

K l a u s u r

im Fach "Theoretische Elektrotechnik"

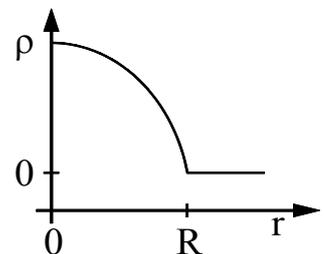
am 06.01.2005 von 09.⁰⁰ Uhr bis 12.⁰⁰ Uhr in der Aula W'mde

	Aufgabe (Punkte)	1 (5)	2 (8)	3 (7)	4 (6)	5 (10)	6 (6)	Gesamt (42)
Vorname Name	Punkte							
		Note						
Matrikel-Nr.								

1. Schreiben Sie die a) Maxwell-Gleichungen in differentieller Form auf und leiten Sie daraus b) die Wellengleichung der magnetischen Feldstärke **H** für ein homogenes Medium ab. c) Wie ist der LAPLACE-Operator, angewandt auf ein Vektorfeld zu interpretieren ? d) Geben Sie eine einfache Lösung der Wellengleichung im freien Raum an.

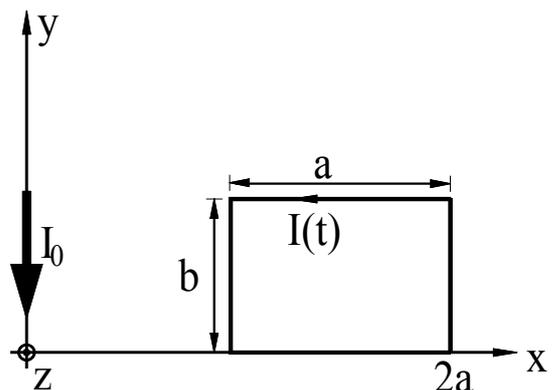
2. Gegeben sei eine kugelförmige Raumladungswolke (Radius R), deren Mittelpunkt im Ursprung eines sphärischen Koordinatensystems (r, φ, θ) liege. Der Raum außerhalb der Wolke sei ladungsfrei. Die Abhängigkeit der kugelsymmetrischen Ladungsverteilung vom Abstand r zum Ursprung läßt sich wie folgt beschreiben:

$$\rho(r, \varphi, \vartheta) = \rho(r) = \begin{cases} -ar^2 + b & \text{für } r \leq R \\ 0 & \text{für } r > R \end{cases}$$



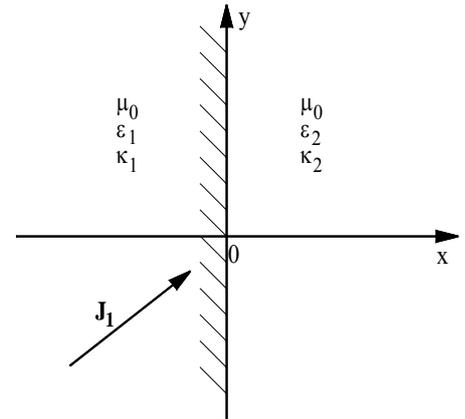
- a) Normieren Sie die Ladungsverteilung. Bestimmen Sie dazu die Konstanten a und b. Die Gesamtladung der Ladungswolke beträgt Q. Nutzen Sie die Randbedingung $\rho(R) = 0$ aus.
- b) Bestimmen Sie unter Verwendung des Gaußschen Satzes den Verlauf des elektrischen Feldes $E_r(r)$ innerhalb und außerhalb der Ladungswolke.
- c) Das Potential $\varphi(r)$ soll an der Stelle $r = R$ stetig sein und für $r \rightarrow \infty$ verschwinden. Bestimmen Sie $\varphi(r)$ aus dem unter b) berechneten elektrischen Feld $E_r(r)$.

3. Eine rechteckige Leiterschleife mit dem Widerstand R bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit $\mathbf{v} = v \mathbf{e}_x$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich die rechte Kante der Schleife bei $x = 2a$. Längs der y - Achse fließt ein Strom I_0 . Berechnen Sie den in der Leiterschleife induzierten Strom als Funktion der Zeit. (Das von diesem Strom induzierte sekundäre Magnetfeld ist zu vernachlässigen.)



4. Gegeben seien zwei Halbräume mit unterschiedlichen Leitfähigkeiten. Im Raumteil 1 sei das Strömungsfeld vorgegeben $\mathbf{J}_1 = a\mathbf{e}_x + b\mathbf{e}_y$.

- Bestimmen Sie das Strömungsfeld, die elektrische Feldstärke und die Verschiebungsflußdichte in beiden Halbräumen.
- Leiten Sie die Grenzbedingung der Normalkomponente der Verschiebungsflußdichte an der Grenzfläche zwischen zwei Medien mit unterschiedlichen Dielektrizitätskonstanten aus einer geeigneten Maxwell-Gleichung (in Integralform) ab.
- Berechnen Sie die Flächenladungsdichte an der Trennfläche $x = 0$.



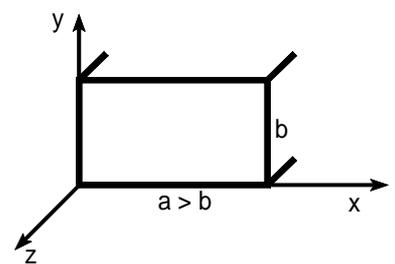
5. Gegeben sei ein Rechteckhohlleiter mit ideal leitender Berandung. Im Inneren des Hohlleiters breiten sich TE – Wellen aus.

- Leiten Sie die Beziehung für die Grenzfrequenz dieser Moden aus der Separationsgleichung ab! Welches ist der Grundmode, welche Grenzfrequenz besitzt er ?
- Für die Komponenten des elektrischen Feldes der in positiver z-Richtung laufenden TE-Moden gilt allgemein:

$$\left. \begin{aligned} E_x &= A \cos k_x x \cdot \sin k_y y \\ E_y &= B \sin k_x x \cdot \cos k_y y \end{aligned} \right\} \cdot e^{j(\omega t - k_z z)} ; E_z = 0$$

Berechnen Sie die Komponenten der magnetischen Feldstärke des Grundmodes mit Hilfe der Maxwellschen Gleichungen!

- Wie muß man den Ausdruck für die elektrische Feldstärke für die sich in negative z-Richtung ausbreitenden Moden modifizieren ? Eine hin- und eine rücklaufende Welle der gleichen TE-Mode überlagern sich. Berechnen Sie die resultierende elektrische Feldstärke und erläutern Sie den physikalischen Sachverhalt des Ergebnisses!
- Bei $z = \pm L/2$ seien nun ideal leitende Wände senkrecht zur Ausbreitungsrichtung in den Hohlleiter eingefügt. Was muß für die Hohlleiterwellenlänge $\lambda_z = 2\pi/k_z$ gelten, damit in dem so entstandenen Rechteckresonator ein Feld existieren kann ? (Begründung!)



6. Gegeben ist die nebenstehende Anordnung dreier gleichgroßer ebener rechteckiger Elektroden A, B, C mit folgenden Parametern: $r_1 = 1 \text{ cm}$; $r_2 = 10 \text{ cm}$; $\alpha_1 = 1,8^\circ$; $\alpha_2 = 2 \alpha_1$; $U_0 = 100 \text{ V}$; $\epsilon_{1r} = 5$; $\epsilon_{2r} = 3 \epsilon_{1r}$. Die Ausdehnung der Elektroden senkrecht zur Zeichenebene beträgt $L = 1 \text{ m}$. Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

- Zeichnen Sie ein Ersatzschaltbild und berechnen Sie das Verhältnis der beiden Teilkapazitäten sowie das Potential der drei Elektroden.
- Bezeichnen Sie die Orte maximaler Feldstärke in beiden Teilkapazitäten. Welche Feldstärken ergeben sich dort anhand einer einfachen Abschätzung ? (Zahlenwerte)
- Bestimmen Sie die Größe der Teilkapazitäten (ohne Zahlenwerte) unter Vernachlässigung der Streufelder. Begründen Sie, warum diese Vorgehensweise gerechtfertigt ist.

