 74,0 | 86,7 |
| Aufgabe 3b richtig | 48,9 | 17,5 | 43,1 | 0,0 | 28,5 | 42,8 | 59,5 | 85,4 |
| Aufgabe 3 richtig | 35,3 | 11,7 | 30,9 | 0,0 | 19,3 | 30,1 | 46,5 | 59,4 |

## 9.5 Messen von Winkeln

### Anforderungen der Aufgabe 1/2000

– Messen eines Winkels mit einem Hilfsmittel (Geodreieck, Winkelmesser)

– Angabe des ermittelten Zahlenwertes mit einer Genauigkeit von +/- 1

– Bezeichnung des Wertes des Winkels mit der richtigen Maßeinheit

### Ausgewählte Ergebnisse

In Aufgabe 1/2000 sind die Schwierigkeiten des Messens bei den vorgegebenen Winkeln unterschiedlich. Während es sich bei Teilaufgabe a (Winkel $\alpha$) um den so genannten Standardfall handelt (Scheitelpunkt links, spitzer Winkel, Schenkel ausreichend lang), ist die Schwierigkeit für den Schüler in der Regel bei den beiden anderen Teilaufgaben durch die andere Lage des Scheitelpunktes oder durch die kürzeren Schenkel größer, aber auch diese Fälle sollen zum grundlegenden Wissen und Können zählen, d.h. etwa denselben subjektiven Schwierigkeitsgrad für die Schüler haben.

Die Tabelle 6.7 vermittelt einen Einblick in die Beherrschung des Messens von Winkeln. Es wurden nur die Zahlenwerte, unabhängig von der Maßeinheit, berücksichtigt.

Zwei Dinge werden deutlich: Zum einen nehmen die fehlerhaften Zahlenangaben von $\alpha$ nach $\gamma$ zu, zum anderen liegen die Ergebnisse in beiden Bildungsgängen generell unter den angestrebten 66,7 %. Außerdem haben 30 % der Schüler keinen Winkel richtig. Zieht man in die Bewertung noch die Angabe der richtigen Maßeinheit mit ein, so nimmt die Anzahl derjenigen Schüler, die die einzelnen Messungen richtig haben, zwar weiter, aber nicht gravierend ab. Man kann also sagen, dass Fehlleistungen bei der Bewältigung dieser Aufgabe in erster Linie durch Fehler im Messprozess bewirkt werden.

### Schlussfolgerungen

Das Messen eines Winkels gehört ohne Zweifel zum grundlegenden Wissen und Können eines Schülers. Um zukünftig bessere Ergebnisse in dieser Hinsicht zu erreichen, sollte auch diese Anforderungen in täglichen Übungen eine Rolle spielen.

Tabelle 6.6: Richtige Lösungen bei der Anforderung *Messen eines Winkels* (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Aufgabe 1a (Winkel $\alpha$) | 62,2 | 47,7 | 59,1 | 32,4 | 51,0 | 60,9 | 69,7 | 90,5 |
| Aufgabe 1b (Winkel $\beta$) | 49,5 | 34,9 | 46,4 | 20,6 | 39,4 | 46,2 | 55,1 | 66,7 |
| Aufgabe 1c (Winkel $\gamma$) | 34,1 | 20,3 | 31,2 | 11,1 | 24,1 | 32,1 | 37,5 | 51,4 |
| Aufgabe 1 richtig | 21,4 | 13,9 | 19,8 | 0,0 | 13,5 | 21,2 | 26,7 | 36,6 |
| Mittelwert | 48,6 | 34,0 | 45,6 | | | | | |

## 9.6 Anwenden von Winkelsätzen

### Anforderungen der Aufgabe 3/2000

- Erkennen einer Beziehung zwischen $\alpha$ ($\beta$) und dem gegebenen Winkel bzw. zwischen $\alpha$ und $\beta$
- Kennen und Anwenden eines Satzes bezüglich der erkannten Beziehung

### Ausgewählte Ergebnisse

Bei der Aufgabe 3/2000 war die gegebene Skizze nicht maßstäblich und erlaubte deswegen diejenigen Schüler zu erkennen, die durch Messen zur Aufgabenlösung kommen wollten. Unter Berücksichtigung der Genauigkeitsgrenzen ($+/-\ 4°$) beim Messen ergibt sich folgendes Bild (Tabelle 6.8). Für die Auswertung verwenden wir hier nur die Zahlenwerte, es wird also nicht berücksichtigt, ob Maßeinheiten verwendet wurden. Es ist erkennbar, dass vor allem beim Winkel $\alpha$ der überwiegende Teil der Schüler durch Anwendung eines Satzes zur Lösung kommt, nur relativ wenige Schüler messen. Bemerkenswert ist die Tatsache, dass die Bestimmung des Winkels $\beta$, auch wenn $\alpha$ richtig bestimmt wurde, größere Schwierigkeiten bereitet. Man kann annehmen, dass der Nebenwinkelsatz bzw. *gestreckter Winkel gleich 180°* den Schülern nicht so geläufig ist wie der Stufenwinkelsatz.

### Schlussfolgerungen

Zur Handlungskompetenz gehört auch ein Argumentieren unter Verwendung als richtig anerkannter Aussagen und Argumentationsregeln. Der Mathematikunterricht kann hierzu einen erheblichen Beitrag leisten. Das Ergebnis bei dieser Aufgabe macht deutlich, dass hier noch ein gewisser Aufholebedarf besteht.

Tabelle 6.7: Ergebnisse bei Aufgabe 3/2000 (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25.P. | Med. | 75.P. | Max. |
| $\alpha$ richtig | 70,9 | 40,2 | 64,4 | 10,5 | 64,3 | 68,8 | 75,0 | 86,7 |
| $\alpha$ richtig gemessen | 9,1 | 13,2 | 9,9 | 0,0 | 5,6 | 10,0 | 14,8 | 22,7 |
| $\beta$ richtig | 51,4 | 23,5 | 45,5 | 21,1 | 34,7 | 45,0 | 57,6 | 80,0 |
| $\beta$ richtig gemessen | 10,0 | 13,5 | 10,8 | 0,0 | 6,7 | 12,1 | 14,1 | 38,9 |
| Aufgabe 3 (Richtig gemessen) | 4,7 | 7,5 | 5,3 | 0,0 | 13,0 | 20,9 | 29,6 | 61,1 |
| Aufgabe 3 richtig | 49,9 | 19,9 | 43,5 | 5,3 | 30,8 | 45,0 | 56,1 | 76,0 |

## 9.7 Entwicklung des Raumvorstellungsvermögens

### Anforderungen der Aufgabe 11/2000

- Bestimmen des Buchstabens, der dem Buchstaben A auf dem Würfel gegenüber liegt
- Erfassen, dass drei Ansichten desselben Würfels vorgegeben sind

### Ausgewählte Ergebnisse

Die Aufgabe 11/2000 soll das räumliche Vorstellungsvermögen der Schüler überprüfen. Für die Lösung der Aufgabe ist es wichtig, dass die Schüler den Aufgabentext richtig aufnehmen. Dies scheint bei 3 % der Schüler nicht der Fall gewesen zu sein. Etwa jeder zweite Schüler hat den richtigen Buchstaben angegeben.

### Schlussfolgerungen

Ein gut entwickeltes räumliches Vorstellungsvermögen ist wichtig für das Lösen vieler stereometrischer Aufgaben. Aus diesem Grunde sollte diesem Aspekt im Unterricht entsprechend mehr Aufmerksamkeit gewidmet werden.

Tabelle 6.8: Ergebnisse bei Aufgabe 11 (2000) (in %)

| | Schüler | | | Schulen | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | RS | HS | alle | Min. | 25. P. | Med. | 75. P. | Max. |
| Aufgabe richtig (Buchstabe C) | 53,1 | 22,8 | 46,7 | 10,5 | 38,2 | 46,5 | 60,0 | 81,0 |
| Einen anderen Buchstaben als C angegeben | 43,3 | 62,6 | 47,8 | 14,3 | 39,4 | 49,4 | 57,1 | 84,2 |
| Mehr als einen Buchstaben angegeben | 2,2 | 7,1 | 3,2 | 0,0 | 0,0 | 2,7 | 5,7 | 9,1 |

# Anhang A

# Die Aufgaben der Vergleichsarbeiten Deutsch

**Name:** ___________________ **Bildungsgang:** ___________________ **Klasse:** ______________

*Liebe Schülerin, lieber Schüler,*
*wie du weißt, begehen wir in diesem Jahr ein weltweit beachtetes Jubiläum. Es ist der 250. Jahrestag des deutschen Dichters Johann Wolfgang von Goethe (1749 - 1832).*
*Sicherlich kennst du aus den vergangenen Schuljahren Gedichte wie „Gefunden“ oder „Heidenröslein“, vielleicht auch die Ballade „Erlkönig“. Goethe konnte aber nicht nur hervorragend dichten, er malte auch und sammelte auf seinen Reisen Steine. Sogar einen Knochen, den Zwischenkieferknochen, hat er entdeckt. Geboren wurde der Dichter in Frankfurt am Main, viele Jahre lebte er dann in Weimar. Von diesem stillen thüringischen Städtchen aus fand der Wissbegierige Zeit und Gelegenheit, die Welt und das Leben kennenzulernen. Es wurde für ihn der Ort für seine vielfältigen Interessen, so dass er hier bis zum Lebensende blieb.*
*Heute erfährst du aus einer seiner zahlreichen Anekdoten, was dem Genie Goethe im hohen Alter passiert ist.*

## Aufgabe 1

Lies den Text „Goethes Geburtstag“ von Eberhard Puntsch aufmerksam.
Beantworte danach die folgenden Fragen:

1.1 Wo fand die Episode statt? ____________________________________________

1.2 Wie wurde Goethe angeredet? ____________________________________________

1.3 An welchem Tag fand das Gespräch statt? ______________________________

1.4 Über welches Datum wurde gesprochen? ______________________________

1.5 Welcher Irrtum unterlief Goethe und wie reagierte er? ____________________

____________________________________________________________________

____________________________________________________________________

____________________________________________________________________

## Goethes Geburtstag von Eberhard Puntsch

Am 27. August 1825 trat Oskar Ludwig Bernhard Wolff, der Sekretär, ins Zimmer Goethes, um Anweisungen für die Geburtstagsfeier des nächsten Tages entgegenzunehmen.
Exzellenz ging finsteren Angesichts, Hände auf dem Rücken, auf und ab. Vor jedem Fenster stand eine Malvasier [1] und ein Glas, und jedes Mal, wenn der Sechsundsiebzigjährige vorüberkam, trank er.
Wolff hatte kaum einen Dank für seinen Gruß empfangen. Der Alte trat auf ihn zu: „Sie wundern sich, was ich hier treibe, mein Bester? Wundern Sie sich über nichts mehr! Wo das Gemüt sprechen soll, da vergeßt Ihr Euch. Da niemand in ganz Deutschland, noch sogar in meinem Hause, meines Geburtstages gedenkt und auf meine Gesundheit trinkt, so trinke ich sie mir selber zu und tue mir allein ein Bene [2] an.“
Wolff erstarrte: „Euer Exzellenz Geburtstag? Du lieber Himmel! Die ganze Welt denkt ja daran, und gerade in diesem Jahr werden schon seit Monaten Vorbereitungen getroffen. Wer sollte auch des 28. August nicht gedenken! Aber, Exzellenz, der ist erst morgen.“
„Jungfrau“, Goethe stand wie angewurzelt: „Kalender her!“ Überzeugte sich und murmelte kopfschüttelnd: „Da habe ich danebengefeiert!“

[1] Malvasier: Likörwein, sehr süßer Wein
[2] Bene: zum Wohl

Quelle: „Witze, Fabeln, Anekdoten“, München, Moderne- Verlags-GmbH, 1968

**Aufgabe 2**

Betrachte das Bild aus der Ostseezeitung vom 6./7. Februar 1999 mit dem Titel „Mein 250. Geburtstag – Goethe“ aufmerksam.
Erzähle dazu eine Geschichte. Du kannst die folgenden Reizworte benutzen.

- Geburtstagstorte, 250 Kerzen, der alte Geheimrat Goethe, Geburtstagsgäste?, die alte Schrift, das Outfit, „geheime“ Wünsche beim Auspusten-

Das ist meine Geschichte. Sie trägt den Titel:

„______________________________________________“

Lies deine Geschichte noch einmal gründlich durch und entscheide, ob orthografisch, grammatisch und stilistisch noch etwas zu verbessern ist.
Korrigiere mit einem andersfarbigen Stift im Text.
Nutze auch das Nachschlagewerk zur deutschen Rechtschreibung.

Anzahl der Wörter deiner Geschichte:

Name: _________________________ Bildungsgang: ____ Kl. ____ Schulstempel

**Aufgabe 1**
***Wähle aus den nachfolgenden Überschriften die passende für den jeweiligen Absatz im Text auf dem Einlegeblatt aus und schreibe diese in die dafür freigelassene Zeile, pro Absatz nur <u>eine</u> Überschrift.***

| | |
|---|---|
| Wölfe und Hunde als Haustiere | Wölfe in Märchen |
| Jagdgewohnheiten der Wölfe | Wölfe sind scheue Tiere |
| Die Angst des Menschen vor dem Wolf | Wölfe fressen kein Aas |
| Wölfe sind Fabelwesen | Was Wölfe fressen |
| Das Leben der Wölfe in familienähnlichen Verbänden | Das Paarungsverhalten der Wölfe |

**Aufgabe 2**
***Verbinde die folgenden, jeweils gegenüberstehenden Sätze. Die vier neu gebildeten Sätze müssen sinnvoll sein.***

Wir haben eine Urangst vor dem Wolf. Er ist ein gefährlicher Jäger.

Satz 1.......................................................................................................................

.................................................................................................................................

Menschen bekommen den Wolf selten zu sehen. Der Wolf geht ihnen aus dem Weg.

Satz 2.......................................................................................................................

.................................................................................................................................

Die Wölfe leben paarweise. Es ist Sommer.

Satz 3.......................................................................................................................

.................................................................................................................................

Nur im Winter können Wölfe große Tiere jagen. Wölfe bilden Rudel.

Satz 4.......................................................................................................................

.................................................................................................................................

**Aufgabe 3**
***Unterstreiche in den folgenden Sätzen das jeweils passende Wort oder die Wortgruppe in der Klammer. Beachte, dass im Satz 1 auch der richtige Artikel unterstrichen werden muss.***

Innerhalb der/des (Herde, Sippe, Rudels, Familie, Tierverbands) gibt es Aufgabenteilungen.

Es ist (keine, eine ganz bestimmte, irgendeine, manchmal eine) Rangordnung nötig zum Überleben.

**Aufgabe 4**

***Du hast den Text über Wölfe gelesen. Was hat dich am meisten überrascht (3 Beispiele) und warum? Antworte schriftlich in ganzen Sätzen und begründe deine Aussagen. Es wird <u>kein</u> zusammenhängender Text erwartet.***

**Aufgabe 5**

**Arbeite nun mit dem Bleistift weiter. Beende die Arbeit und korrigiere.**

Name: ___________________ Bildungsgang: ____ Kl.__ Schulstempel

# - Einlegeblatt -

***Lies den folgenden Text sorgfältig durch, denn alle Arbeitsaufgaben beziehen sich auf ihn.***

..........................................................................................................................................

Über kaum ein anderes Tier gibt es so viele Märchen und aufregende Geschichten wie über den Wolf. Gleich vornweg: Wölfe fressen keine Großmütter. Trotzdem steckt irgendwo ganz tief in uns eine Urangst vor dem Wolf, auch wenn wir selbst noch keinen zu Gesicht bekommen haben. Aber unsere Urahnen haben ihn gesehen. Damals war der Wolf ein direkter Konkurrent – ein Jäger**,** der dem Menschen beim Jagen überlegen war oder auch Haustiere erbeutete.

..........................................................................................................................................

Der Wolf geht dem Menschen aus dem Weg. Auch Wissenschaftler bekommen ihn in freier Wildbahn so gut wie nie zu Gesicht – eher hört man sein schauriges Heulen. So etwas macht Menschen misstrauisch und nährt Legenden. Und noch etwas hat den Ruf des Wolfs beeinträchtigt: Er verachtet auch Aas nicht.
Der Wildbestand wird durch Wölfe nicht über die Maßen gemindert, wie man immer wieder hört. Im Gegenteil – hohe Wildbestände kennzeichnen die Gebiete, in denen heute noch Wölfe leben.

..........................................................................................................................................

Wölfe sind überwiegend dämmerungs- und nachtaktiv. Sie leben im Sommer meist nicht in Rudeln, sondern paarweise. In dieser Zeit werden feste Reviere bezogen und vor allem Kleintiere gejagt. Im Winter scharen sich die Wölfe dann oft zu Rudeln zusammen, die gemeinsam auch große Beutetiere wie Hirsche oder Elche überwältigen können. Solche Rudel bejagen große Gebiete, sodass der Wildbestand an einem Ort nicht übermäßig verringert wird. Außerdem werden bevorzugt geschwächte und kranke Tiere gejagt, denn Hetzjagden kosten auch die Wölfe viel Kraft.
Im Winter lebt der Wolf in einem engen Familien- und Jagdverband, dem Rudel. Jeder hat auf der Jagd seine spezielle Aufgabe: Es gibt Spezialisten für das Aufspüren von Wild, für das Hetzen und schließlich solche für den Angriff auf die erschöpfte Beute. Ganz schlimm sieht es für Einzelgänger aus. Wer aus seinem Rudel ausgeschlossen wurde, kann sich höchstens noch von Kaninchen oder Mäusen ernähren.

..........................................................................................................................................

Innerhalb des Rudels gibt es eine ganz bestimmte Rangordnung. An der Spitze steht eine Wölfin, das „Alpha – Weibchen“. Nur sie sorgt zusammen mit dem ranghöchsten Wolf des Rudels für den Nachwuchs. Sie paart sich danach auch mit den rangniederen Wölfen, die sich dann nach der Geburt der Welpen so verhalten, als wären sie der Vater des Wurfs. Für die Kleinen wird also in jedem Fall gesorgt, auch wenn dem ranghöchsten Wolf etwas zustoßen sollte.

# Anhang B

# Die Aufgaben der Vergleichsarbeiten Mathematik

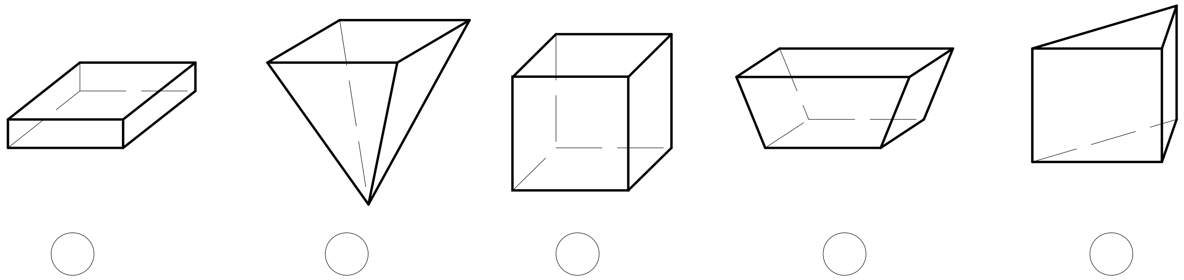
Name:_______________ Bildungsgang:________ Klasse:______ Datum: _________

# Vergleichsarbeit Mathematik Klassenstufe 7
# für die Haupt- und Realschule

## 1. Aufgabe

Kreuze an, wenn in den Zeichnungen ein Quader dargestellt ist.

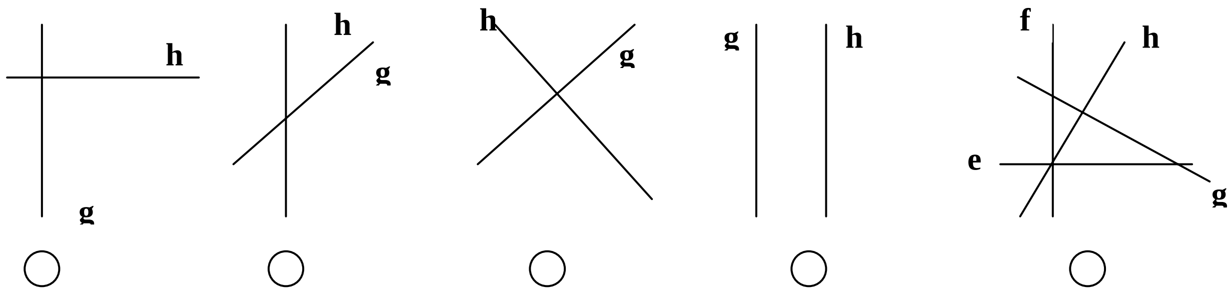
a) b) c) d) e)



## 2. Aufgabe

Kreuze an, wenn in den Zeichnungen die Geraden g und h zueinander senkrecht sind.

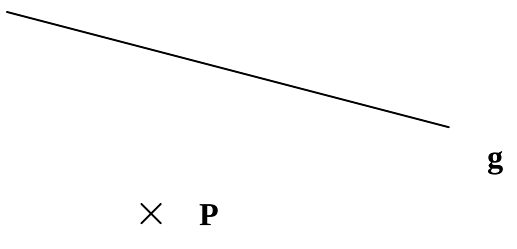
**a)** **b)** **c)** **d)** **e)**

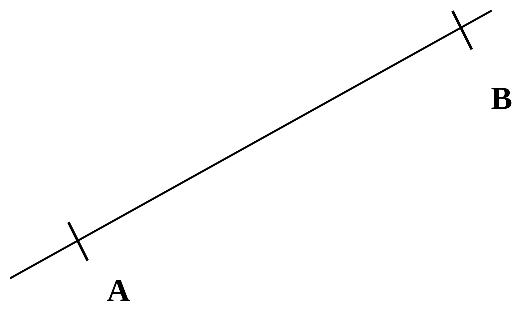



## 3. Aufgabe

a) Zeichne zur Geraden g eine Parallele h, die durch den Punkt P geht.

b) Konstruiere die Mittelsenkrechte m der Strecke $\overline{AB}$.




## 4. Aufgabe

Mit welcher Einheit würdest du folgendes angeben?

a) Die Masse eines Brotes in __________,
b) die Fläche des Fußbodens in __________,
c) die Entfernung zweier Städte in __________,
d) das Volumen einer Streichholzschachtel in __________.

## 5.Aufgabe

Rechne die gegebenen Größen in die angegebene Einheit um.

| | | |
|---|---|---|
| a) 225 kg | = | t |
| b) 3 km 85 m | = | m |
| c) 0,2 $m^2$ | = | $dm^2$ |
| d) 13,4 $dm^3$ | = | l |
| e) 34000 $mm^3$ | = | $cm^3$ |

**6. Aufgabe**

Ein gerader Tunnel soll 3,4 *km* lang werden. Die Bohrung wird von beiden Seiten begonnen. Nach fünf Monaten ist der eine Bohrtrupp 1,8 *km*, der andere 0,7 *km* vorgedrungen.

a) Fertige eine Skizze zu dem Sachverhalt an und beschrifte sie.

b) Wie weit sind die beiden Bohrtrupps nach fünf Monaten voneinander entfernt?

Antwort:______________________________________________________________

______________________________________________________________

**7. Aufgabe**

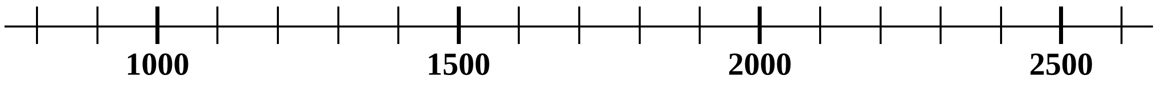
Beim Spiel mit einem regulären Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 gelten folgende Gewinnregeln:
Sandra gewinnt, wenn sie eine gerade Zahl würfelt.
Ina gewinnt, wenn sie eine Zahl größer als 4 würfelt, und
Peter gewinnt, wenn er eine Zahl kleiner als 5 würfelt.

Gib für jeden Spieler alle Gewinnmöglichkeiten und die Gewinnwahrscheinlichkeit an.

| | Sandra | Ina | Peter |
|---|---|---|---|
| Gewinnmöglichkeiten | | | |
| Gewinnwahrschein-<br>lichkeit | | | |

**8. Aufgabe**

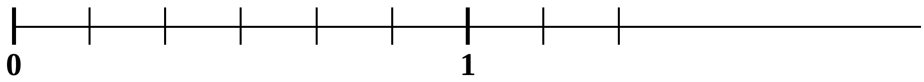
Die Differenz zweier Zahlen beträgt 800. Auf dem Zahlenstrahl liegen sie gleich weit von 1700 entfernt. Wie heißen diese Zahlen?
Löse diese Aufgabe mit Hilfe des gezeichneten Ausschnittes des Zahlenstrahles.




Die Zahlen heißen _________ und ____________.

**9. Aufgabe**

Trage folgende Brüche auf dem Zahlenstrahl ein: $\frac{1}{3}$; $\frac{7}{6}$; $\frac{84}{84}$; $\frac{2}{6}$; 0,5.




**10. Aufgabe**

Schreibe zu den Aufgabenstellungen die zugehörige Gleichung auf und löse diese.

a) $\frac{3}{5}$ *l* Sirup wird mit $1\frac{1}{2}$ *l* Mineralwasser gemischt. Wie viel *l* Getränk entstehen?

________________________________________________________________________

b) 3,5 kg Weintrauben werden an 7 Kinder gleichmäßig verteilt. Wie viel erhält jedes Kind?

________________________________________________________________________

c) Aus einer vollen Regentonne mit 80 l Inhalt werden 12,5 l entnommen. Wie viel Liter sind noch in der Tonne?

________________________________________________________________________

**11. Aufgabe**

Ein Klassenraum ist 8 *m* lang, 6 *m* breit und 3 *m* hoch.

Berechne den Flächeninhalt der größten **Wand**. Gib die Rechnung und das Ergebnis an.

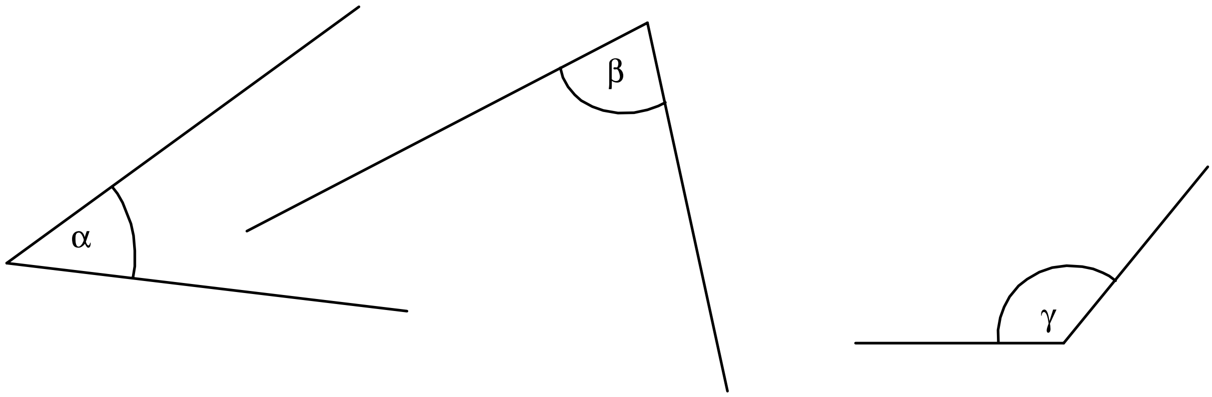
Antwort:________________________________________________________________

Name: ________________________ Klasse:______ Bildungsgang:______

**Vergleichsarbeit Mathematik Klassenstufe 7**
**für Haupt- und Realschule**

**1.Aufgabe**

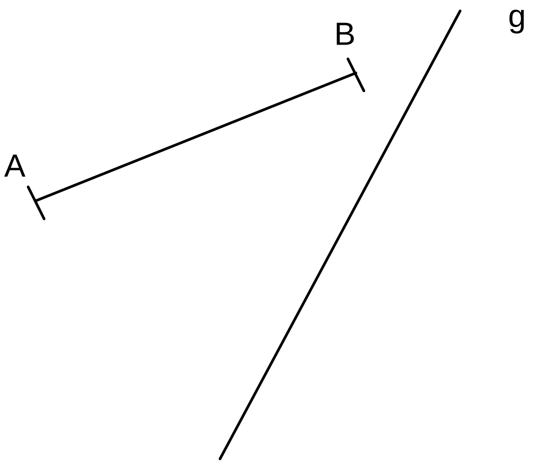
Bestimme durch Messen jeweils die Größe des Winkels und gib sie an.




$\alpha$ = ________ $\beta$ = ________ $\gamma$ = ________

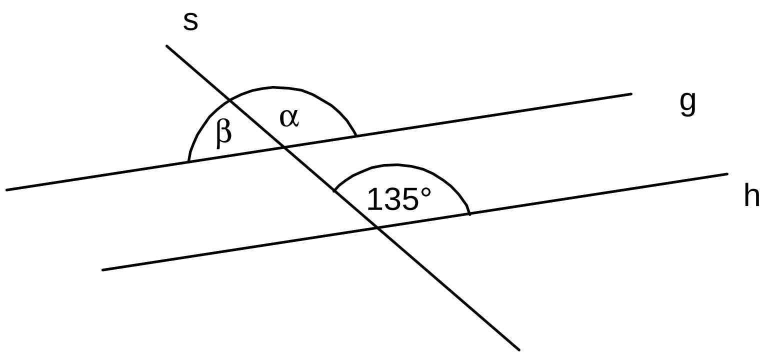
**2.Aufgabe**

Spiegele $\overline{AB}$ an der Geraden g.




**3. Aufgabe**

Bestimme ohne zu messen die Größe der Winkel $\alpha$ und $\beta$ in der folgenden Skizze.




g II h

$\alpha$ = __________

$\beta$ = __________

(Skizze nicht maßstäblich)

**4. Aufgabe**

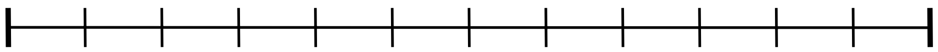
Schreibe als Aufgabe und berechne das Ergebnis.

| Text | Aufgabe | Ergebnis |
|---|---|---|
| **Beispiel:**<br>**die Summe aus 8 und 7** | **8 + 7** | **15** |
| a) das Produkt aus 4 und 7 | | |
| b) die Hälfte von 18 | | |
| c) das Doppelte von 3, vermehrt um 5 | | |

**5. Aufgabe**

Herr Ulme schneidet von einer 120 cm langen Leiste $\frac{3}{4}$ der Leiste ab.

a) Verwende die vorgegebene Einteilung und kennzeichne in der Darstellung die Schnittstelle mit S.



**0 cm** **120 cm**

b) Welche Länge haben die entstandenen Stücke? ____________cm und ___________cm

**6. Aufgabe**

Rechne die gegebenen Größen in die angegebene Einheit um und ordne den Teilaufgaben die richtigen Begriffe Volumen, Zeit, Länge, Fläche, Temperatur oder Masse zu.

| | | |
|---|---|---|
| **Beispiel:** | $15m^2$ = 1500 ______ $dm^2$ | **Fläche** |
| a) | 500 kg = ___________ t | |
| b) | $2{,}5\ dm^3$ = ___________ $cm^3$ | |
| c) | 12 km 980 m = ___________ m | |
| d) | $4\frac{1}{2}$ h = ___________ min | |

**7. Aufgabe**

Bestimme jeweils x.

a) $7 + x = 16$ x = _________

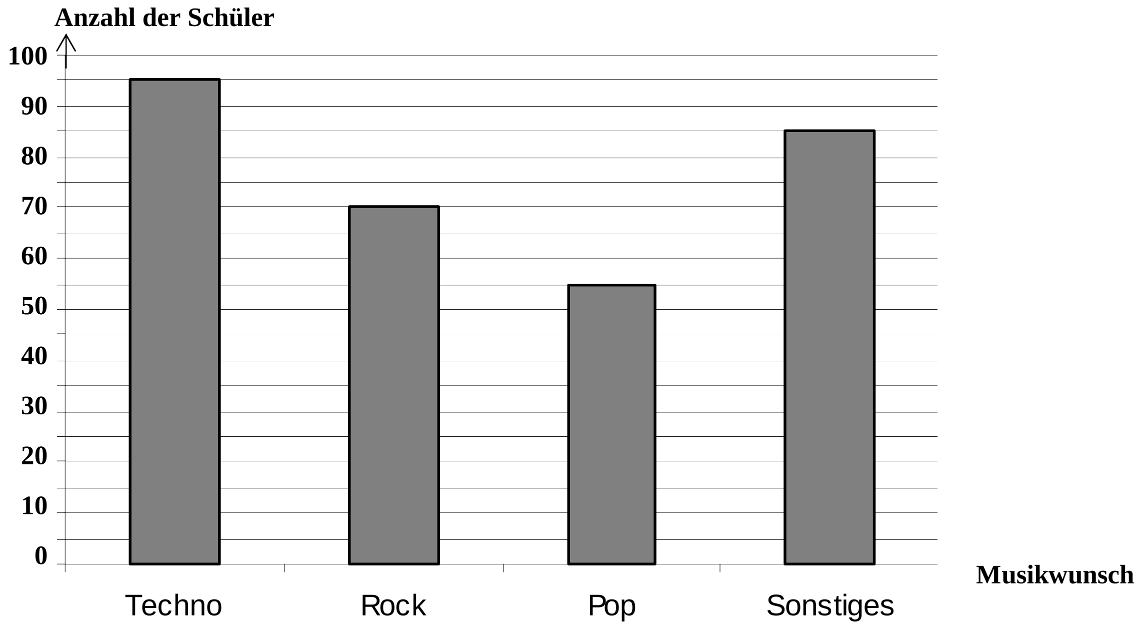
b) $3 \cdot x - 2 = 16$ x = _________

c) $15 - 2 \cdot x = 5$ x = _________

## 8. Aufgabe

Für eine geplante Disco wurden die Schüler einer Schule nach ihrem Musikwunsch befragt. Jeder Schüler durfte nur einen Musikwunsch äußern.

**Musikwünsche der Schüler**




a) Lies die absoluten Häufigkeiten der Musikwünsche der Schüler aus der Darstellung ab und trage sie in die Tabelle ein.

| Musikwunsch | Techno | Rock | Pop | Sonstiges |
|---|---|---|---|---|
| absolute Häufigkeit | | | | |

b) Zwölf Schüler dieser Schule haben an der Befragung nicht teilgenommen.
Ermittle die Gesamtzahl aller Schüler dieser Schule.
Gesamtzahl: ________

## 9. Aufgabe

Sven hat den Zahlencode seines Fahrradschlosses vergessen. Er weiß aber noch, dass die dreistellige Zahl aus den Ziffern 1, 2 und 7 besteht.
Wie viele Möglichkeiten muss er maximal durchprobieren, um den Code des Schlosses herauszubekommen? ____________

**<u>10. Aufgabe</u>**

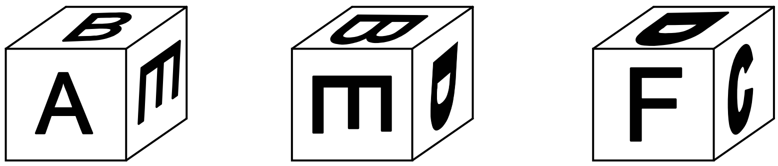
Beim Spiel mit einem regulären Würfel mit den Zahlen 1 bis 6 gelten folgende Regeln:
Sandra erhält einen Punkt, wenn sie eine gerade Zahl würfelt.
Ina erhält einen Punkt , wenn sie eine Zahl größer als 4 würfelt,und
Peter erhält einen Punkt , wenn er eine Zahl kleiner als 5 würfelt.

Gib für jeden Spieler alle Augenzahlen an, bei denen er einen Punkt erhält und bestimme für jeden Spieler die Wahrscheinlichkeit, bei einem Wurf einen Punkt zu bekommen.

| | Sandra | Ina | Peter |
|---|---|---|---|
| Augenzahlen | | | |
| Wahrscheinlichkeit | | | |

**<u>11. Aufgabe</u>**

Es ist hier dreimal derselbe Würfel abgebildet. Auf den Flächen des Würfels befinden sich die Buchstaben **A, B, C, D, E,** und **F**.




Welcher Buchstabe befindet sich auf der Fläche, die der Fläche mit dem Buchstaben **E** gegenüber liegt?

Buchstabe : ______

**<u>12. Aufgabe</u>**

Ein quaderförmiger Karton für die Verpackung eines Computers ist 60 cm lang, 40 cm breit und 20 cm hoch.
Berechne den Flächeninhalt einer der beiden größten Flächen.

Antwort:____________________________________________________________

________________________________________________________________

## Impressum

Herausgeber: Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur
Mecklenburg-Vorpommern
Werderstraße 124
19055 Schwerin
http://www.kultus-mv.de

Autoren: Hans-Joachim Grueter
Prof. Dr. Hans-Peter-Mangel
Prof. Dr. Hans-Dieter Sill
Prof. Dr. Wolfgang Sucharowski

Organisation: Norbert Frank, Heidemarie Thiele

Druck: Druckerei und Vervielfältigung
Innenministerium
Mecklenburg-Vorpommern