Ultraschallerzeugung – Ultraschallschwinger

Übersicht zu Verfahren: (Verf. zur US-Erzeugng.: Wissensspeicher)

Anregung
- mechanisch (zB. durch Luft- oder Wasserströmung)
- magnetisch (zB. Magnetostriktion)
- elektrisch (zB. Piezoelektr. Effekt)

Magnetostriktiver Effekt

Ausrichtung magnet. Domänen unter Wirkung einer magnet. Feldstärke H liefert in ferromagn. Stoffen eine elastische Längenänderung: $\frac{\Delta l}{l} = f(H)$ wobei $\Delta l > 0$ (!), dh. Eindrehen der Weiß'schen Bezirke läßt Verlängerung! entstehen.

(Weiß'sche Bezirke mit statistischer Verteilung der magnet. Dipolmomente entstehen unterhalb der Curie-Temperatur Fe: 769°C, Ni: 360°C)

Für Wandler vorzugsweise Nickel: $\frac{\Delta l}{l} \approx 10^{-6}$ bei $H = 1000 \frac{A}{m}$

$\hat{=}\ B = \mu_0 \mu \cdot H \approx 0{,}2$ Tesla $\frac{Vs}{m^2}$ ($\mu \approx 200$, $\mu_0 = 1{,}2 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$)

üblich ist $f \approx 20 \ldots 50$ kHz (Echolote)
P einige kW, Gewicht ev. einige 100 kg!

(!) Magnetostriktiver Effekt ist nicht umkehrbar (dh. kein typ. Piezoeffekt)
dh. eine äußere mechan. Spannung erzeugt kein magn. Feld: H = 0

liefert quadratische Kennlinie!:
- Bei Senderbetrieb ist eine Vormagnetisierung deshalb zur AP-Einstellung erforderl.
- Bei Empfängerbetrieb wird die Änderung der Magnetisierung mit Δl genutzt (Vormagnet. erford.)

Sehr robuster Aufbau ungl.:

Stabschwinger

Flachschwinger

Piezoelektrischer Effekt

Piezoel. Effekt

allg.: a.) Piezoelektr. Effekt: mech. Druck erzeugt elektr. Feld
b.) Reziproker piezoel. Eff.: elektr. Feld erzeugt Längenänderung
(griech. piezein = drücken)

Spezifik: nur solche (kristallinen) Stoffe geeignet, die mindestens eine polare Achse haben, bzw. ein Ladungs-Symmetriezentrum fehlt!

zB: Quarz (SiO_2) bekannt als Bergkristall, (Effekt 1880 entdeckt v. J. u. P. Curie)
– heute synthetisch erzeugt –
Turmalin
Barium-Titanat (BT) $BaTiO_3$
Blei-Barium-Titanat (PBT) $PbTiO_3$
Blei-Zirkonat-Titanat (PZT) $PbZrO_3$
PVDF (Polyvinylidenfluorid) – Folien

"Ferroelektrische Keramik"
Vorteile:
10...100 facher piezo-el. Modul, niederohmiger als Quarz

Herstellung von Piezokeramiken:

fein gemahlenes Pulver (mit flüss. Bindemittel) wird über die Curietemp. erhitzt und unter Einwirkung eines elektr. Feldes (einige 10 kV/cm) polarisiert ↷ Ausrichtung der Domänen!, dabei abgekühlt.
Formgebung durch Pressen bis 1MN und Sintern bei 1000...1300°C.
Polarisation bleibt als "eingefrorener Zustand" erhalten, verschwindet bei Curie-temp.!
(auch mgl.: Gießen von min. 25 µm dicken Keramikfolien für höhere Freque.)

Herstellung von PVDF-Folien:

piezoelektr. Hochpolymere, thermoplastische Folie mit 170°C Schmelzpkt.
piezoel. Eigenschaften entst. nach mechan. Recken auf 5-faches und nachfolg. elektr. Polarisieren (< 1 MV/cm) bei erhöhter Temperatur. (Recken ≙ Ausrichtung der molekularen Ketten)
ersr. Piezokonstanten vergl.bar mit Piezokeramik

Piezoelektrizität – Physik u. Beschreibung

- äußerer Druck T erzeugt zusätzliche Polarisation zur strukturbedingten Pol., dh. Ladungsverschiebung mit Veränderung der Ladungsverteilung im Inneren, sowie auch an den Oberflächen:

Polarisation
$$P = \frac{Q}{A} = d \cdot T$$
(≙ direktem piezoel. Effekt)

Q – Ladung 1C = 1As
A – Oberfläche
d – Piezoelektr. Koeffizient

- Umgekehrt: erzeugt eine el. Feldstärke E eine Deformation S = relat. Längenänderung:

Deformation
$$S = d \cdot E = \frac{\Delta l}{l} \leq 0{,}15\%$$
max.
(≙ reziprokem piezel. Effekt)

Zur Erklärung des piezoelektrischen Effekts bei Quarz. (SiO_2)

Verteilung der
- elastischen Spannung σ
- Dehnung S

bei den ersten 3 Dickenresonanzen

Bandbreite der Anregung:

$$B = \frac{2c_0}{\pi b} \cdot \frac{Z_1}{Z_0} \quad \text{für } Z_1 \ll Z_0$$

mechan. Resonanz:

$$f_n = (2n+1)\frac{c_0}{2b} \quad (n = 0, 1, 2, \ldots)$$

<u>Bem:</u> geradzahlige Vielfache von $\frac{\lambda}{2}$ liefern $\int_0^b S = 0$
(zB. $b = \lambda$)

dh. <u>keine</u> Dickenänderung!

Natürlicher Quarzkristall

Herstellung piezoelektrischer Platten aus einem Quarzkristall (verschied. Schnitte)

Zur Erklärung der piezoelektrischen Wirkung

Verformung einer $BaTiO_3$-Platte mit den Abmessungen $x \cdot y \cdot z = 5 \times 30 \times 20$ mm bei einer Spannung von 1000 V, übertrieben gezeichnet im Maßstab 1000000; 1. **a** Dickenänderung allein; **b** mit zusätzlicher Breitenänderung (Y-Richtung); **c** mit zusätzlicher Scherung (in der YZ-Fläche).

Bem: "Ferroelektrische Hysteresesschleife":

≙ dielektrischem Analogon zum Ferromagnetismus,
Vgl. Ausrichtung der Domänen ...

Bewegung Δl und el. Spannung U zeigen einen Hysteresseffekt!
wichtig bei Piezoaktoren!
(Für großen piezoel. Koeffizienten $d = const. \cdot \varepsilon \cdot P_r$ ist ein hohes ε der verw. Piezokeramik günstig ...)

(!) Wegen der $\boxed{\text{anisotropen Eigenschaften}}$ des Piezoel. Materials (Richtungsabhängigkeit der elastischen u. dielektrischen Eigenschaften) sind

Beziehungsgleichungen mit richtungsabhängigen Werten erforderlich:

Es kann zunächst $P = D - D_0$ wegen $D_0 = \varepsilon_0 \cdot E \ll P$ (weil $\varepsilon_{r\,Mat} \gg 1$)
dielektr. Verschiebung im Vakuum ist vernachlässigbar!

ersetzt werden durch $\boxed{P = D}$

Dh., es kann gelten: Polarisation $P \approx$ dielektr. Verschiebung D

Anstelle $D = d \cdot T$ stehen nun die Beziehungen:

$$\boxed{\begin{aligned} D_3 &= d_{33} \cdot T_3 \\ D_2 &= d_{31} \cdot T_1 \\ D_1 &= d_{15} \cdot T_5 \end{aligned}}$$

≙ Longitudinaleffekt
≙ Transversaleff.
≙ Scher - eff.

↑ Matrix der piezoel. d-Koeffizienten

zur Indizierung

⇑ Polarisationsrichtung (übliche Orientierung für L-Effekt)

1. Index:

Scheibkräfte: in Achsenrichtung 1, 2 oder 3
Scherkräfte: in Drehrichtg. um die Achsen ... 4, 5 oder 6

2. Index:

Polarisationsrichtung: in Achsenrichtg 1, 2 oder 3

(ZB:) d_{33} gilt für: Deformation S in Richtung 3 bei elektr. Feld in Richtung 3 (≙ Longitudinaleffekt)

oder auch: dielektr. Verschiebung D unter mechan. Spanng. T in Richtung 3, dabei keine Felder in Richtg. 1 u. 2!
(T = Druck- bzw. Zugkraft/Fläche ≙ Begriff d. Mechanik für innere Kräfte!)

(Bem: für den reziproken piezoel. Effekt gilt mit der transponierten d_t- Matrix: $S = d_t \cdot E$)

Abb. Einfache Schwingungsmoden piezoelektrischer Resonatoren

a) transversale Längsschwingung
b) Längs-Dehnungsschwingung
c) Dicken-Dehnungsschwingung
d) Dicken-Scherschwingung

Aus den Symmetriebedingungen der Piezokeramik folgen weiterhin
2 unabhängige <u>Dielektrizitätskonstanten</u> ε_{33} und ε_{11}
und 5 unabh. <u>elastische Konstanten</u> s_{11}, s_{12}, s_{13}
$s_{33}, s_{44} = s_{55}$

Zusammenhang rein elastischer Größen S und T ist gegeben durch
<u>Hooke'sches Gesetz:</u>

T – mech. Spannung (äußp. Druck)
s – Steifigkeitskonstante
d – piezoelektr. Koeffiz.
P – Polarisation

Deformation $S = s \cdot T = \frac{\Delta l}{l}$

↓
mit $P = \frac{Q}{A} = d \cdot T$ wird:

– für <u>direkten</u> piezoel. Effekt: $\boxed{P = \frac{d}{s} \cdot S = e \cdot S}$ e-piezoelektr. Spannungskonst.

– für <u>reziproken</u> –"– : $\boxed{T = e \cdot E}$

<u>Linearität</u> liegt bis $E \leq 20 \frac{V}{mm}$ vor!
Möglich ist eine vollständige Zustandsbeschreibung eines piezoelektrischen Festkörpers (Zusammenhänge zwischen S, T, D und E, dh. Tensoren und Vektoren), wenn jeweils 2 als abhängige – und 2 als unabhängige Variable betrachtet werden:

↓ <u>Zustandsgleichungen für Piezokeramik</u>

beschreiben die Beziehungen zwischen elastischen – und elektrischen Variablen unter bestimmten <u>Randbedingungen:</u>

<u>zB:</u> • hochgestelltes ^{T} ≙ bei konstanter äußerer mechanischer Spannung T (Druck)
• hochgestelltes ^{E} ≙ bei konstanter elektr. Feldstärke E

es gilt:

$$\boxed{\begin{aligned} D &= \varepsilon^T \cdot E + d \cdot T \\ S &= s^E \cdot T + d \cdot E \end{aligned}}$$

<u>Bem:</u>
mgl. auch 2. System:

$$\boxed{\begin{aligned} E &= -e \cdot T + \frac{D}{\varepsilon} \cdot T \\ S &= s^D \cdot T + e \cdot D \end{aligned}}$$

ε – Dielektrizitätskonstante
s – Steifigkeitskonstante
e – piezoelektr. Spannungskonstante

Wenn das Feld nicht zu groß ist, kann ein <u>linearer Zusammenhang</u> zwischen den elektr. – und mechanischen Größen angesetzt werden. (s.o.)
(↷ die Wandlerkonstanten sind dann "konstant"!)

Bei Eliminierung von T in den Zustandsgleichungen folgt

$$D = \varepsilon \cdot E\left(1 - \frac{d^2}{\varepsilon \cdot s}\right) + \frac{d}{s} \cdot S$$

$$D = \varepsilon \cdot E\left(1 - k^2\right) + e \cdot S$$

mit k = elektromechanischer Koppelfaktor $\boxed{k^2 = \frac{d^2}{\varepsilon \cdot s} = \frac{e^2 s}{\varepsilon}}$

k beschreibt hier zB. bei $S = 0$ (geklemmter Piezokörper) die Verringerung von ε infolge des piezoelektrischen Effekts.

Anschaulicher für Koppelfaktor k: Vergleich von mechan.- u. elektr. Energie

Betrachtung der Verkopplung von elastischen- und dielektrischen Eigenschaften über die Energien ...

Mechanische Energie W_m:

W_m – Energie aus mechanischer Spannung T und damit erzeugter Deformation $S = \frac{\Delta l}{l}$: es ist $W_m = \int_0^{\Delta l} F \cdot dl = \frac{1}{2} F \cdot \Delta l = \frac{1}{2} T \cdot A \cdot \Delta l$

mit S wird $W_m = \frac{1}{2} S \cdot T \cdot l \cdot A$ $\quad$ l – Länge (= Schwingerdicke)

mit Hooke'schem Gesetz $S = s \cdot T$ $\quad$ s – elastische Nachgiebigkeit (= Steifigkeitskonstante)

$$\curvearrowright \quad W_m = \frac{1}{2} s T^2 \cdot l \cdot A$$

Wird die mech. Spannung T piezoelektrisch (durch E) erzeugt, so folgt mit $T = e \cdot E$

$$W_m = \frac{1}{2} s e^2 E^2 \cdot l \cdot A \qquad E = \frac{U}{l} \text{ elektr. Feldstärke}$$

bzw. $\boxed{W_m = \frac{1}{2} s e^2 \frac{U^2 \cdot A}{l}}$ $\quad$ U – elektr. Spannung

Im Vergleich mit der auf einem Kondensator gespeicherten

Elektrischen Energie W_{el}:

bekannt: $\boxed{W_{el} = \frac{C \cdot U^2}{2} = \frac{\varepsilon \cdot A \cdot U^2}{2 l}}$ $\quad$ $C = \frac{\varepsilon \cdot A}{l}$ bekannte Kapaz.-Bemess.-Gleichung

$\curvearrowright$ Energieverhältnis $\boxed{\frac{W_m}{W_{el}} = \frac{e^2 \cdot s}{\varepsilon} = k^2}$

(vergleiche oben für k^2)
k – statischer el.-mechan. Koppelfaktor (= k_{st})
(dimensionslos)

$\Longrightarrow$ Damit ist k ein Maß für den "Wirkungsgrad" eines Wandlers unter (quasi)statischen Bedingungen!
k ist anwendbar für Sender- (≙ obige Ableitung) als auch für Empfängerwandler.

Piezoelektr. Materialkonstanten (Auswahl)

S_{33}^{E} – Steifigkeitskonstante $\rightarrow \frac{m^2}{N} = \frac{1}{Pa}$

$= \frac{\text{relative Längenänderung } \Delta l / l}{\text{mechan. Spannung } \Delta T}$ | elekt. Feldstärke = const. (zB.: $E = 0$, Kurzschluß)

$Y_{33}^{D,E}$ – Young'scher Modul

$= \frac{1}{S_{33}^{D,E}}$

Q_m – mechanische Güte

$= \frac{\text{Längenänderung bei Resonanz}}{\text{Längenänderung bei stat. Betrieb}}$

N – Frequenzkonstante $\rightarrow \frac{m}{s}$

$= \frac{c}{2}$ in der entspr. Schwingungsrichtung, Schallgeschw. c

($N_{1,3,5} = d \cdot f_{res}$) mit d – Schwingungsdicke

ε_{ij}^{T} – relat. Dielektrizitätskonstanten

k_{ij} – Koppelfaktoren (Maß für elekt. $\leftrightarrow$ mechan. Energieumwandlung)

k_{33} – für longitud. Längsmode

k_{31} – für transvers. Längsmode

k_p – für Radialmode

k_{15} – für Schermode

d_{33} – Piezoelektr. Ladungskonstante $\rightarrow \frac{C}{N}$ (auch piez. Modul, auch piezoel. Koeff.)

$= \frac{\text{relat. Längenänderung } \Delta l / l}{\text{elekt. Feldstärke } \Delta E}$ | mechan. Spannung T = const. (zB.: $T = 0$)

e_{33}, (g_{33}) – Piezoelektr. Spannungskonstante $\rightarrow \frac{Vm}{N}$

$= \frac{\text{elektr. Feldstärke } \Delta E}{\text{mechan. Spannung } \Delta T}$ | dielektr. Verschiebung D, D = const.

Tabelle Spezifikation piezoelektrischer Keramiken, Kleinsignalwerte

Werkstoffkenngröße*)	Symbol	Maßeinheit	Werkstoffe				
			PK 31	PK 40	PK 41	PK 50	PK 51
Dichte	ϱ	10^3 kg m^{-3}	7,85	7,55	7,82	7,55	7,85
elastische Nachgiebigkeit	s_{11}^E	10^{-12} m^2 N^{-1}	10,8	11,7	12,6	13,3	15
	s_{33}^E		10	10,2	13	11,7	11,6
	s_{55}^D		19,6	23,2	20,5	21,8	26,2
elastische Steifigkeit	c_{33}^D	10^{10} N m^{-2}	15,6	14,3	15,8	14,3	17,5
mechanische Güte	Q_m		1 500	350	1 500	100	120
Frequenzkonstante	N_p	Hz m (ms^{-1})	2 100	2 200	2 200	2 150	2 100
	$N_1 = \frac{1}{2} v_1^E$		1 700	1 680	1 610	1 560	1 500
	$N_3 = \frac{1}{2} v_3^D$		1 900	1 800	1 925	1 680	1 690
	$N_5 = \frac{1}{2} v_5^D$		975	1 060	1 020	1 030	950
	N_t		2 000	2 100	2 060	2 000	1 950
relative Dielektrizitätskonstante	$\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_o$		600	800	1 250	800	2 200
	$\varepsilon_{11}^T/\varepsilon_o$		1 300	680	1 550	1 040	1 980
dielektrischer Verlustfaktor	$\tan\delta$	10^{-3}	10	10	5	25	15
spezifischer elektrischer Widerstand	ϱ_e	Ohm m	10^{12}	10^{10}	10^{10}	10^{11}	10^{11}
elektromechanischer Kopplungsfaktor	k_p		0,52	0,50	0,59	0,48	0,62
	k_{31}		0,29	0,25	0,31	0,28	0,34
	k_{33}		0,63	0,60	0,66	0,60	0,65
	k_{15}		0,70	0,56	0,67	0,60	0,65
	k_t		0,48	0,44	0,48	0,47	0,50
piezoelektrische Deformations-(Ladungs-)konstante	d_{31}	10^{-12} mV^{-1}	—70	—60	—115	—90	—170
	d_{33}	(C N^{-1})	200	200	330	215	450
	d_{15}		440	265	475	380	580
piezoelektrische Druckkonstante	g_{13}	10^{-3} V m N^{-1}	—13,2	—8,5	—10,4	—12,7	—8,7
	g_{33}		37,7	28,2	27,9	30	22,8
Curietemperatur	ϑ_c	°C	265	330	295	320	250

Tabelle [illegible] Konstanten einiger Piezostoffe[a]

		Bleizirkonattitanat		Barium-titanat	Blei-metani-obat	Lithium-sulfat	Lithium-niobat	PVDF	Quarz
		Sonox P2[b]	Sonox P5[b]	Sonox P1[b]	K-81[c]				
Dichte ϱ	g/cm³	7,8	7,7	5,3	6,2	2,06	4,64	1,3 ... 1,8	2,65
Schallgeschwindigkeit c	m/s	4200	3800	5200	3300	5460	7320	1500 ... 2600	5740
Schallwiderstand Z	10^6 kg/(m²s)	32,8	29,3	27,6	20,5	11,2	34	2,1 ... 4,7	15,2
piezoelektrischer Modul für Dickenschwingungen d_{33}	10^{-12} m/V	125	340	125	85	15	6	25	2,3
piezoelektrische Druckkonstante g_{33}	10^{-3} Vm/N	30	24	14	32	156	23	230	57
piezoelektrische Deformationskonstante h_{33}	10^9 V/m			1,5	1,9	8,2	6,7		4,9
elektromechanischer Kopplungsfaktor für Dickenschwingungen k_t		0,35	0,47	0,33	0,38	0,38	0,47	0,1 ... 0,14	0,1
Kopplungsfaktor für Radialschwingungen k_p		—0,46	—0,57	—0,25	0,07	0		0	0,1
mechanische Güte Q_m		400	90	350	15	> 1000	> 1000	< 15	> 10^4
Dielektrizitätszahl ε_r		480	1600	960	300	10,3	30	11,5	4,5
Umwandlungstemperatur T_c	°C	345	340	120	> 400	130	1210	165 ... 180[d]	576

2-5e

Piezokeramik - Technische Daten

Ferroperm Typ		Pz21	Pz23	Pz24	Pz26	Pz27	Pz28	Pz29	Pz32	Pz34*	Pz35*	Pz45	Mult. Faktor	Einheit	Toleranz
Dichte	>	7,80	7,65	7,60	7,65	7,70	7,70	7,40	7,70	7,60	5,50	7,20	10^3	kg/m^3	
Dielektrizitätszahl	K_3	4200	1500	425	1300	1800	1000	2900	280	200	240	165			±10%
Die. Verlustfaktor	tanδ	190	130	30	30	160	30	180	60	190	80	30	10^{-4}		±10%
Elastizitäts-	Y^E_{11}		6,6	8,4	7,6	6,3		5,8				11,0	10^{10}	N/m^2	±2,5%
koeffizienten	Y^E_{33}		5,9	7,0	6,1	5,1		4,8	13,5			10,5	10^{10}	N/m^2	±2,5%
Kopplungs-	k_{33}		62	62	65	69		70				14	10^{-2}		±5%
faktoren	k_t	44	38	45	38	42	47	40	45	40	30	12	10^{-2}		±5%
	k_p	56	50	50	54	60	59	63	7	3		3	10^{-2}		±5%
	k_{31}	35	30	30	32	36		35	4				10^{-2}		±5%
Frequenz-	N_3		1600	1600	1800	1500		1500				1800		Hz·m	
konstanten	N_t	1940	2030	2030	1940	1950	2020	1920	2150	2100	1480	2200		Hz·m	
	N_p	2015	2160	2300	2220	2000	2170	1960	2600			2700		Hz·m	
	N_l		1480	1670	1500	1400		1410				1700		Hz·m	
Piezoelektrische	d_{33}	600	290	150	275	375	250	525	60	40		16	10^{-12}	C/N	±5%
Konstanten	$-d_{31}$		135	70	120	175		220	5			7	-	C/N	±5%
	d_{15}		400		400	540			65				-	C/N	±5%
	g_{33}		22	38	25	25	28	21	30	25		10	10^{-3}	V·m/N	±5%
	$-g_{31}$		10	10	11	12		10	3			5	-	V·m/N	±5%
	g_{15}		32		32	35			28				-	V·m/N	±5%
Curietemperatur	T_c>	180	350	330	330	350	330	235	400	400		500		°C	
Max. Arbeitstemp.	<		250	230	230	250	230	150	200	150		400		°C	
Mech. Schwinggüte	Q_m		100	>1000	>1000	80	>1000	90	>500	>500	~15	>500			

Daten gemessen bei 25°C 24 h nach Polarisierung für alle Typen mit Ausnahme von Pz28, wo die Messung nach 10 Tagen erfolgt.

*** vorläufige Daten**

Z-5d

AMROH

AMROH ELECTRONICS GMBH
47856 WILLICH · Postfach 460201
Telefon 0 2154 - 42 84 61
Fax 0 2154 - 42 84 21

Dynamische (effektive) Koppelfaktoren im Resonanzfall

Die dynamischen (effektiven) Koppelfaktoren für verschiedene Schwingungsmoden im Resonanzfall sind wegen stehender Wellen ... und Randbedingungen (nicht die gesamte Energie ist elastisch verkoppelt) verschieden von den statischen – !

zB. für Dickenschwinger : $k_{st}^2 \approx \underbrace{\frac{\pi^2}{8}}_{1{,}23} \cdot k_e^2$ $\quad k_e$ – effekt. Kopp.f.

$\boxed{k_e < k_{st}}$ allg.

(vgl. S. 2-77)

Außerdem treten bei Anregung der Schwinger Störmoden auf; zB. beim Dickenschwinger auch Radial- und Schermoden ...

↳ ev. Probleme bei meßtechn. Bestimmung der Haupt-Resonanzfrequenzen bei dicht nebenliegenden Störmodenfrequenzen – aus entspr. c_i in Verbindg. mit d. Schw.abmessg.

Vereinfachte Betrachtung: Eindimensionaler Fall – reiner Dickenschwinger

dh. für
- Polarisationsrichtung
- angelegtes Feld
- Scherspannung

} jeweils Index 3

(vgl. S. 2-3)

damit wird ein einfacher Dickenschwinger, der in Polarisierungsrichtung angeregt wird, betrachtet:

a.) $\boxed{\text{Sender:}}$ (reziproker Piezoeffekt)

$S = d_{33} \cdot E_s = \frac{\Delta d_s}{d}$ relative Dickenänderung ($\hat{=} \frac{\Delta l}{l}$); Deformation ($\hat{=}$ Auslenkung)

wobei $E_s = \frac{U_s}{d}$

U_s – Sendespannung

↳ Senderdeformation $\boxed{\Delta d_s = d_{33} \cdot U_s}$

d_{33} piezoelektrischer Modul (piezoel. Koeffiz.)

für $BaTiO_3$: $d_{33} = 125 \cdot 10^{-12} \frac{m}{V} = 125 \frac{pC}{N}$

1C = 1As

b.) $\boxed{\text{Empfänger:}}$ (Piezoeffekt)

$E_e = h_{33} \cdot S = \frac{U_e}{d}$ Feldstärke auf Empfangsschwinger

↳ Empfängerspannung (Leerlaufspanng!) $\boxed{U_e = h_{33} \cdot \Delta d_e}$

Δd_e – Empfängerdeformation

h_{33} piezoelektrische Deformationskonstante

für $BaTiO_3$: $h_{33} = 1{,}5 \cdot 10^9 \frac{V}{m} = 1{,}5 \cdot 10^9 \frac{N}{As}$

Beim Empfänger ist die Eingangsgröße ein Druck (Schalldruck) deshalb auch druckbezogene Wandlerkonstante üblich:

$$E = g_{33} \cdot p$$

↓ Empfängerspang. $\boxed{U_e = g_{33} \cdot p_e \cdot d}$ d – Dicke des Schwingers

g_{33} piezoelektrische Druckkonstante ($= e_{33}$)
für $BaTiO_3$: $g_{33} = 14 \cdot 10^{-3} \frac{Vm}{N} = \sim \frac{m^2}{As}$

Bem: Sender u. Empfänger direkt gekoppelt:

Vergleich der Dickenänderungen Δd_s und Δd_e mit den dazugehörigen Spannungen U_s und U_e an Sender und Empfänger führt zum Koppelfaktor k: (vgl. auch S. 2-5/6 zu k)

für gleiche Dickenänderungen $\Delta d_s = \Delta d_e$ wird mit

$$\left.\begin{aligned} \Delta d_s &= d_{33} U_s \\ U_e &= h_{33} \cdot \Delta d_e \end{aligned}\right\} \rightarrow \boxed{\frac{U_e}{U_s} = d_{33} \cdot h_{33}}$$

ideal $d_{33} h_{33} = 1$
real $\sim < 1$

$$\boxed{d_{33} \cdot h_{33} = k_{33}^2}$$

elektromechanischer (statischer) Koppelfaktor k

für obige Zahlenwerte wird $k_{33}^2 = 0{,}19 \rightarrow k_{33} = 0{,}43$

> k ist ein Maß für "Wirkungsgrad" der Umformung elektr. Spannung → mechan. Verschiebung u. umgekehrt

- Bei dünnen Platten ist noch eine Querkopplung zu berücksichtigen: ↝ effekt. Koppelfaktor k_e ist stets geringer als k_{33}, zB. $k_e = 0{,}33$.
- Verluste in der Keramik sind für die mechan. Deformation beim Sende- und beim Empfangsschwinger zu berücksichtigen.

Beispiel für Empfangsschwinger:

Bei einem Schub $T = 10^4 \frac{N}{m^2}$

entsteht eine dielektr. Verschiebung $D = d_{33} \cdot T$, $d_{33} = 725 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N}$

$$D = 725 \cdot 10^{-12} \frac{As}{N} \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} = 725 \cdot 10^{-8} \frac{As}{m^2}$$

mit $D = \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot E$

ist $E = \frac{D}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}$ Abschätzung $\varepsilon_0 \approx 10^{-12} \frac{As}{Vm}$

$\varepsilon_r \approx 100 \mathrel{\hat{=}} \varepsilon_{33}$

$$E = \frac{725 \cdot 10^{-8} \frac{As}{m^2}}{10^{-12} \frac{As}{Vm} \cdot 100} = 7{,}25 \cdot 10^4 \frac{V}{m}$$

damit Feldstärke am Empf.wandler $E = 72 \frac{V}{mm}$

[z.Vgl.: in Wasser für og. $T \mathrel{\hat{=}} p$ wird $J \approx 10^{-3} \frac{Watt}{mm^2}$ bei 10 kHz]

Resonanz der piezoel. Platte (Dickenschwingung)

Gütefaktor Q des mechan. Systems umso höher, je geringer die mechan. Verluste sind. Meßbar aus Resonanzüberhöhung Q:

zB:

Quarz	$Q > 10^4$
Keramiken	$Q = 75 \ldots 10^3$
PVDF	$Q \to 1$

$Q = \frac{f_{res}}{B}$

Δd_s – Dickenänderung im statischen Fall

Bem:
- als Sender PZT bester Werkstoff, allerdings schlecht ($Z_0 \gg Z_{0H_2O}$) angepaßt an Flüssigkeiten ↯ hohe Empfindlichkeit schlecht nutzbar.
- PVDF-Folien, wenn hohe mech. Dämpfung (Breitbandbetrieb) und Ankopplung an niedrige Schallkennwiderstände erwünscht.

Auslenkung: aus $\Delta d_s = d_{33} \cdot U_s$ (statisch) wird bei mechan. Resonanz eine Resonanzüberhöhung für Keramik (Dickenresonanz)

$$\boxed{\Delta d_s\Big|_{Res} = d_{33} \frac{8}{\pi^2} \cdot Q_{mech} \cdot U_s}$$

wobei mechanischer Gütefaktor: $Q_{mech} = \frac{1}{2\pi f_s \cdot R \cdot C^T k_e^2}$

(aus charakterist. elektr. Ersatzdaten, siehe ff. Seiten 2-10, 11 ...)

Resonanzfrequenz (Dickenschwinger)

wenn $\varnothing \gg d$ (Dicke) wird die $\lambda/2$-Resonanz

für $Z_0 \gg Z_1$:

$$\boxed{f_{res,n} = \frac{n}{2d}\sqrt{\frac{E_{33}}{\varrho}} = \frac{n \cdot c}{2d}}$$

n – Ordnungszahl der Schwingung (Harmonische $n = 1, 3, 5 \ldots$)
E_{33} – Elastizitätsmodul in Richtung der Dicke
c – Schallgeschw. Piezomaterial

praktisch max. $n = 5$, da mit Oberwellenanregung $Q \downarrow$ infolge steigender Verluste. (für Schwinger $f > 10$ MHz)

↳ Tabellenwert: Frequenzkonstante N

für Dickenschwingung, bei Grundwellenresonanz gilt für die Serienresonanzfrequenz:

$$\boxed{\frac{f_0}{\text{kHz}} = \frac{N}{d} \Big/ \frac{\text{kHz mm}}{\text{mm}}}$$

N (Piezokeramik) ≈ 2000 kHz·mm
(2000 Hz·m)

↳ ZB ist ein 10 MHz-Schwinger ca. 0,2 mm dick.
1 MHz- ~ ca. 2 mm dick.

(N kann auch für andere Schwingungsmoden angegeben werden ...)

Auswahlkriterien für Piezokeramiken

- hohes ε ↳ | niedriges ε ↳
- großer piezoelekt. Effekt | geringe kapazitive Last
- hohe mech. Güte (niedrige dielekt. Verluste) / niedrige mech. Güte
  (hohe Resonanzüberhöhung) (Breitbandigkeit)
- hohe zeitliche u. thermische Stabilität
- geringe Nichtlinearitäten (dielektrische ~, elastische ~, piezoel. ~)

Grenzwerte

- Depolarisation durch Druck: bei 100 ... > 200·10⁶ Pa
  (zB. Belastung $5 \cdot 10^3 \, N/cm^2$ ↳ Abnahme el.-mech. Koppelfaktor k um < 5 %, ≈ linear)
- Curie-Temperatur: Depolarisation bei 165 ... 280 ... 340 °C
- Max. Feldstärke: "Polarisationsfeldstärke" ≙ Sättigung bei ≈ 2,0 kV/mm
- Elektr. Durchschlag: $U_{Br} \geq 3{,}5$ kV/mm

Elektrisches Ersatzschaltbild des Piezowandlers (in Resonanznähe)

Resonanzverhalten / Dämpfung durch mechanisches Feder-Masse-System darstellbar, das in ein elektrisches ESB umgewandelt werden kann:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{mn}} \quad \text{Resonanzfrequ.}$$

$$B = 2\Delta f = \frac{w}{2\pi m} \quad \text{Bandbreite}$$

Umformg. mit Wandlerkonstante (Transformationsverhältnis)

$\boxed{L, C, R}$: entstehen aus dem mechanischen (!) gedämpften Feder-Masse-System

$\boxed{C_0}$: ist die rein elektr. Kapazität (relat. groß!) der Wandleranordnung (≙ Keramik-Kondensator)

Grundlage der Umwandlung der ESB sind zB.:

mechan. Impedanz $\underline{z}_m = \frac{F}{u} = w + j\omega m + \frac{1}{j\omega n}$

mit $F = T \cdot A = e \cdot E \cdot A = \alpha_T \cdot U$

(T: äußerer Druck, E: el. Feldstärke, U: el. Spannung)

$\Rightarrow$ el. Strom $\underline{i} = \alpha_T \cdot \underline{u} + j\omega C_0 \cdot \underline{u}$

($\underline{u}$: Schnelle, $\underline{u}$: el. Spannung)

(!) Darstellung gilt für Dickenschwinger der Dicke d und Fläche A. (Masse m und Nachgiebigkeit n unterscheiden sich wegen der Schwingungsverteilung in der Platte von den statischen Werten!)

Fassungskapazität: $\boxed{C_0 = C^T(1 - k_e^2)}$

C_0 zu messen im festgeklemmten Zustand d.h. nicht ohne weiteres von außen meßbar!

- "Freie Kapazität" C^T meßbar bei mechan. Druck = konstant zB. bei $T = 0$ ≙ freier Aufhängung!

$$C^T = \varepsilon_{33}^T \frac{A}{d}$$

es gilt: $C_0 < C^T$

- Effektiver Koppfaktor k_e für bestimmten Schwingungsmode (zB. $k_{33} \approx 0{,}6 \rightarrow k_e \approx 0{,}4$) (kleinere Koppelfaktoren für Transversal-, Planar-, Radialmode)

Charakteristische Frequenzen

Serienresonanzfrequenz (= Resonanz des Reihenschw.kreises)

$$\boxed{f_s = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

bei Generatorinnenwid. $\rightarrow 0$ ↓ C_0 kurzgeschlossen.

Parallelresonanzfrequenz (= Resonanz infolge Parallelschaltung von C_0 zu L, C, R)

$$\boxed{f_p = \frac{1}{2\pi\sqrt{L \cdot \frac{C_0 \cdot C}{C_0 + C}}}}$$

bei hochohmiger Quelle ↓ es wirkt Reihenschaltung von C und C_0

El. ESB in "Resonanznähe" ⟹ Leitwertortskurve

R_V – mechan. Verlustwiderstand repräs. innere Reibungsverluste

R_{Str} – Strahlungswiderstand, repräs. Abstrahlung der akustischen Wirkleistung (!)

R_0 – Isolationswid., i.a. vernachlässigbar

C_0 – elektr. Kapazität der Anordnung: "Fassungskapazität" bei gekemmtem Wöller.

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_0} + j\omega C_0 + \frac{1}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

kreisförmige Y-Ortskurve für Reihenschwingkreis ist um $\omega_s C_0$ in Richtung pos. Im-Achse verschoben! (≙ kapaz. Last)

Die charakteristischen Frequenzen f_s und f_p sind leicht meßbar (zB. mit Impedanzmeßbrücke bzw. Netzwerkanalysator):

einsetzen von $\boxed{C^T = C + C_0}$ in Glng. für f_s, f_p

$$\boxed{\frac{f_p^2}{f_s^2} = \frac{1}{1 - k_e^2} = \frac{C^T}{C_0}}$$

C^T – gesamte effekt. wirkende Kapaz. d. Dielektrikums

weiterhin daraus effektiver Koppelfaktor bestimmbar:

$$k_e^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} = \frac{C}{C_0 + C}$$

(gilt für alle Resonatoren!)

Beispielrechnung:

Zahlenwerte für Dickenschwinger (Ø 15 mm, 10 MHz, Bleizirkonat-Titanat)

PZT gut für Impulsbetrieb: hohe Empfindlichkeit (k u. elasto-elektr. Koeff. groß, Güte Q_0 niedrig)

$$C_0 = \frac{\varepsilon_{33}^S \cdot A}{d} = 3{,}8\,nF$$

$$f_s = \frac{N}{d} = 8{,}94\,MHz$$

$$L = \left(\frac{1}{2\pi f_s}\right)^2 \cdot \frac{1}{C} = 520\,nH$$

$$R_{Str.} = \frac{d^2 Z_0}{4 e_{33}^2 A} = 1\,\Omega$$

mit A – Fläche
d – Dicke
ε_{33} – Dielektr. konst.
e_{33} – piezoelektr. Koeffizient

$$C = C_T \cdot k_e^2 \approx 610\,pF$$

$$f_p = f_s \sqrt{1 + \frac{C}{C_0}} = 9{,}55\,MHz$$

$$R_V = \frac{1}{2\pi f_s Q_0 \cdot C} = 0{,}36\,\Omega \text{ (unbelastet)}$$

$$Q_{bel} = \frac{1}{2\pi f_s R C} \approx 21 \text{ (belastet)}$$

$$k_e^2 = \frac{1}{1 + \frac{C_0}{C}} = 0{,}14$$

k_e – effektiv. Koppelfaktor der Dickenschwingung $k_e \approx 0{,}37$

Einfluß der elektrischen Beschaltung

Bei reeller Widerstandsbelastung des Wandlers gilt:

- "Spannungseinsp.": Generatorinnenwiderstand $R_G \to 0$ ↘ $f_{mech} \to f_s$
- "Stromeinspeisung": — " — $R_G \to \infty$ ↗ $f_{mech} \to f_p$

mechanische Resonanzfrequ.

$$f_{mech} = f_s + \frac{f_p - f_s}{1 + \frac{1}{Q^2}}$$

mit $Q \approx \omega_s C_0 R_G$ (elektr. Güte ≙ Parallel Schw.kr.)

Die mechanische Güte wird allg. bei f_s angegeben:

$$Q_{mech,s} = \frac{f_s}{\Delta f_s(3dB)} = \frac{1}{\omega_s C R} \approx \frac{1}{4\pi (f_p - f_s) R \cdot C}$$

(≙ Reihen Schwingkreis)

(wobei $Q(f_p) > Q(f_s)$)

mit dem effektiven Koppelfaktor k_e; wenn $k_e \ll 1$ gilt die Näherung (≈):

$$k_e^2 = \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} = \frac{C}{C_0 + C} \approx 2\,\frac{f_p - f_s}{f_s}$$

↓

mechanische 3dB-Bandbreite (bei f_s)

$$\Delta f_{mech} = \Delta f_s(3dB)\left(1 + \frac{Q \cdot Q_{mech,s} \cdot k_e^2}{1 + Q^2}\right) = \frac{f_s}{Q_{mech,s}}\left(1 + \frac{Q\,Q_{mech,s}\,k_e^2}{1+Q^2}\right)$$

zB: Max. Bandbreite für $Q = 1$: $\Delta f_{mech} = \Delta f_s(3dB)\left(1 + \frac{Q_{mech,s} \cdot k_e^2}{2}\right)$

Leistungsanpassung nach Zielvorstellung ...

zB: bei $k_e^2 Q_{mech,s} \leq 2$: mit $Q = 1$ (↘ Generatorinnenwid. R_G)

bei — " — > 2 : entweder auf Minimalimpedanz $|Z(f_s)| \approx R$

oder auf Max.-impedanz bei f_p

Kompensation der Fassungskapazität C_0 (im eingeschwungenen Zustand)

zur Erzielung eines reellen Schwingerwiderstands! bei CW-Anregung

bei f_s : Parallelschaltung von $L_{par} = \frac{1}{\omega_s^2 C_0}$

bei f_p : Reihenschaltung von $L_{ser} = \frac{1}{\omega_p^2 C_0}$

dabei entstehen <u>2 gekoppelte Resonanzkreise</u>

- mechanisch : $R_{str} + R_v$, L , C
- elektrisch : C_0 , L_{komp}

deren Frequenzgang ist durch R_G oder R_{str} bestimmbar !

ZB: <u>für "kritische Kopplung":</u>

$$\frac{\Delta f_s}{f_s} \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{Q_s + Q_p}{Q_s \cdot Q_p}$$

Die entspr. Güte des Parallelkreises (L_{par}, C_0) und der erfordert. Parallelwiderstand = Generatorinnenwid. R_G best. sich zu:

$$Q_{p\,krit} = \sqrt{\frac{1}{2\frac{C}{C_0} - \frac{1}{Q_s^2}}} \quad , \quad R_G = \frac{Q_p}{\omega_s C_0}$$

$\Longrightarrow$ wirksame Möglichkeit der <u>Bandbreite - Erhöhung !</u>

Einfluß der akustischen Last

<u>Bedämpfung</u> durch angekoppeltes Medium Z_1 , Z_2 $\hat{=}$ Schwingerbelastung:

Wenn innere mech. Verluste vernachl., gilt <u>nur</u> für $Z_{1,2} \overset{!}{\leq} Z_0$ (Schwinger) :

Güte $Q_L \approx \frac{\pi}{2} \cdot \frac{Z_0}{Z_1 + Z_2}$

Bandbr. $B_L \approx \frac{2 c_0}{\pi \cdot d} \cdot \frac{Z_1 + Z_2}{Z_0}$

c_0 - Schallgeschwindkt. Schwingermaterial

d - Schwingerdicke

<u>Bem:</u> Wenn $Q \downarrow \rightsquigarrow R_{str} \uparrow$ damit $f_s \uparrow$ und $f_p \downarrow$
folgt geringerer "Kreisdurchmesser" der Y-Darstellung
damit bessere elektrische Anpaßbarkeit !

<u>hierbei mgl:</u>
- $\frac{\lambda}{4}$ - Anpassung (Wellenwid.-transformation)
- starke Rückseitendämpfung (bei Piezoschwingern sind relative Bandbreiten $\frac{\Delta f}{f_{res}} \approx 65\%$ mgl., <u>aber</u> dabei ≈ -45 dB Empfindlichkeitsverlust !)

Schwingerwirkungsgrad η

bei mech. Resonanzfrequenz nur noch R_v und R_{str} zu berücksichtigen:
$\rightsquigarrow$ abgeführte akustische Leistung $P_{ak} = \frac{R_{str}}{R_{str} + R_v} \cdot P_{el} = \eta \cdot P_{el}$

Ankopplung v. Piezoschwingern an Medien, zB. H_2O

Dickenschwinger

Dicke $d = \frac{\lambda}{2}$

200 kHz ... 10 MHz

d = 10 mm ... 0,2 mm

Oberwellenanregg ($d = 3 \cdot \frac{\lambda}{2}$) mgl.

Transversal (Längs-Dehnungs)-Schwinger

gut für niedrige Frequenzen
aber nur geringere Schallintensitäten mgl.
(geringe Zugfestigkeit)

Bei Abstrahlung in ein Medium (ρ_w, c_w) wird die

Schallintensität
$J = \tilde{p} \cdot \tilde{u}$

$$\boxed{J = \frac{1}{2} z_w \left(\frac{T}{z_0}\right)^2 = \frac{1}{2} \rho_w \cdot c_w \left(\frac{T}{\rho c}\right)^2}$$

T - äußerer Druck (mech. Spannung)
z_0 des Schwingers

Für harmon. Anregg. Bestimg. der Anregespanng. aus $T = e_{33} \cdot Q_m \cdot E_3$ (el. Feldst.) unter Berücksichtigung der mech. Güte Q_m

Wegen Linearität ist "Kritische mechanische Spannung" $T_{kr} \approx 2 \ldots 5$ MPa.
(dagegen ist die "Dynamische Zugfestigkeit" ca. um Faktor 5 größer)

$\curvearrowright$ allg. $J_{kritisch} \approx 2{,}5\ W/cm^2$

ZB: $f = 1$ MHz, Plattendicke 2 mm, $Q_m = 20$:

$\curvearrowright$ max. zul. Anregespannung $\approx 15\,V \ldots 45\,V$
bei Vorauss. gleicher Amplitude über der Fläche!

Bem: US-Wellenlänge in ... "zum merken":

Frequenz f	λ (H_2O)	λ (Stahl)
100 kHz	1,5 cm	5,9 cm
⟹ 1 MHz	1,5 mm	5,9 mm
5 MHz	0,3 mm	1,2 mm

$\lambda = \frac{c}{f}$

$c_{H_2O} = 1480\ \frac{m}{s}$
$c_{St} = 5900\ \frac{m}{s}$ | 20°C

Verbundschwinger (Sandwichschw.)

Problem bei piezokeram. Schwingern : $f_0 = f$(Abmessungen)
↓ Einschränkung der Anwendung bei niedrigen Frequenzen ...

So wären erforderlich für Resonanzfrequenzen bei Dickenschwing. 20...50 kHz: • Dicken der Wandler ≈ 35 – 90 mm!

• Anregespannungen einige kV

das bedeutet weiterhin: Hoher Verbrauch von teurem piezoel. Material
Probleme bei Zugfestigkeit u. Verlustwärme

Ausweg:

Piezowandler nicht als Resonator, sondern als Schwingungsantrieb genutzt:

(axialgepolte Wandler, als Scheiben, Ringe)

= Zwischenschicht aus feinmaschigem Drahtgewebe als elektr. Kontakt

• Resonanz des Systems durch Endmassen bestimmt!
• Je Wandler $d < \lambda/4$ des Gesamtsystems!

Endmassen: Metall 1 (Fe, Ms) Metall 2 (Al, Mg)

Hier wirken Federnachgiebigkeit und verteilte Massen des Gesamtsystems ↓ f_0 (Resonanzfrequenz)

Verstärkung der Auslenkung auf der Seite der Endmasse mit kleinerem ϱ (Gewicht)! hier zB. rechte Seite

meist mechanische Vorspannung erforderl.: ↓ bei max. Schwingamplitude gerät die Keramik nur geringfügig in die Dehnung!

Wärmeabführg. durch Metall günstig,
mit Z_0-Anpassng der Me-Sorten sind Intensitäten $J \approx 100\ W/cm^2$ mgl.!

zB: Ultraschallreinigung $P \lesssim 10\ W/cm^2$ ($P_{elektr.} \approx 50W$)
(Verb.-Schwinger für einige 10 kHz fertig angeboten!)

Schwingverhalten:

mechan. Spannung T, Geschwindigkeit u } bei gleichen Endmassen z. Vgl.

Bei Ankopplung von H_2O an Alu-Seite ist Güte $Q < 10$ mgl.

Geschw. u bei Al || St ≈ 3:1 (entspr. $\frac{\varrho_{Al}}{\varrho_{St}}$)
≙ Energieabstrahlung $(3:1)^2 = 9:1$

Zur Dimensionierung eines Sandwich-Schwingers (nach "Piezoton-Handbuch, KWH):

$$\boxed{\frac{\omega l_p}{c_p} + \arctan \frac{A_1 \rho_1 c_1}{A_p \rho_p c_p} \tan\left(\frac{\omega l_1}{c_1}\right) + \arctan\left(\frac{A_2 \rho_2 c_2}{A_p \rho_p c_p}\right) \tan \frac{\omega l_2}{c_2} = \pi}$$

Lösung: durch – sukzessive Approximation
– grafisch

} wobei ca. $\lesssim 5\%$ Abweichg. von f_0 mgl.

l – Längen
c – Schallgeschw.
A – Flächen
ρ – Dichten

} jew. Index: 1. Metall, 2. Metall, p Piezowandler

Prakt. Beispiele:

$\boxed{f_0 = 40\,kHz}$ • für 2 gleiche Stahlplatten (gleiches l, $A = A_p$)
$l = 13{,}2\,mm$

• für versch. Metalle Al und Fe:
$l_{Al} = 21{,}6\,mm$
$l_{Fe} = 13{,}2\,mm$

$\boxed{f_0 = 25\,kHz}$ • für versch. Metalle Al und Fe:
$l_{Al} = 41{,}5\,mm$
$l_{Fe} = 28{,}0\,mm$

(!) Für symmetrischen Aufbau (gleiche Endmassenmaterialien, gleiche Abmessg.)

gilt: $$\boxed{\tan\left(\frac{\omega l_p}{2 c_p}\right) \cdot \tan\left(\frac{\omega l_1}{c_1}\right) = \frac{Z_p}{Z_1}}$$

← Indizierung wie oben
ZB: l_1 – Länge d. Metallzylinders

Bem: Zugfestigkeit von PZT liegt bei $50 \cdot 10^6 \frac{N}{m^2}$
wobei $F = \pm 4\pi^2 m_{eff} \cdot \frac{\Delta l}{2} \cdot f^2$ $\quad m_{eff}$ – effektive Masse (s.u.)
(Druckfestigkeit ist um Vielfaches höher)

Allg. gilt für ein schwingendes mechanisches System die Resonanzfrequenz:

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{s}{m_{eff}}}}$$

– Steifigkeit $s = \frac{F}{\Delta l}$
– effektive bewegte Masse: $m_{eff} = \frac{m}{2} + M$

Wandler für Hör-Schall (100 Hz ... 12 kHz)

Verwendung v. Biegeelementen (Quer-Deformation) üblich, als Sender und Empfänger:

Bimorphelement

↳ Durchbiegung infolge Zugspannungen
Piezoplättchen verklebt / gelötet
auch mgl. Mittenkontakt und geerdete Außenelektroden.

Unimorphelement

- Randhalterung

- Knotenkreishalterung

Bei Betrieb unterhalb der tiefsten Eigenresonanz sind mehrere Oktaven Bandbreite mgl.

(zB:) - Tonabnehmer / Mikrofone (Keram.)
- Ton- / Signalgeber

Fertig konfektionierter Tongeber

hier sind mgl.:
- Helmholtz-Resonator (schmalbandig)
- Druckkammer (breitbandig)

↳ bessere Anpassung der Platte an die Luft

↳ höherer Schalldruck!

auch Bandbreitenerhöhung mgl. durch Einstellen des Kopplungsgrades (Bandfilterkurven)

bei $f \approx 2 \ldots 5$ kHz und $U_N = 70$V erreichbar:

Schallpegel $\gtrsim 100$ dB | Abstand 0,3m

Die Resonanzfrequenzen für:

völlig frei schwingende Kreisplatte:

$$f_0 = \frac{0{,}97}{r^2} \sqrt{\frac{B'}{\varrho}}$$

r - Radius

mit Biegesteife $B' = \frac{d^2}{12} \frac{E}{1-\nu^2}$

ν - Querkontraktionszahl (Poissonzahl)

E - Elastizitätsmodul

bzw: Kreisplatte am Rand gelenkig:

$$f_0 = \frac{1{,}88}{r^2} \cdot \sqrt{\frac{B'}{\varrho}}$$

(für Mittelpunktshalterung wäre Faktor im Zähler 0,69 einzusetzen)

Druckkammer – Anpassung von Schwingern an Luft

Abmess. Druckkammer $< \lambda$! umschlossen von festem Gehäuse

<u>Ziel</u>: größere Schallschnelle an Auskoppelöffnung gegenüber Schwingeroberfläche zu erreichen!

<u>Voraussetzung</u>: in Kammer <u>keine</u> stehenden Wellen, dh. an jedem Ort gleicher Schalldruck, deshalb!

$\rightsquigarrow$ erford. Abmessungen $< \lambda$

<u>Gleichsetzen</u> des Schallflusses $q = u \cdot S$ <u>für Innenraum u. Ausk.öffnung:</u>
(= Volumenfluß, = Volumengeschwindkt.)

$$q = u_s \cdot S_s = u_{aus} \cdot S_{aus} \qquad (\hat{=} \text{ Massenerhaltung}) \qquad [q] = 1\,\frac{m^3}{s}$$

$$\rightsquigarrow \quad \boxed{u_{aus} = \frac{S_s}{S_{aus}} \cdot u_s}$$

Unter Annahme, daß die <u>mechanische Impedanz Z_m</u> (!) der Auskoppelöffnung <u>reell</u> ist, dh.

$$\underline{Z}_{m,aus} = \frac{\underline{F}}{\underline{u}} = Z_0 \cdot S_{aus} \quad (\text{reell})$$

$\uparrow$ Schallkenn wid. der Luft

folgt für die auf den Schwinger wirkende mechan. Impedanz

$$\boxed{Z_{m,s} = \frac{F_s}{u_s} = \left(\frac{S_s}{S_{aus}}\right)^2 \cdot Z_{m,aus} = \frac{S_s^{\,2}}{S_{aus}} \cdot Z_0 = \frac{S_s}{S_{aus}}\, S_s \cdot Z_0}$$

$$[Z_m] = 1\,\frac{Ns}{m}$$

Transformation über Flächenverhältnis!

Damit Erhöhung der Schwingerbelastung
$\rightsquigarrow$ Erhöhung der abgegebenen Wirkleistung!

$\Rightarrow$ Entspricht <u>besserer Anpassung</u> (von Luft) an die höhere mechanische Impedanz des Schwingers ($\hat{=}$ Leistungsanpassung)
(ohne Druckkammer wäre die auf den Schwinger wirkende mech. Impedanz $Z'_{m,s}$ nur $= Z_0 \cdot S_s$)

Kenngrößen: (prinzipiell umrechenbar)

<u>Akustische Impedanz</u> $Z_a = \frac{p}{q} = \frac{F}{q \cdot S} = \frac{F}{u \cdot S^2} = \frac{Z_m}{S^2}$ wobei $q = u \cdot S$

<u>Mechanische Impedanz</u> $Z_m = Z_0 \cdot S = Z_a \cdot S^2$

Helmholtz-Resonator

wurde ursprünglich von Helmholtz zur Analyse des Schallspektrums verwendet (Satz von "Kugelresonatoren"), Gütefaktoren $Q \leq 500$ möglich

"Flasche" ≙ Helmh.-Resonator, schwingt auf:

$$\boxed{f_H = \frac{c_m}{2\pi}\sqrt{\frac{A}{V\cdot\underbrace{\left(l+\frac{\pi}{2}r\right)}_{l_{eff}}}}}\ ;$$

l_{eff} (Halslänge l + Mündungskorrektur f. mitschwing. Masse)

mit Güte: $Q \approx 2\pi\sqrt{V\left(\frac{l_{eff}}{A}\right)^3}$

- Schwingt nur auf Helmh.-Frequenz, keine Oberwellenanregung mgl., ist keine einseitig offene Pfeife! die auf $f_0 = \frac{c}{4(l+l_{korr})}$ schwingen würde
- Vorteil: Längenabmessungen i.a. $\ll \frac{\lambda}{4}$ (≙ Pfeife)

Prinzip: eingeschlossene Luftmasse im Hals ≙ Induktivität; Resonatorvolumen mit Steifigkeit ≙ Kapazität } ≙ Masse-Feder-System!

Prakt. Nutzung bei "Baßreflexboxen" zur Erzeugung einer tieffrequenten Resonanzstelle

Anw. als Signalgeber:

Lautstärke entst. durch Resonanz (mit Q)!

zB:

$c_m = 330 \cdot 10^2$ cm/s (Luft)
$V = 0{,}5\ cm^3$
$l = 0{,}3$ cm
$r = 0{,}2$ cm
$A = 10\ mm^2 = 0{,}1\ cm^2$

$\curvearrowright f_H \approx 3{,}0$ kHz

Resonanz in Gefäßen

CW-Anregung

- Frequenz-Moden anregbar auf

$$\boxed{f_n = \frac{n\cdot c}{2l}} \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

jew. Halbwellen $\lambda/2$-Resonanz, wenn $l \gg d$

- Für Frequenzen mit $\lambda \approx d$ Radialwellenausbildung!

Anwendung: Messung in Gasen / Flüssigkeiten zur Druck-, Temperaturabhängigkeit von c und Dämpfung

Impuls- Laufzeit - Methode

Impulsaussendg. in Anordg. mit definierten Abmessungen:

- ein Wandler (S/E) → Reflexion oder
- zwei Wandler → Transmission meßbar

bei Reflexion gilt:

Schallgeschw. $c = \frac{2l}{t}$

Dämpfungskoeffizient $\gamma = \frac{1}{2l} \cdot \ln \frac{A_n}{A_{n+1}}$

Amplituden zweier aufeinanderfolg. Echos (≙ log. Dekrement bezogen auf Laufweg des Impulses)

Problem: ungenau bekannte Wandlerempfindlichkeit / Reflektoreigenschaften / $Z_s, Z_0 \ldots$

Ausweg: "Interferometrische Methode": Veränderung des Abstandes $\Delta l = l_2 - l_1$

womit:

$$c = \frac{2\Delta l}{\Delta t}$$

$$\gamma = \frac{1}{2(l_2 - l_1)} \cdot \ln \underbrace{\frac{A_n(l_1)}{A_n(l_2)}}_{\text{Ampl. der selben Echos bei Längen } l_1 \text{ und } l_2}$$

hierdurch Eliminierung der unbekannten Totzeit- und Dämpfungsbeiträge der Meßanordnung selbst! Es werden nur die Eigenschaften des Mediums bestimmt

Achtung:

- Bei Anw. niedriger Frequenzen: Strahlaufweitung beachten! (↝ Streueffekte)
- Bei Anw. hoher Frequenzen: Nichtparallelität der Schwinger-/Reflektorflächen zu beachten!

Bei ∡-Abweichung der Reflektorfläche

Amplitudenverhältnis:

$$\frac{A_n}{A_{\parallel n}} = \frac{\lambda}{\pi(2n-1)\cdot a \cdot \alpha} \cdot J_1\left(\frac{2\pi(2n-1)\cdot a \cdot \alpha}{\lambda}\right)$$

α - Winkelabweichung
a - Wandlerradius
$J_1()$ - Besselfktn. 1. Ordnung

Der Amplitudenrückgang des n-ten Impulsechos A_n erfolgt infolge:
- zunehmender Phasendifferenzen zwischen auslaufender- und reflektierter Welle auf der Wandlerfläche
- Herausreflexion eines Teils des Schallfeldes aus der axialen Strahlrichtung

Impulsanregung von Piezoschwingern

Elektr. Übertragungsfktn. unübersichtlich ... ; zu numerischer Lösung ist erforderl., aus System linearer DGL.-en für die Sprungantwort die Übergangsfktn. zu bilden ... ⟹ rechentechnisch lösen!

↓ Vereinfachungen sind mgl. in:

Theorie: Betrachtung der Impulsantwort aus Überlagerung der Wellenbewegung zwischen den 2 begrenzenden Flächen des Schwingers und Signalauskopplg. (Kuttruff: S. 96 ff.) ...

Praxis: Anregung des Sendeschwingers mit kurzem Rechteckimpuls:

erf. Ladestrom für Aufladg. C_0 (Stromergiebigkeit der Quelle) bestimmen, so daß C_0 innerhalb $T/4$ ≈ vollständig geladen wird dabei Vereinfachg. i = const:

aus $i_c = C \cdot \frac{du_c}{dt}$ ↓ $i_{ef} = \frac{C_0 \cdot \hat{U}}{\Delta t}$

Effektive Methode der Anregung durch Strom-(Spannungs-) Impuls der Länge $\Delta t = \frac{T}{4}$

↓ Einschwingen des Schwingers mit f_{res} bei hohem Energieeintrag!

(zB:) Schwinger mit $C_0 = 1{,}5\ nF$, $f_{res} = 5\ MHz$, $\hat{U} = 100\ V$ ↓ $T = \frac{1}{5 \cdot 10^6}\ s = 200\ ns$, $\Delta t = \frac{T}{4} = 50\ ns$ } $i_{ef} = 3\ A$

↓ Einschwingen des Empfangsschwingers

der (Empf.-) Schwinger ist ein resonanzfähiges System mit einer bestimmten Bandbreite Δf, am Empf.schw. meßbar folg. "Sinicode" mit Hüllkurven:

wird experimentell optimiert ... hinsichtlich kleiner τ-Werte

Bem: Bei bekannter Übertragungsbandbreite eines über ein Medium verkoppelten Schwingerpaars (Sender — Empfänger) gilt näherungsweise

$$\boxed{\text{Anstiegszeit (Empfäng) } t_a / ns = \frac{350}{\text{Bandbreite } \Delta f / MHz}}$$

bekannt aus el. "Systemtheorie"