

Aufgabe 10.1 (1/2)

Bei der Bestimmung der Termsymbole einer Konfiguration müssen diejenigen Unterschalen berücksichtigt werden, die nicht abgeschlossen sind, in diesem Fall also $2p^1 3p^1$ beim Kohlenstoff und $1s^1 2p^1 3p^1$ beim Lithium. Da alle diese Unterschalen mit genau einem Elektron besetzt sind, können die möglichen Energieniveaus (die „Terme“) dieser Konfigurationen mithilfe von Clebsch-Gordan-Reihen bestimmt werden.

(a) Mit $l_1 = l_2 = 1$ und $s_1 = s_2 = \frac{1}{2}$ ergibt sich:

$$\begin{aligned} L &= l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2| = 2, 1, 0 \\ S &= s_1 + s_2, s_1 + s_2 - 1, \dots, |s_1 - s_2| = 1, 0 \end{aligned}$$

$$L = 2, S = 1: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 3, 2, 1 \Rightarrow {}^3D_3, {}^3D_2, {}^3D_1$$

$$L = 2, S = 0: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 2 \Rightarrow {}^1D_2$$

$$L = 1, S = 1: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 2, 1, 0 \Rightarrow {}^3P_2, {}^3P_1, {}^3P_0$$

$$L = 1, S = 0: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 1 \Rightarrow {}^1P_1$$

$$L = 0, S = 1: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 1 \Rightarrow {}^3S_1$$

$$L = 0, S = 0: \quad J = L + S, L + S - 1, \dots, |L - S| = 0 \Rightarrow {}^1S_0$$

Somit lauten die Termsymbole für die Konfiguration $1s^2 2s^2 2p^1 3p^1$ von atomarem Kohlenstoff:

${}^3D_3, {}^3D_2, {}^3D_1, {}^1D_2, {}^3P_2, {}^3P_1, {}^3P_0, {}^1P_1, {}^3S_1, {}^1S_0$

Aufgabe 10.1 (2/2)

(b) Mit $l_1 = 0$, $l_2 = l_3 = 1$ und $s_1 = s_2 = s_3 = \frac{1}{2}$ ergibt sich:

$$l_{1,2} = l_1 + l_2, l_1 + l_2 - 1, \dots, |l_1 - l_2| = 1$$

$$s_{1,2} = s_1 + s_2, s_1 + s_2 - 1, \dots, |s_1 - s_2| = 1, 0$$

$$L = l_{1,2} + l_3, l_{1,2} + l_3 - 1, \dots, |l_{1,2} - l_3| = 2, 1, 0$$

$$S = s_{1,2} + s_3, s_{1,2} + s_3 - 1, \dots, |s_{1,2} - s_3| = \frac{3}{2}, \frac{1}{2}$$

$$S = s_{1,2} + s_3, s_{1,2} + s_3 - 1, \dots, |s_{1,2} - s_3| = \frac{1}{2}$$

$$1 \times L = 2, S = \frac{3}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{7}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \Rightarrow {}^4D_{7/2}, {}^4D_{5/2}, {}^4D_{3/2}, {}^4D_{1/2}$$

$$2 \times L = 2, S = \frac{1}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{5}{2}, \frac{3}{2} \Rightarrow {}^2D_{5/2}, {}^2D_{3/2}$$

$$1 \times L = 1, S = \frac{3}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \Rightarrow {}^4P_{5/2}, {}^4P_{3/2}, {}^4P_{1/2}$$

$$2 \times L = 1, S = \frac{1}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \Rightarrow {}^2P_{3/2}, {}^2P_{1/2}$$

$$1 \times L = 0, S = \frac{3}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{3}{2} \Rightarrow {}^4S_{3/2}$$

$$2 \times L = 0, S = \frac{1}{2}: \quad J = L + S, \dots, |L - S| = \frac{1}{2} \Rightarrow {}^2S_{1/2}$$

Somit lauten die Termsymbole für die Konfiguration $1s^1 2p^1 3p^1$ von atomarem Lithium:

$${}^4D_{7/2}, {}^4D_{5/2}, {}^4D_{3/2}, {}^4D_{1/2}, (2 \times) {}^2D_{5/2}, (2 \times) {}^2D_{3/2}, {}^4P_{5/2}, {}^4P_{3/2}, {}^4P_{1/2}$$

$$(2 \times) {}^2P_{3/2}, (2 \times) {}^2P_{1/2}, {}^4S_{3/2}, (2 \times) {}^2S_{1/2}$$

Aufgabe 10.2

$$\begin{array}{ll}
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^5S_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^3D_3 & \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_0 \rightarrow {}^3D_1 & \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^3D_2 & \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_0 \rightarrow {}^3P_1 & \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^3P_2 & \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^3P_0 & J = 0 \rightarrow J = 0 \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^1D_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_0 \rightarrow {}^3S_1 & \\
 {}^3P_0 \not\rightarrow {}^1P_1 & \Delta S \neq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^5S_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta L \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3D_3 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3D_1 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3D_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3P_1 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3P_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3P_0 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1D_2 \rightarrow {}^1D_2 & \\
 {}^1D_2 \not\rightarrow {}^3S_1 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta L \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1D_2 \rightarrow {}^1P_1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 {}^3P_1 \not\rightarrow {}^5S_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^3P_1 \not\rightarrow {}^3D_3 & \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3D_1 & \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3D_2 & \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3P_1 & \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3P_2 & \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3P_0 & \\
 {}^3P_1 \not\rightarrow {}^1D_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^3P_1 \rightarrow {}^3S_1 & \\
 {}^3P_1 \not\rightarrow {}^1P_1 & \Delta S \neq 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^5S_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3D_3 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta L, \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3D_1 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta L \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3D_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta L, \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3P_1 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3P_2 & \Delta S \neq 0 \wedge \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3P_0 & \Delta S \neq 0 \wedge J = 0 \rightarrow J = 0 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^1D_2 & \Delta L, \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^1S_0 \not\rightarrow {}^3S_1 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^1S_0 \rightarrow {}^1P_1 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 {}^3P_2 \not\rightarrow {}^5S_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3D_3 & \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3D_1 & \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3D_2 & \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3P_1 & \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3P_2 & \\
 {}^3P_2 \not\rightarrow {}^3P_0 & \Delta J \neq 0, \pm 1 \\
 {}^3P_2 \not\rightarrow {}^1D_2 & \Delta S \neq 0 \\
 {}^3P_2 \rightarrow {}^3S_1 & \\
 {}^3P_2 \not\rightarrow {}^1P_1 & \Delta S \neq 0
 \end{array}$$

Aufgabe 10.3

Für einen Singulett-Term, einen Term mit $S = 0$, gilt $J = L$ (wegen $|L - S| \leq J \leq L + S$) und damit auch

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} = 1 + \frac{L(L+1) + 0(0+1) - L(L+1)}{2L(L+1)} = 1$$

Zudem können M_J und M_L für den Fall $J = L$ genau die gleichen Werte annehmen. Somit geht der Ausdruck für die Energie der Wechselwirkung mit einem äußeren Magnetfeld beim anomalen Zeeman-Effekt in den Ausdruck für die Energie beim normalen Zeeman-Effekt über:

$$E = g\mu_B BM_J \quad \text{mit} \quad M_J = -J, \dots, +J$$

$$\left. \begin{array}{l} \wedge \quad S = 0 \\ \Rightarrow \quad J = L \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} g = 1 \\ M_J = -J, \dots, +J = -L, \dots, +L \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow E = \mu_B BM_L \quad \text{mit} \quad M_L = -L, \dots, +L$$